Chulalongkorn University
Chula Digital Collections

Chulalongkorn University Theses and Dissertations (Chula ETD)

2021

กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

คณาธิป นรสิงห์
คณะครุศาสตร์

Follow this and additional works at: https://digital.car.chula.ac.th/chulaetd

Part of the Science and Mathematics Education Commons

Recommended Citation

นรสิงห์, คณาธิป, "กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา" (2021). *Chulalongkorn University Theses and Dissertations (Chula ETD)*. 5097.
https://digital.car.chula.ac.th/chulaetd/5097

This Thesis is brought to you for free and open access by Chula Digital Collections. It has been accepted for inclusion in Chulalongkorn University Theses and Dissertations (Chula ETD) by an authorized administrator of Chula Digital Collections. For more information, please contact ChulaDC@car.chula.ac.th.

กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนา
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

นายคณาธิป นรสิงห์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2564

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

MATHEMATICAL MODELING AND THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS

Mr. Khanathip Norsing

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education
Department of Curriculum and Instruction
FACULTY OF EDUCATION
Chulalongkorn University
Academic Year 2021

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์	กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา
โดย	นายคณาธิป นรสิงห์
สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก	ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นับวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์

(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ

(ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ)

..... กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

คณาธิป นรสิงห์ : กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา. (MATHEMATICAL MODELING AND THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVINGOF SECONDARY SCHOOL STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาหลัก : ผศ. ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาก่อนและหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม และ 3) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2564 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาจังหวัดร้อยเอ็ด จำนวน 31 คน เครื่องมือที่ใช้ทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ได้แก่ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ และวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบค่าที

ผลการวิจัย พบว่า 1) นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนมากกว่าร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบ โดยขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบเป็นขั้นที่ส่งผลมากที่สุด และความสามารถในการแก้ปัญหาทางมีแนวโน้มเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางที่ดีขึ้น โดยนักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการบูรณาการข้อมูลมากที่สุด ตามด้วยการแปลความหมายของปัญหา การวางแผนและกำกับตรวจสอบ และการดำเนินการตามแผน ตามลำดับ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สาขาวิชา	การศึกษาคณิตศาสตร์	ลายมือชื่อนิสิต .....
ปีการศึกษา	2564	ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก .....

6280021327 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION
KEYWORD: MATHEMATICAL MODELING, MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING, MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING ABILITIES

Khanathip Norsing : MATHEMATICAL MODELING AND THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL PROBLEM SOLVINGOF SECONDARY SCHOOL STUDENTS. Advisor: Asst. Prof. JINNADIT LAORPAKSIN, Ed.D.

The purposes of this research were (1) to compare the mathematical problem-solving ability of students before and after being taught to use the mathematical modeling process, (2) to compare their mathematical problem-solving ability to the criteria score of 65%, and (3) to study the development of the mathematical problem-solving ability of students before, during, and after learning mathematical modeling. The subjects of this study were 31 ninth-grade students from a school in Roi-et. The experiment instruments consisted of lesson plans, and the collection instruments included a mathematical problem-solving test and an interview form. The data were analyzed using arithmetic mean, standard deviation, and t-test.

The results of this study were as follows: (1) the mean score of the students' post-test mathematical problem-solving ability was higher than their pre-test ability at the .05 level of significance, (2) the mean score of students' post-test mathematical problem-solving ability was higher than the criteria of 65% of the total score at the .05 level of significance, and (3) learning the mathematical modeling process had an impact on the development of the students' mathematical problem-solving abilities which the connecting to the model stage had the most impact and the students' mathematical problem-solving abilities were developed in a positive direction which problem integration, a component of mathematical problem-solving abilities, was developed the most followed by problem translation, solution planning and monitoring, and solution execution consecutively.

Field of Study:	Mathematics Education	Student's Signature .....
Academic Year:	2021	Advisor's Signature .....

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้เป็นอย่างดีด้วยความอนุเคราะห์จาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้เสียสละเวลาเพื่อให้คำปรึกษา คำแนะนำ และแก้ไขปรับปรุงวิทยานิพนธ์เล่มนี้ด้วยความเอาใจใส่อย่างดียิ่ง คอยเติมเต็มพลังกาย พลังใจ และสติปัญญาในการเรียนและการทำงานวิจัย รวมทั้งบ่มเพาะให้ผู้วิจัยมีการทำงานอย่างเป็นระบบ ให้ประสบการณ์ และทักษะต่าง ๆ อีกทั้งยังเป็นแบบอย่างที่ดีให้กับผู้วิจัยเสมอมา ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันติ์ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง กรรมสอบวิทยานิพนธ์ และคณาจารย์สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ที่ให้ข้อเสนอแนะและคำแนะนำเพิ่มเติม ซึ่งเป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ให้มีความสมบูรณ์มากยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณพี่น้อง และกัลยาณมิตร สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ และกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา ที่คอยช่วยเหลือและอำนวยความสะดวกในการดำเนินการทำวิทยานิพนธ์ให้สำเร็จลุล่วงเป็นอย่างดี

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณครอบครัวที่ให้การสนับสนุนด้านการศึกษา ให้คำปรึกษาแก่ผู้วิจัย และคอยเป็นกำลังใจที่สำคัญ จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ประสบความสำเร็จไปได้ด้วยดี

คณาธิป นรสิงห์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สารบัญ

หน้า

..... ค

บทคัดย่อภาษาไทย..... ค

..... ง

บทคัดย่อภาษาอังกฤษ ..... ง

กิตติกรรมประกาศ ..... จ

สารบัญ..... ฉ

สารบัญตาราง..... ฌ

สารบัญภาพ..... ฎ

บทที่ 1 บทนำ 10

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา..... 10

คำถามวิจัย..... 12

วัตถุประสงค์การวิจัย 13

สมมติฐานการวิจัย 13

ขอบเขตการวิจัย 15

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย..... 15

ประโยชน์ที่ได้รับ..... 18

บทที่ 2..... 19

ตอนที่ 1 การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 20

1.1 ความหมายของตัวแบบทางคณิตศาสตร์..... 20

1.2 ความหมายของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 20

1.3 ความสำคัญของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์..... 21

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1.4 ลักษณะเฉพาะของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 21

1.5 กระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 24

1.6 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 30

ตอนที่ 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 34

2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ 34

2.2 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ 34

2.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 35

2.4 ความสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 36

2.5 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 37

2.6 กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 39

2.7 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 41

2.8 การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหา 43

ตอนที่ 3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 45

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ 45

3.2 งานวิจัยในประเทศ 46

บทที่ 3 50

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 50

2. การออกแบบการวิจัย 51

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง 51

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 52

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 52

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 58

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล 65

6. การวิเคราะห์ข้อมูล 65

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 66

6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 66

7. การเลือกใช้สถิติสำหรับการวิจัย 66

7.1 สถิติที่ใช้สำหรับการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย 67

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล 67

บทที่ 4 68

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ 68

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ 71

บทที่ 5 114

สรุปผลการวิจัย 116

อภิปรายผลการวิจัย 117

ข้อเสนอแนะ 123

บรรณานุกรม 125

ภาคผนวก 130

ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจคุณภาพเครื่องมือการวิจัย 131

ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย 133

ภาคผนวก ค คุณภาพของเครื่องมือและสถิติที่ใช้ ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ 139

ภาคผนวก ง ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล 144

ภาคผนวก จ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง 152

ประวัติผู้เขียน 182

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญตาราง

หน้า

ตาราง 1 การเปรียบเทียบระหว่างการแก้ปัญหาและการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 22

ตาราง 2 คำถามที่ออกแบบโดย Hernández et al. (2017) เพื่อใช้ในการประเมินผลการมีส่วนร่วมของนักเรียนในการสร้างตัวแบบระหว่างเรียน 33

ตาราง 3 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์รวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 43

ตาราง 4 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 44

ตาราง 5 แบบแผนการวิจัย 51

ตาราง 6 รายละเอียดของแต่ละองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้ 53

ตาราง 7 รายละเอียดบทบาทของครูและนักเรียนในขั้นตอนต่าง ๆ ของการจัดการเรียนรู้ 54

ตาราง 8 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกเนื้อหาและจำนวนคาบสอน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น สองตัวแปร 56

ตาราง 9 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 59

ตาราง 10 เกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 59

ตาราง 11 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงทั้งฉบับของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ฉบับ 64

ตาราง 12 ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แต่ละองค์ประกอบและทุกองค์ประกอบของแบบวัดทั้ง 4 ฉบับ 69

ตาราง 13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าการทดสอบที ของคะแนนความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการทดลอง และหลังการทดลองในแต่ละองค์ประกอบและทุกองค์ประกอบ 69

ตาราง 14 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าการทดสอบที ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองเทียบกับเกณฑ์ ร้อยละ 65 ในแต่ละองค์ประกอบและทุกองค์ประกอบ 70

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ตาราง 15 สรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามองค์ประกอบที่ 1 การแปลความหมายของปัญหาตามระยะการเก็บข้อมูล 95

ตาราง 16 สรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามองค์ประกอบที่ 2 การบูรณาการข้อมูลตามระยะการเก็บข้อมูล 101

ตาราง 17 สรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามองค์ประกอบที่ 3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบตามระยะการเก็บข้อมูล 106

ตาราง 18 สรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ตามองค์ประกอบที่ 4 การดำเนินการตามแผนตามระยะการเก็บข้อมูล..... 112

ตาราง 19 ผลการประเมินคุณภาพ (IOC) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน 140

ตาราง 20 ผลการประเมินคุณภาพ (IOC) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 1 140

ตาราง 21 ผลการประเมินคุณภาพ (IOC) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 2 141

ตาราง 22 ผลการประเมินคุณภาพ (IOC) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน..... 141

ตาราง 23 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน 141

ตาราง 24 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 1 142

ตาราง 25 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 2 142

ตาราง 26 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน 142

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

สารบัญภาพ

หน้า

ภาพ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย 18

ภาพ 2 กระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ของ CMA & SIAM (2019) 25

ภาพ 3 กระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของกรอบหลักสูตรแกนกลางของประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งนำเสนอโดย NCTM (2017) 26

ภาพ 4 วงจรของกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ของ Bliss et al. (2014) 27

ภาพ 5 วงจรของกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของ Ministry of Education Singapore (2019) 29

ภาพ 6 วงจรแสดงกระบวนการการนำการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในห้องเรียน 31

ภาพ 7 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนก่อนการทดลอง 75

ภาพ 8 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 78

ภาพ 9 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 78

ภาพ 10 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 81

ภาพ 11 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการตรวจสอบของนักเรียนหลังการทดลอง 85

ภาพ 12 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการรายงานผลของนักเรียนหลังการทดลอง 88

ภาพ 13 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนก่อนการทดลอง 90

ภาพ 14 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนก่อนการทดลอง 91

ภาพ 15 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 92

ภาพ 16 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 93

ภาพ 17 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนหลังการทดลอง 94

ภาพ 18 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนก่อนการทดลอง 96

ภาพ 19 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนก่อนการทดลอง 96

ภาพ 20 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 97

ภาพ 21 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 98

ภาพ 22 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 99

ภาพ 23 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนหลังการทดลอง 100

ภาพ 24 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนหลังการทดลอง 100

ภาพ 25 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนก่อนการทดลอง 102

ภาพ 26 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 103

ภาพ 27 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 104

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาพ 28 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 104

ภาพ 29 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนหลังการทดลอง 105

ภาพ 30 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนก่อนการทดลอง 107

ภาพ 31 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 108

ภาพ 32 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 109

ภาพ 33 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 110

ภาพ 34 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนหลังการทดลอง 111

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทที่ 1
บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

หนึ่งในกิจกรรมที่มนุษย์ทำเป็นประจำ คือ การแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง ซึ่งเป็นปัญหาที่ซับซ้อน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555a) ซึ่งการแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือที่ใช้พัฒนาความคิด (National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2000) คณิตศาสตร์จึงเป็นวิชาที่มีความจำเป็นในการดำรงชีวิตประจำวัน เนื่องจากเป็นวิชาที่ช่วยเสริมสร้างให้เป็นคนมีเหตุผล ตลอดจนทำให้สามารถคาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาได้อย่างเหมาะสม (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555b) ยิ่งไปกว่านั้นคณิตศาสตร์ยังถูกใช้เป็นเครื่องมือพื้นฐานในการสร้างองค์ความรู้และนวัตกรรมในสาขาวิชาต่าง ๆ เพื่ออำนวยความสะดวก และแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในสังคมได้อย่างมีประสิทธิภาพ (อัมพร ม้าคนอง, 2557)

จากความสำคัญของคณิตศาสตร์ดังกล่าว หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (กระทรวงศึกษาธิการ, 2552) จึงกำหนดให้คณิตศาสตร์เป็นหนึ่งในกลุ่มสาระการเรียนรู้ โดยมีเป้าหมายของการจัดการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ในหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน คือ นักเรียนทุกคนจะต้องมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาสาระคณิตศาสตร์ มีทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ มีเจตคติที่ดีต่อคณิตศาสตร์ ตระหนักถึงคุณค่าของคณิตศาสตร์ และสามารถนำความรู้ไปใช้พัฒนาคุณภาพชีวิต และใช้เป็นเครื่องมือในการเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้ และภายในหลักสูตรยังได้กำหนดให้ทักษะการแก้ปัญหาเป็นทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและต้องการพัฒนาให้เกิดขึ้นกับนักเรียนด้วย โดยเฉพาะการแก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ จะเห็นได้จากกลุ่มสาระการเรียนคณิตศาสตร์ทั้ง 3 สาระ ซึ่งประกอบด้วย 1) จำนวนและพีชคณิต 2) การวัดและเรขาคณิต และ 3) สถิติและความน่าจะเป็น ได้กำหนดมาตรฐานว่าด้วยการให้นักเรียนสามารถนำความรู้ที่ได้ศึกษาไปใช้ในการทำความเข้าใจสถานการณ์ต่าง ๆ และแก้ปัญหาที่เกิดขึ้นในชีวิตจริง (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ, 2560)

แม้ว่าคณิตศาสตร์จะเป็นวิชาที่มีความสำคัญ แต่การจัดการศึกษาทางคณิตศาสตร์ของประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ยังขาดทักษะและกระบวนการในการแก้ปัญหา ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555b) ซึ่งสะท้อนได้จากผลการทดสอบในโครงการประเมินผลนักเรียนนานาชาติ (Programme for International Student Assessment หรือ PISA) ขององค์การเพื่อความร่วมมือทางเศรษฐกิจและพัฒนา

(Organisation for Economic Co-operation and Development หรือ OECD) ซึ่งมีจุดประสงค์เพื่อประเมินคุณภาพของระบบการศึกษาในการเตรียมความพร้อมให้ประชาชนมีศักยภาพหรือความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นต่อการดำรงชีวิตในโลกที่มีการเปลี่ยนแปลง โดยผลการประเมิน PISA ในปี 2018 พบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนด้านคณิตศาสตร์ 419 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าค่าเฉลี่ยของกลุ่มประเทศที่เข้าร่วมการประเมินที่มีคะแนนเฉลี่ย 489 คะแนน และเมื่อวิเคราะห์แนวโน้มการเปลี่ยนแปลงของคะแนนตั้งแต่การประเมินรอบแรกถึงปัจจุบัน พบว่า ผลการประเมินด้านคณิตศาสตร์ของไทยไม่เปลี่ยนแปลง (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2562) ด้วยปัญหาดังกล่าวจึงสะท้อนผลดังที่ สุนีย์ คล้ายนิล (2558) กล่าวไว้ซึ่งสรุปได้ว่า นักเรียนไทยไม่มีความพร้อมสำหรับการใช้ชีวิตทั้งในด้านการศึกษาที่สูงขึ้นและการทำงานในอนาคตทำให้มีความจำเป็นที่จะต้องพัฒนานักเรียนเกี่ยวกับความสามารถในการนำความรู้วิชาคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้มาประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทต่าง ๆ ให้ดียิ่งขึ้น

จากปัญหาที่ว่าด้วยความพร้อมในการใช้ชีวิตและการทำงานในอนาคตทำให้ผู้วิจัยตระหนักถึงความสำคัญของการแก้ปัญหาในบริบทชีวิตจริง ซึ่งเป็นกิจกรรมที่มนุษย์ทุกคนต้องเผชิญ จึงมีความจำเป็นอย่างยิ่งที่นักเรียนต้องได้รับการฝึกฝนหรือได้รับประสบการณ์ให้มีความพร้อมที่จะรับมือในอนาคต สอดคล้องกับที่ Ministry of Education, Singapore (2019) อธิบายไว้ว่า การแก้ปัญหาในบริบทโลกจริงควรนำมาเป็นส่วนหนึ่งของประสบการณ์การเรียนรู้ของนักเรียนทุกคน เนื่องจากประสบการณ์เหล่านี้จะมอบโอกาสให้นักเรียนได้ประยุกต์ใช้มโนทัศน์และทักษะที่ได้เรียนรู้มา ได้เห็นคุณค่า และพัฒนาความสนใจในวิชาคณิตศาสตร์ นอกจากนี้ การฝึกแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้น ไม่ย่อท้อและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555b)

CHULALONGKORN UNIVERSITY

จากผลการศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องเกี่ยวกับการเรียนการสอนวิชาคณิตศาสตร์เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเฉพาะปัญหาในบริบทชีวิตจริงพบว่าสถานการณ์ที่พบเห็นได้ในทุก ๆ วัน เกี่ยวกับปริมาณต่าง ๆ และความสัมพันธ์ของเหล่านั้น ทั้งในทางกายภาพ ทางเศรษฐศาสตร์ นโยบายสาธารณะ สังคม สามารถสร้างตัวแบบด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์และสถิติได้ (Common core state standards initiative (CCSSI), n.d.) เพราะการสร้างตัวแบบก็คือกระบวนการที่ใช้คณิตศาสตร์หรือสถิติในการสร้างหรือเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์โลกจริง เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์โลกจริงนั้นซึ่งเกี่ยวข้องกับปัญหาปลายเปิดที่ไม่มีความเป็นระเบียบ นักเรียนต้องตัดสินใจเกี่ยวกับแนวทางการเข้าถึงปัญหาอย่างเป็นคณิตศาสตร์ สร้างข้อตกลงเบื้องต้น และตัดสินประสิทธิภาพของวิธีการที่เลือกใช้ (Hernández, Levy, Felton-Koestler, & Zbiek, 2017) เพื่อให้เข้าใจปัญหาที่เกิดขึ้นใน

ทุก ๆ วันของชีวิต หรือการเข้าใจปัญหาของการทำงานให้ได้ดียิ่งขึ้น NCTM (2017) นอกจากนี้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ยังมีประโยชน์อีกตามที่ Usiskin (2015) กล่าวว่าตัวแบบทางคณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา และช่วยในการพยากรณ์หรือบอกแนวโน้มของเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นได้

กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ได้รับความสนใจจากนักการศึกษาหลายท่าน ซึ่งต่างนำเสนอรายละเอียดไว้อย่างหลากหลาย ขึ้นอยู่กับตามจุดประสงค์ของการนำเสนอ แต่ทั้งหมดก็มีองค์ประกอบของกระบวนการสร้างตัวแบบที่สอดคล้องกัน (Bliss, Fowler, & Galluzzo, 2014; Consortium for Mathematics and Its Applications & Society for Industrial and Applied Mathematics (CMA & SIAM), 2019; Ministry of Education Singapore, 2019; National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), 2017) โดยหนึ่งในกระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่มีชื่อเสียงและเป็นที่ยอมรับ คือ กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอโดย NCTM (2017) ซึ่งประกอบด้วย 1) การระบุเกี่ยวกับสถานการณ์โลกจริงที่ต้องการการวิเคราะห์เชิงลึกเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุปร่วมกับตัวแปรที่เกี่ยวข้องและข้อตกลงเบื้องต้นที่ได้มาจากสถานการณ์ 2) การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ให้กับปัญหา เช่น สมการ ฟังก์ชัน รูปทางเรขาคณิต หรือตัวแบบทางสถิติ 3) การใช้งานตัวแบบเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุป 4) การสรุปความหมายให้กับผลเฉลยภายในรูปแบบที่เป็นบริบทของปัญหา 5) การพิจารณาว่าได้ตอบคำถามอย่างสมเหตุสมผลหรือไม่ และหากมีความจำเป็น ให้ย้อนกลับไปพิจารณาที่ตัวแปรและข้อตกลงเบื้องต้น และทำการปรับเปลี่ยนส่วนอื่น ๆ พัฒนาหรือปรับปรุงในส่วนใดของขั้นตอน 6) การรายงานข้อค้นพบต่าง ๆ รวมถึงการยืนยันความถูกต้องของการได้มาซึ่งคำตอบ ผู้วิจัยจึงนำกระบวนการตามแนวคิดของ NCTM (2017) มาศึกษา เพื่อเป็นแนวทางหนึ่งในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ด้วยเหตุผลดังที่กล่าวมา ผู้วิจัยจึงสนใจศึกษากระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา

คำถามวิจัย

กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์การวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีจุดประสงค์ เพื่อ

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม

3. ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

สมมติฐานการวิจัย

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

สุรสาล ผาสุข (2546) ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถและการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 32 คน เมื่อทดลองใช้ชุดกิจกรรมจำนวน 12 กิจกรรมแล้วประเมินความสามารถและการคิดในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์จากแบบรายงานผลการปฏิบัติกิจกรรมและสังเกตพฤติกรรม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างสามารถวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหาและสังเคราะห์ความรู้ที่เกี่ยวข้องมาสร้างตัวแบบที่เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นและเอกซ์โพเนนเชียลได้ แต่ผลของการคิดเชื่อมโยงข้อสรุปจากคณิตศาสตร์ไปสู่สถานการณ์จริงทำได้ไม่ดีนัก ส่วนเจตคติที่มีต่อคณิตศาสตร์หลังจากทดลองใช้กิจกรรมพบว่าอยู่ในเกณฑ์ดี

วิฬาร์ เลิศสมิตพร (2558) ศึกษาเกี่ยวกับการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนว Model-Eliciting Activities ที่มีต่อความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 31 คนและกลุ่มควบคุม 30 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนว Model-Eliciting Activities สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนว Model-Eliciting Activities สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนว Model-Eliciting Activities มีพัฒนาการของ

ความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

ธัชพล พลรัตน์ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ และ พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล (2561) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่อง การประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยมีเป้าหมายเป็นนักเรียนและครูห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 2 โรงเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05 และเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง การปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายได้ชัดเจนขึ้น

ศิรัชชรินทร์ ยศสวรินทร์ รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์ เสริมศรี ไทยแท้ และ สุกัญญา หะยีสาและ (2560) ได้ศึกษาเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีนักเรียน 4 คนเป็นกลุ่มเป้าหมายเพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตผ่านเกณฑ์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 2) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง การปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายได้ชัดเจนขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ทำให้ผู้วิจัยตั้งสมมติฐานการวิจัยครั้งนี้ ต่อไปนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองสูงกว่าร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ขอบเขตการวิจัย

1. ประชากรที่ใช้ในการวิจัยนี้ คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ซึ่งศึกษาอยู่ในจังหวัดร้อยเอ็ด ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยเป็นส่วนหนึ่งของสาระการเรียนรู้แกนกลาง ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

3. ตัวแปรที่ศึกษา ได้แก่

3.1 ตัวแปรจัดกระทำ คือ

การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

3.2 ตัวแปรตาม คือ

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย

1. กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ หมายถึง กระบวนการใช้คณิตศาสตร์หรือสถิติในการสร้างหรือเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์โลกจริง เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์โลกจริงนั้น ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ตามแนวคิดของ NCTM (2017) ดังนี้

1.1 การระบุข้อมูลสำคัญของสถานการณ์โลกจริงที่ต้องการการวิเคราะห์เชิงลึกร่วมกับปัจจัยที่เกี่ยวข้องและข้อตกลงเบื้องต้นของสถานการณ์ นั่นคือ การระบุถึงตัวแปรและปัจจัยสำคัญของสถานการณ์ที่สนใจ แล้วพิจารณาเลือกตัวแปรและปัจจัยเหล่านั้นมาเพื่อใช้กำหนดเป็นตัวแทนของสถานการณ์

1.2 การสร้างตัวแบบให้กับปัญหา นั่นคือ การสร้างและการเลือกใช้ตัวแทนความคิดเชิงกราฟ เชิงตาราง เชิงพีชคณิต หรือเชิงสถิติที่อธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร เช่น สมการฟังก์ชัน รูปทางเรขาคณิต หรือตัวแบบทางสถิติ

1.3 การใช้งานตัวแบบเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุป นั่นคือ การวิเคราะห์และการดำเนินการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์บนความสัมพันธ์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

1.4 การสรุปความหมายให้กับผลเฉลยในรูปแบบของบริบทปัญหา นั่นคือ การแปลความหมายของคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่ได้ให้อยู่ในรูปของสถานการณ์ตั้งต้น

1.5 การพิจารณาว่าได้ตอบคำถามอย่างสมเหตุสมผลแล้วหรือไม่ และหากมีความจำเป็น ให้ย้อนกลับไปพิจารณาที่ตัวแปรและข้อตกลงเบื้องต้น แล้วทำการปรับเปลี่ยนส่วนอื่น ๆ นั่นคือ การตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปโดยการเปรียบเทียบกับสถานการณ์ตั้งต้นแล้วเลือกว่าจะกลับไปพัฒนาหรือปรับปรุงในส่วนใดของขั้นตอนเพื่อให้เกิดความเข้าใจในสถานการณ์ให้ดียิ่งขึ้น หรือยอมรับผลเฉลยที่ได้มา

1.6 การรายงานข้อค้นพบต่าง ๆ รวมถึงการยืนยันความถูกต้องของการได้มาซึ่งคำตอบ นั่นคือ การรายงานข้อสรุป และเหตุผลที่สนับสนุนข้อสรุปนั้น

2. การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริง และกระตุ้นให้นักเรียนแสดงออกตามกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดของ NCTM (2017) เพื่อให้เกิดการเรียนรู้ทั้งการสร้างมโนทัศน์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านสถานการณ์ที่กำหนด ซึ่งการจัดการเรียนรู้ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

2.1 ขั้นเรียนรู้ปัญหา เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาหรือสถานการณ์ในโลกจริงให้นักเรียนได้ร่วมกันศึกษา และวิเคราะห์บริบทของปัญหา เพื่อให้เกิดความเข้าใจอย่างลึกซึ้ง โดยนักเรียนจะได้ระบุตัวแปรหรือปัจจัยที่สำคัญ และกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นที่จำเป็นของสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้

2.2 ขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบ เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามและชี้แนะให้นักเรียนเห็นประเด็นความเชื่อมโยงของข้อมูล โดยการนำข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้จากขั้นเรียนรู้ปัญหา รวมถึงความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาเชื่อมโยงเป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์หรือตัวแบบทางคณิตศาสตร์ เพื่อที่จะสร้างหรือเลือกใช้ตัวแบบที่เหมาะสมกับสถานการณ์

2.3 ขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามและชี้แนะให้นักเรียนนำข้อมูล ความสัมพันธ์จากสถานการณ์และตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ทักษะและวิธีการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์มาใช้ดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ได้ผลลัพธ์หรือข้อสรุปใหม่ทางคณิตศาสตร์

2.4 ขั้นแปลความหมาย เป็นขั้นที่ครูใช้คำถามและชี้แนะให้นักเรียนแปลหรืออธิบายผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาตั้งต้น หรือนำข้อสรุปซึ่งเป็นแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปอธิบายสถานการณ์ปัญหาตั้งต้น

2.5 ขั้นตรวจสอบ เป็นขั้นที่ครูจัดให้นักเรียนได้นำเสนอข้อสรุป ความสัมพันธ์ตัวแบบและผลเฉลยของสถานการณ์ปัญหาตั้งต้น และแลกเปลี่ยนแนวคิดระหว่างกันเพื่อสำรวจข้อดีข้อจำกัด รวมถึงความสมเหตุสมผลของผลเฉลยหรือข้อสรุปของสถานการณ์ปัญหาตั้งต้น

2.6 ขั้นรายงานผล เป็นขั้นที่ครูและนักเรียนแลกเปลี่ยนข้อค้นพบที่ได้จากการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ข้อสรุป แนวคิด และประเด็นต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่ได้จากการทำกิจกรรม และนำตัวแบบหรือข้อสรุปที่ได้จากการทำกิจกรรมไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ปัญหาอื่น ๆ ที่มีลักษณะคล้ายกัน

3. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถนำความรู้ ทักษะ และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สั่งสมมาก่อนหน้ามาประยุกต์ใช้ในการเผชิญกับปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยและต้องได้รับการแก้ไข โดยพิจารณาจากความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับกระบวนการในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ Mayer (1992) ซึ่งประกอบด้วย 4 องค์ประกอบ ดังนี้

3.1 การแปลความหมายของปัญหา เป็นความสามารถในการเข้าใจสถานการณ์ปัญหาจากข้อมูลต่าง ๆ ที่ปรากฏในปัญหา โดยพิจารณาจากการที่นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่จำเป็นและสิ่งที่ต้องการทราบในการแก้ปัญหา และระบุเงื่อนไขต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการพิจารณาคำตอบ

3.2 การบูรณาการข้อมูล เป็นความสามารถในการเชื่อมโยงข้อมูลต่าง ๆ ที่เพียงพอและจำเป็นต่อการแก้ปัญหาจนได้ตัวแทนทางความคิดที่สัมพันธ์กับปัญหา โดยพิจารณาจากการที่นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่จำเป็นและเพียงพอต่อการแก้ปัญหากับสิ่งที่ไม่ทราบค่า และระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น ทฤษฎีบท กฎ สูตร หรือบทนิยาม และอธิบายได้ว่าจะนำความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เหล่านั้นไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างไร

3.3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบ เป็นความสามารถในเลือกใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม และลำดับแนวทางการแก้ปัญหาที่นำไปสู่การหาคำตอบของปัญหาจากการบูรณาการข้อมูล โดยพิจารณาจากการที่นักเรียนสามารถอธิบายวิธีคิด หรือวิธีการในการแก้ปัญหาตามหลักคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การหาคำตอบตามลำดับได้ถูกต้อง

3.4 การดำเนินการตามแผน เป็นความสามารถในการแสดงวิธีดำเนินการทางคณิตศาสตร์ซึ่งสอดคล้องกับแผนที่วางไว้จนสามารถสรุปเป็นคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง โดยพิจารณาจากการที่นักเรียนเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามหลักคณิตศาสตร์จนได้คำตอบที่ถูกต้อง และสรุปคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง

ทั้งนี้ การวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะวัดโดยใช้แบบวัดที่พัฒนาขึ้นโดยผู้วิจัย

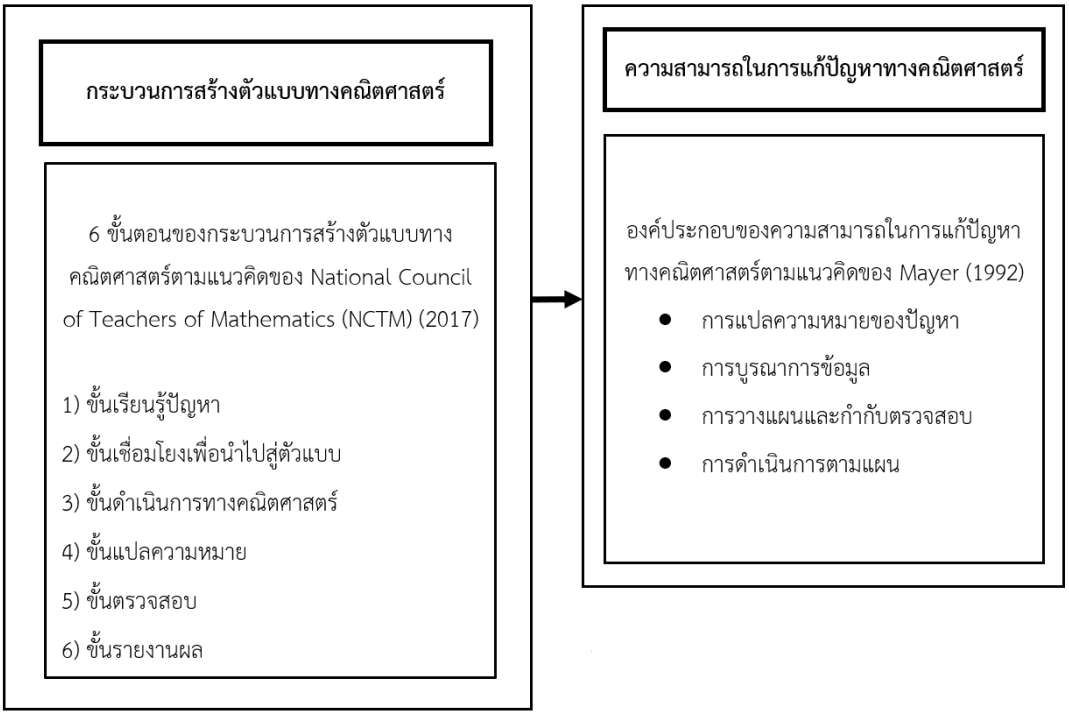
ประโยชน์ที่ได้รับ

1. นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ดีขึ้น และสามารถนำความสามารถนี้ไปใช้ในการแก้ปัญหาในการดำรงชีวิตประจำวันและการทำงานได้

2. ครูสามารถนำความรู้จากการศึกษางานวิจัยนี้มาเป็นแนวทางในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในห้องเรียน เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

3. ผู้บริหารสามารถนำความรู้ที่ได้จากการศึกษางานวิจัยนี้ไปพิจารณาเป็นแนวทางในการกำหนดนโยบายของโรงเรียนสำหรับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

ภาพ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย



บทที่ 2
เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัย เรื่อง กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยแบ่งการนำเสนอตามหัวข้อต่อไปนี้

ตอนที่ 1 การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของตัวแบบทางคณิตศาสตร์

1.2 ความหมายของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

1.3 ความสำคัญของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

1.4 ลักษณะเฉพาะของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

1.5 กระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

1.6 บทบาทของครูในการกิจกรรมจัดการเรียนรู้โดยใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.3 ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.4 ความสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.5 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.6 กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.7 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.8 การวัดและการประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ตอนที่ 3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

3.1 งานวิจัยในประเทศ

3.2 งานวิจัยต่างประเทศ

ตอนที่ 1 การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

1.1 ความหมายของตัวแบบทางคณิตศาสตร์

Bliss et al. (2014) ให้ความหมายของ ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical model) ว่าเป็น ตัวแทนของระบบหรือสถานการณ์ที่ใช้เพื่อทำให้เกิดความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาโลกจริงบางอย่างในเชิงคุณภาพและ/หรือเชิงปริมาณ และใช้เพื่อพยากรณ์พฤติกรรมที่เกิดขึ้นในอนาคต

Ministry of Education Singapore (2019) ให้ความหมายตัวแบบทางคณิตศาสตร์ว่าเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์หรือตัวแทนในอุดมคติของสถานการณ์โลกจริงซึ่งอาจมีความซับซ้อนเป็นระบบสมการ หรือมีความเรียบง่ายเป็นเพียงรูปทางเรขาคณิต

จากการศึกษาเรื่องความหมายของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical model) สามารถกล่าวถึงความหมายได้ว่า เป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์โลกจริง เพื่อใช้ทำความเข้าใจ หรือหาข้อสรุปของสถานการณ์นั้น ๆ

1.2 ความหมายของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

Swetz and Hartzler (1991) ให้ความหมายของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการของการสำรวจปรากฏการณ์ การสร้างความสัมพันธ์ของข้อคาดการณ์ การประยุกต์ใช้และการแก้สมการที่เหมาะสมและการตีความเกี่ยวกับคำตอบที่ได้

Cheng (2001) กล่าวว่า การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์หมายถึง กระบวนการในการเป็นตัวแทนหรือในการอธิบายปัญหาของสถานการณ์โลกจริงให้อยู่ในรูปคณิตศาสตร์เพื่อหาคำตอบของปัญหาหรือเพื่อที่จะทำความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหาให้ดียิ่งขึ้น

CMA & SIAM (2019) ให้ความหมายของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการการใช้คณิตศาสตร์เพื่อแสดงการเป็นตัวแทน วิเคราะห์ สร้างข้อทำนาย หรือสร้างความเข้าใจในปรากฏการณ์ของโลกจริง

Ministry of Education Singapore (2019) ให้ความหมายของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ว่ากระบวนการกำหนดสูตร และพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้เป็นตัวแทน และใช้ในการแก้ปัญหาโลกจริง

NCTM (2017) กล่าวถึงความหมายของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ว่า เป็นกระบวนการในการเลือกและใช้งานคณิตศาสตร์และสถิติที่เหมาะสมเพื่อใช้วิเคราะห์สถานการณ์เชิงประจักษ์ เพื่อสร้างความเข้าใจในสถานการณ์ และเพื่อพัฒนาการตัดสินใจให้ดียิ่งขึ้น

จากการศึกษาความหมายของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ข้างต้น อาจกล่าวสรุปได้ว่าการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical modeling) หมายถึง กระบวนการในการใช้คณิตศาสตร์หรือสถิติในการสร้างหรือเลือกใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์โลกจริง เพื่อสร้างความเข้าใจเกี่ยวกับสถานการณ์โลกจริงนั้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1.3 ความสำคัญของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีประโยชน์ทั้งในส่วนที่เป็นการจัดกิจกรรมการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และส่วนที่เป็นการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่ง CMA & SIAM (2019) ได้ระบุว่า การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ช่วยให้นักเรียนได้รับทักษะที่สามารถถ่ายทอดได้ (transferable skills) อย่างเช่น จิตนิสัย (habits of mind) ซึ่งจิตนิสัยทางคณิตศาสตร์ (Mathematical habits of mind) หมายถึงความเข้าใจในคณิตศาสตร์ในแบบที่คณิตศาสตร์เป็น และเป็นสิ่งที่นักคณิตศาสตร์ใช้เป็นเครื่องมือสำหรับพัฒนานักเรียนให้มีวิธีการคิดเหมือนกับนักคณิตศาสตร์ (พงศธร มหาวิจิตร, 2559) และการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นการเปิดโอกาสให้นักเรียนสำหรับการพัฒนาการสื่อสารและการทำงานร่วมกันเป็นกลุ่ม เนื่องจากตลอดกิจกรรมสร้างตัวแบบ นักเรียนจะได้แบ่งปันสนับสนุน และพัฒนาการสื่อสารด้วย ปัญหาการสร้างตัวแบบที่มักจะนำเสนอในรูปแบบของข้อความและแผนภาพและมีความต้องการให้นักเรียนได้อธิบายคำตอบของตนผ่านการนึกภาพ (visualization) คณิตศาสตร์ในรูปแบบนามธรรม และผ่านการเขียนบรรยาย นอกจากนี้กลุ่มของนักเรียนที่ร่วมกันสร้างตัวแบบจะต้องสื่อสารกันให้ชัดเจนเพื่อที่จะสามารถทำงานให้สำเร็จลุล่วง และงานที่เกี่ยวข้องกับการสร้างตัวแบบจะช่วยให้ครูทราบได้ถึงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียน ซึ่งครูจะสังเกตได้จากช่วงของการนำเสนอตัวแบบซึ่งครูและนักเรียนคนอื่น ๆ จะแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสิ่งที่ตนพบเห็นและสิ่งที่สงสัย ดังนั้นการนำเสนอของนักเรียนจะมีส่วนที่เป็นข้อผิดพลาดรวมอยู่ด้วยและถือเป็นโอกาสนี้ให้นักเรียนได้คิดทบทวนตนเอง โดยครูและเพื่อนร่วมชั้นเรียนสามารถช่วยกันตรวจสอบข้อผิดพลาดนี้ได้ด้วยการขอให้นักเรียนที่นำเสนอได้อธิบายการคิดของตนออกมา

สำหรับประโยชน์ของการสร้างตัวแบบในแง่ของการนำไปใช้งาน Usiskin (2015) กล่าวถึงประโยชน์ของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งกล่าวโดยสรุปได้ว่า 1) ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ช่วยในการแก้ปัญหา 2) ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ช่วยในอธิบายให้เกิดความเข้าใจในสถานการณ์ และ 3) ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ช่วยในการพยากรณ์หรือบอกถึงแนวโน้มของเหตุการณ์ที่จะเกิดขึ้นได้ซึ่งสอดคล้องกับคำอธิบายเกี่ยวกับความหมายของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของนักวิชาการหลายท่านที่ได้กล่าวถึงไปแล้ว (Swetz and Hartzeler, 1991; Cheng, 2001; NCTM, 2017; CMA & SIAM, 2019)

1.4 ลักษณะเฉพาะของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีลักษณะเฉพาะที่โดดเด่นสำหรับหลักสูตรคณิตศาสตร์ในโรงเรียนเช่นเดียวกับส่วนอื่น ๆ ของวิชาคณิตศาสตร์ (Blum, 1993 cited in Cheng, 2009) เนื่องจากการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ถูกมองว่าเป็นศิลปะแขนงหนึ่งของการประยุกต์ใช้คณิตศาสตร์กับโลกจริงเพื่อทำให้เกิดความเข้าใจต่อปัญหาที่เกิดขึ้นที่มากยิ่งขึ้น เมื่อกล่าวเช่นนี้จะเห็น

ว่าการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับการแก้ปัญหา อย่างไรก็ตามทั้งสองสิ่งอาจไม่ใช่สิ่งเดียวกัน เนื่องจากการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นมากกว่าการแก้ปัญหา (Cheng, 2009) ซึ่งสอดคล้องกับที่ Pollak (2012) อธิบายว่า การแก้ปัญหาโดยปกติแล้วจะเริ่มต้นด้วยสถานการณ์โลกจริงทางอุดมคติซึ่งอยู่ในรูปแบบคณิตศาสตร์อยู่แล้วและสิ้นสุดกระบวนการเมื่อได้ผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ ในทางกลับกันการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์จะเริ่มต้นด้วยสถานการณ์โลกจริงที่ยังไม่ได้รับการปรุงแต่งใด ๆ และต้องดำเนินการให้เกิดเป็นปัญหาขึ้นก่อนที่จะทำการแก้ปัญหา ครั้นแก้ปัญหาได้แล้วก็ต้องย้อนเข้ากลับไปสู่บริบทโลกจริง และผลลัพธ์ที่ได้ออกมาจะถูกมองว่าเป็นผลลัพธ์ของบริบทดั้งเดิมซึ่งคือบริบทโลกจริง

Erbas et al. (2014) ได้นำเสนอตารางเปรียบเทียบระหว่างการแก้ปัญหาและการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ปรับให้เหมาะสมจากคำอธิบายของ Lesh กับ Doerr (2003) และ Lesh กับ Zawojewski (2007) ดังตาราง 1

ตาราง 1 การเปรียบเทียบระหว่างการแก้ปัญหาและการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

การแก้ปัญหา	การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์
กระบวนการในการได้มาซึ่งข้อสรุปโดยการใช้ข้อมูล	วงจรเชิงซ้อน (multiple cycle) และการตีความที่แตกต่างกัน
บริบทของปัญหาเป็นสถานการณ์ชีวิตจริงที่อยู่ในรูปแบบอุดมคติ หรือสถานการณ์ที่มีความเป็นไปได้ในชีวิต	บริบทชีวิตจริงที่แท้จริง
คาดหวังให้นักเรียนใช้โครงสร้างที่เคยสอนไปแล้ว เช่น สูตร ขั้นตอนวิธี กลวิธี และแนวคิดทางคณิตศาสตร์	นักเรียนได้รับประสบการณ์ในขั้นตอนของการพัฒนา ทบทวน และปรับปรุงแนวคิดสำคัญทางคณิตศาสตร์และโครงสร้างขณะอยู่ในกระบวนการการสร้างตัวแบบ
เน้นการทำงานเชิงบุคคล	เน้นการทำงานกลุ่ม (การมีปฏิสัมพันธ์ของสังคม การแลกเปลี่ยนแนวคิดทางคณิตศาสตร์)
นามธรรมจากชีวิตจริง	สหวิทยาการ
คาดหวังให้นักเรียนสร้างความเข้าใจในสัญลักษณ์และโครงสร้างทางคณิตศาสตร์	ในกระบวนการการสร้างตัวแบบ นักเรียนจะพยายามให้คำอธิบายทางคณิตศาสตร์เกี่ยวกับสถานการณ์ชีวิตจริงที่มีความหมาย
สอนเกี่ยวกับกลวิธีในการแก้ปัญหาที่จำเพาะเจาะจง (สร้างวิธีการแก้ปัญหาที่จำเพาะ การแปลงเป็นรูปภาพ)	ปลายเปิดและกลวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลายซึ่งสร้างโดยนักเรียนที่สอดคล้องกับปัญหานั้น ๆ

การแก้ปัญหา	การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์
คำตอบที่ถูกต้องมีเพียงคำตอบเดียว	มีวิธีการในการได้มาซึ่งผลเฉลยและผลเฉลย (ตัวแบบ) มีมากกว่า 1 อย่าง

นอกเหนือจากเหตุผลที่กล่าวมาข้างต้นแล้ว Hirsch, McDuffie, and National Council of Teachers of Mathematics (2016) และ Cheng (2009) ได้อธิบายในประเด็นเกี่ยวกับความแตกต่างของการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์และแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ รวมถึงกระบวนการอื่น ๆ ทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. จุดประสงค์ของกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ คือ เพื่อให้เข้าใจสถานการณ์โลกจริงในแง่มุมบางแง่มุมโดยใช้คณิตศาสตร์หรือสถิติเป็นเครื่องมือ

2. หน้าที่หลักของกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ คือ การแปลงสถานการณ์ปัญหาของโลกความจริงไปสู่ปัญหาในรูปแบบคณิตศาสตร์ จากคำกล่าวนี้จะแสดงให้เห็นถึงจุดเน้นของกระบวนการที่ว่าด้วยการได้มาซึ่งตัวแทนที่มีความเหมาะสมกับปัญหาเชิงกายภาพของโลกจริงและผลเฉลย ซึ่งต่างจากการแก้ปัญหาโดยทั่วไปที่มีจุดเน้น คือ การประยุกต์ใช้หรือการใช้งานมโนทัศน์หรือทักษะทางคณิตศาสตร์ที่จำเพาะในการแก้ปัญหา และปัญหาโดยทั่วไปนั้นสามารถสร้างปัญหาขึ้นมาได้หลากหลายรูปแบบโดยใช้บริบทที่แตกต่างกันโดยที่จะไม่เปลี่ยนจุดประสงค์ของการฝึกฝนนั้น ๆ ในทางกลับกันสำหรับการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ หากบริบทของสถานการณ์โลกจริงมีการเปลี่ยนแปลง วิธีการที่จะนำมาใช้ก็จะเปลี่ยนแปลงตามไปด้วย อาจกล่าวได้ว่าการแก้ปัญหามีจุดเน้นที่การใช้งานคณิตศาสตร์แทนที่จะบริบท นั่นคือการแก้ปัญหาอาจไม่จำเป็นต้องรู้จักบริบทก็สามารถแก้ปัญหาได้

3. สิ่งที่แยกกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ออกจากกระบวนการทางคณิตศาสตร์ อื่น ๆ มีดังนี้

3.1 มีการตั้งข้อตกลงเบื้องต้น มีการกำหนดทางเลือกในการพิจารณาข้อมูลที่มีส่วนสำคัญ การกระทำเช่นนี้ก็เพื่อที่จะทำให้เห็นถึงแนวทางในการแก้ปัญหาและเพื่อที่จะทราบถึงวิธีการทางคณิตศาสตร์ที่จะนำมาใช้เป็นเครื่องมือ รวมถึงมีการใช้การประมาณค่า ด้วยเหตุดังกล่าวตัวแบบที่เป็นผลมาจากการทำกิจกรรมการสร้างตัวแบบแทบจะไม่สามารถเป็นตัวแทนของโลกจริงได้อย่างสมบูรณ์แบบเลย

3.2 มีการแปลงสถานการณ์โลกจริงให้อยู่ในรูปแบบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นการสร้างวัตถุทางคณิตศาสตร์ขึ้นมาจากสถานการณ์โลกจริง ต่างจากงานคณิตศาสตร์ในห้องเรียนทั่วไปที่ส่วนใหญ่จะกำหนดมาในรูปแบบที่เป็นคณิตศาสตร์และความสัมพันธ์ที่เป็นจำนวน สัญลักษณ์ กราฟ และแผนภูมิมาอยู่แล้ว

3.3 กระบวนการมีลักษณะเป็นวงจรทวนซ้ำ อันเป็นแนวคิด เพื่อใช้สำหรับการตรวจสอบความเหมาะสม ความสมเหตุสมผล ที่ใช้ในการพัฒนาตัวแบบให้ดียิ่งขึ้น ต่างจากกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ทั่วไปที่เมื่อค้นพบผลเฉลยแล้วถือว่างานนั้นเสร็จสิ้น แม้ว่ากระบวนการการสร้างตัวแบบอาจจะดูคล้ายกับว่าได้สิ้นสุดลงที่ขั้นตอนของการแปลความหมายของตัวแบบ ทว่าตัวแบบที่ได้มานั้นอาจเป็นไปได้ว่าจะมีทางที่จะขัดเกลาหรือพัฒนาให้ดียิ่งขึ้นไปได้อีก หนึ่งในวิธีการคือการคิดทบทวนเกี่ยวกับข้อตกลงเบื้องต้นที่กำหนดไว้ การกำจัดข้อจำกัดบางประการออกไปจะทำให้ได้ตัวแบบที่มีลักษณะใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากยิ่งขึ้น

ความสับสนอีกประการหนึ่งที่มักเกิดขึ้นกับการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (mathematical modeling) คือมีการใช้คำที่คล้ายกัน ในที่นี้จะเรียกว่า คณิตศาสตร์เชิงตัวแบบ (modeling mathematics) ซึ่งหมายถึง การใช้ตัวแบบในการเป็นตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เพื่อใช้สำหรับการสื่อสารมโนทัศน์ หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ตัวแบบของแนวคิดทางคณิตศาสตร์นี้จะสื่อถึง วัตถุ รูปภาพ รูปวาด ที่นำเสนอเกี่ยวกับมโนทัศน์ หรือแสดงถึงความสัมพันธ์ของมโนทัศน์ โดยตัวแบบสำหรับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์จะส่งเสริมให้นักเรียนสำรวจ และสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์ ตัวแบบของมโนทัศน์นี้จะอยู่ได้ทั้งรูปแบบ การเขียนสัญลักษณ์ ภาษาพูด และสถานการณ์โลกจริงหรือแอปพลิเคชันที่มีความเป็นพลวัตร และลักษณะสำคัญของคณิตศาสตร์เชิงตัวแบบ คือ การที่กระบวนการจะเริ่มต้นด้วยโลกของคณิตศาสตร์แทนที่จะเป็นโลกจริง

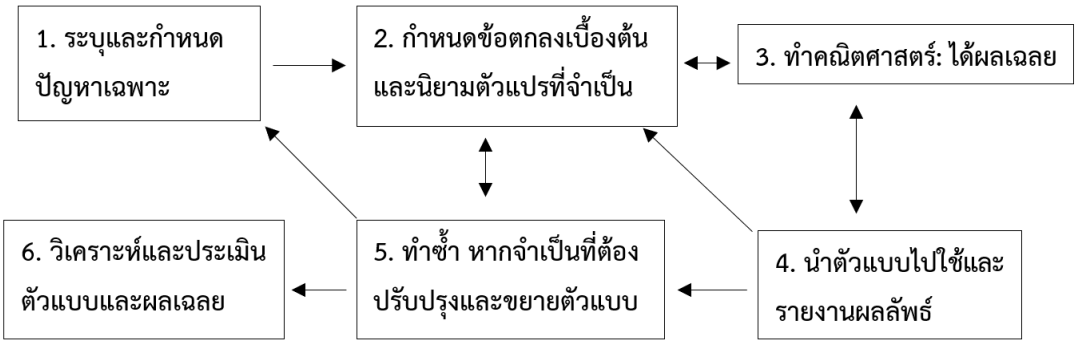
ตัวอย่างตัวแทนทางคณิตศาสตร์ เช่น Length-based model หรือ Linking cubes, Cuisenaire rods, Algebra tiles เป็นต้น

1.5 กระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอเกี่ยวกับการศึกษาเรื่องกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ซึ่งจะนำไปใช้เป็นขั้นตอนของการออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อันเป็นส่วนประกอบของเครื่องมือที่ใช้ในการทดลองของงานวิจัยนี้ โดยมีรายละเอียดดังนี้

CMA & SIAM (2019) นำเสนอเกี่ยวกับกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์และรายละเอียดที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนต่าง ๆ ที่อยู่ในกระบวนการ ดังนี้

ภาพ 2 กระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ของ CMA & SIAM (2019)



จากภาพ 2 แสดงถึงกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งสามารถแยกย่อยได้เป็น 6 ขั้นตอน ดังนี้

1. ระบุปัญหา สำหรับขั้นตอนนี้ ผู้สร้างตัวแบบจะต้องระบุถึงสิ่งที่ต้องการทราบ สิ่งที่ต้องการกระทำ หรือสิ่งที่ต้องการเข้าใจจากเรื่องที่สนใจของสถานการณ์โลกจริง โดยผลลัพธ์ที่ได้ออกมาเมื่อผ่านขั้นตอนนี้คือ “คำถามในรูปแบบโลกจริง”

2. กำหนดข้อตกลงเบื้องต้นและระบุตัวแปร สำหรับขั้นตอนนี้ ผู้สร้างตัวแบบจะต้องเลือกสิ่งที่สนใจและมีความสำคัญจาก “คำถามในรูปแบบโลกจริง” และระบุความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สนใจนั้น โดยพิจารณาเลือกว่าสิ่งที่สนใจและความสัมพันธ์ระหว่างสิ่งที่สนใจใดที่ควรจะเก็บไว้ หรือสิ่งใดที่ควรจะมองข้ามไป โดยผลลัพธ์ที่ได้ออกมาเมื่อผ่านขั้นตอนนี้คือ “คำถามดั้งเดิม (คำถามในรูปแบบโลกจริง) ในรูปแบบอุดมคติ”

3. ทำคณิตศาสตร์ สำหรับขั้นตอนนี้ ผู้สร้างตัวแบบต้องแปล “ความหมายของคำถามในรูปแบบอุดมคติ” ไปสู่ “นิพจน์ทางคณิตศาสตร์” เพื่อให้ได้คำถามอุดมคติในรูปแบบคณิตศาสตร์ ซึ่งรูปที่ได้นี้เรียกว่า “ตัวแบบ” และผู้สร้างตัวแบบจะต้องดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะได้เห็นถึงสิ่งที่ต้องการจะเข้าใจและทราบถึงผลลัพธ์ที่ได้ว่าคืออะไร

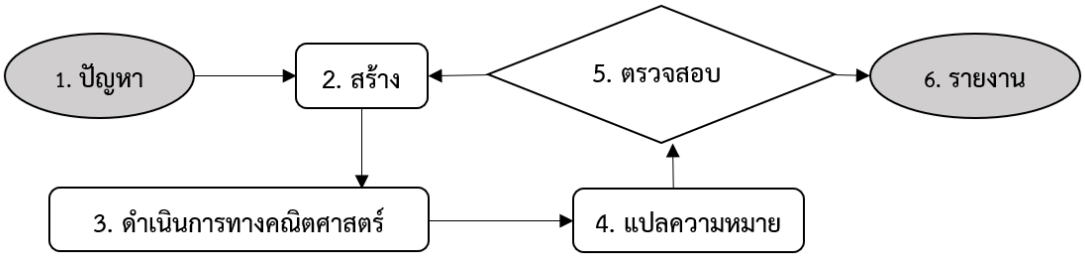
4. วิเคราะห์และประเมินคำตอบ สำหรับขั้นตอนนี้ ผู้สร้างตัวแบบต้องพิจารณาว่า “คำตอบที่ได้” นั้นสามารถตอบปัญหาได้จริงหรือไม่ สมเหตุสมผลหรือไม่ และเมื่อคำตอบนั้นถูกแปลความหมายกลับไปสู่โลกความจริง คำตอบสามารถใช้งานได้จริงหรือไม่ มีความสมเหตุสมผลหรือไม่

5. ทำซ้ำ สำหรับขั้นตอนนี้ ผู้สร้างตัวแบบจะกระทำกระบวนการซ้ำ หากเห็นถึงความจำเป็นของการปรับปรุงแก้ไขหรือต้องการขยายตัวแบบให้ดียิ่งขึ้น

6. นำตัวแบบไปใช้ สำหรับขั้นตอนนี้ เมื่อผู้สร้างตัวแบบได้คำตอบที่ใช้ได้จริงสำหรับโลกจริงแล้ว ให้ผู้สร้างตัวแบบรายงานคำตอบที่ได้ให้คนอื่นรับทราบ และนำคำตอบที่ได้ไปใช้งาน

NCTM (2017) นำเสนอกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ปรากฏในกรอบหลักสูตรแกนกลางของประเทศสหรัฐอเมริกา (the Common Core State Standards of Mathematics) พร้อมกับรายละเอียดแต่ละองค์ประกอบ ดังนี้

ภาพ 3 กระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของกรอบหลักสูตรแกนกลางของประเทศสหรัฐอเมริกา ซึ่งนำเสนอโดย NCTM (2017)



จากภาพ 3 แสดงถึงกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์นี้ประกอบไปด้วย 6 ขั้นตอน NCTM (2017) และ CCSSI (n.d.) ให้คำอธิบายการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เกี่ยวข้องกับรายละเอียดต่อไปนี้

1 ปัญหา: การระบุข้อมูลสำคัญของสถานการณ์โลกจริงที่ต้องการการวิเคราะห์เชิงลึก ร่วมกับปัจจัยที่เกี่ยวข้องและข้อตกลงเบื้อต้นของสถานการณ์ นั่นคือ การระบุถึงตัวแปรและปัจจัยสำคัญของสถานการณ์ที่สนใจ แล้วพิจารณาเลือกตัวแปรและปัจจัยเหล่านั้นมาเพื่อใช้กำหนดเป็นตัวแทนของสถานการณ์

2. สร้าง: การสร้างตัวแทนความคิดทางคณิตศาสตร์ให้กับปัญหา นั่นคือ การสร้างและการเลือกใช้ตัวแทนความคิดเชิงกราฟ เชิงตาราง เชิงพีชคณิต หรือเชิงสถิติที่อธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร เช่น สมการ ฟังก์ชัน รูปทางเรขาคณิต หรือตัวแบบทางสถิติ

3. ดำเนินการทางคณิตศาสตร์: การใช้งานตัวแบบเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุป นั่นคือ การวิเคราะห์และการดำเนินการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์บนความสัมพันธ์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป

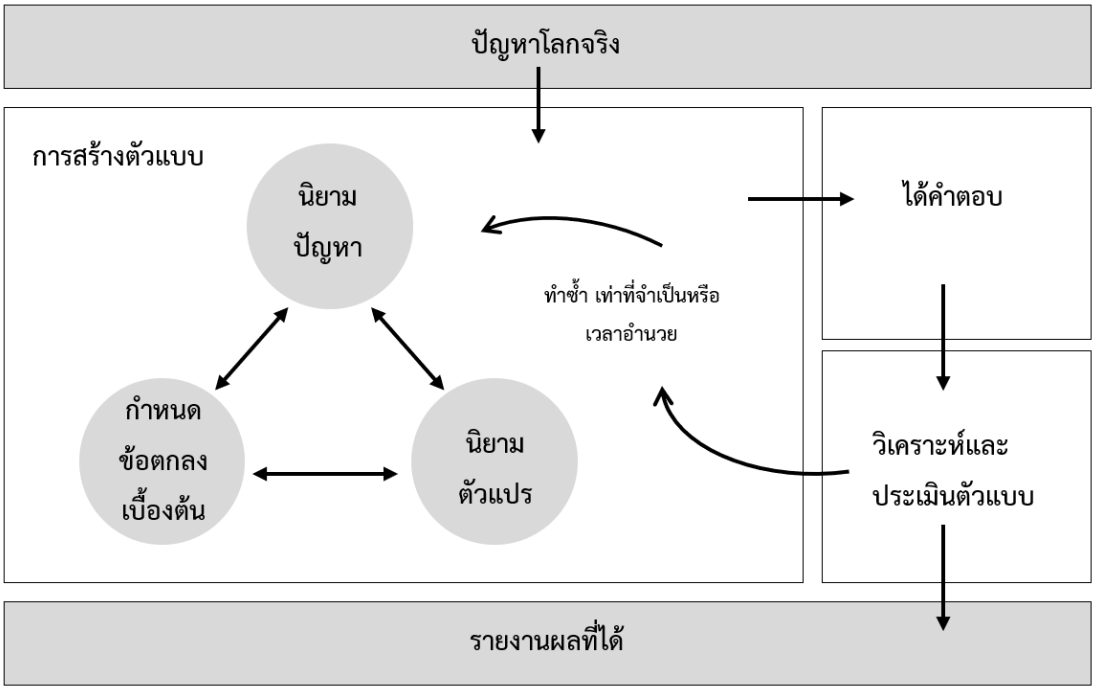
4. แปลความหมาย: การสรุปความหมายให้กับผลเฉลยในรูปแบบของบริบทปัญหา นั่นคือ การแปลความหมายของคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ให้อยู่ในรูปของสถานการณ์ตั้งต้น

5. ตรวจสอบ: การพิจารณาว่าได้ตอบคำถามอย่างสมเหตุสมผลแล้วหรือไม่ และหากมีความจำเป็น ให้ย้อนกลับไปพิจารณาที่ตัวแปรและข้อตกลงเบื้องต้น แล้วทำการปรับเปลี่ยนส่วนอื่น ๆ นั่นคือ การตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปโดยการเปรียบเทียบกับสถานการณ์ตั้งต้น แล้วเลือกว่าจะกลับไปพัฒนาหรือปรับปรุงในส่วนใดของขั้นตอนเพื่อให้เกิดความเข้าใจในสถานการณ์ให้ดียิ่งขึ้น หรือยอมรับผลเฉลยที่ได้มา

6. รายงาน: การรายงานข้อค้นพบต่าง ๆ รวมถึงการยืนยันความถูกต้องของการได้มาซึ่งคำตอบ นั่นคือ การรายงานข้อสรุป และเหตุผลที่สนับสนุนข้อสรุปนั้น

Bliss et al. (2014) กล่าวว่า กระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นกระบวนการเวียนซ้ำ (iterative process) ที่ขั้นตอนสำคัญสามารถย้อนกลับมาได้หลายครั้ง และนำเสนอภาพรวมของกระบวนการการสร้างตัวแบบ ดังนี้

ภาพ 4 วงจรของกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ของ Bliss et al. (2014)



จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

จากภาพ 4 จะเห็นว่ากระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์แบ่งเป็น 3 ส่วน ประกอบด้วย ปัญหาโลกจริง การสร้างตัวแบบ และการรายงานผลที่ได้ และเมื่อพิจารณาไปที่ส่วนของการสร้างตัวแบบจะประกอบด้วยการทำงาน 6 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

1. การนิยามปัญหา ปัญหาโลกจริงนั้นกว้างและซับซ้อน เป็นเหตุสำคัญที่ต้องขัดเกลาแนวคิดเชิงมโนทัศน์ไปสู่การระบุประโยคปัญหาที่ชัดเจนมากยิ่งขึ้น จึงจะสามารถระบุได้ว่าผลลัพธ์ที่ออกมาจากตัวแบบจะเป็นอะไร

2. การสร้างข้อตกลงเบื้องต้น ในขั้นตอนของการทำงาน อาจมองเห็นว่าปัญหานั้นมีความซับซ้อนมากเกินกว่าที่จะสามารถดำเนินการต่อไปได้ การสร้างข้อตกลงเบื้องต้นจึงมีบทบาทสำคัญที่จะช่วยทำให้ปัญหาง่ายขึ้นและรับทราบถึงจุดมุ่งหมายที่สนใจ และในช่วงของการดำเนินการ

ตามกระบวนการจำเป็นต้องลดของปัจจัยต่าง ๆ ที่อาจส่งผลต่อตัวแบบจึงจะสามารถตัดสินใจได้ว่าปัจจัยใดที่มีส่วนสำคัญที่สุด

3. การนิยามตัวแปร ปัจจัยหลักที่ส่งผลต่อปรากฏการณ์ที่กำลังศึกษาคืออะไร เขียนรายการของปัจจัยในรูปของตัวแปรเชิงปริมาณได้หรือไม่ และอาจจำเป็นต้องแยกระหว่างตัวแปรต้นและตัวแปรตามและค่าของตัวแปรด้วยเพื่อที่จะสามารถนิยามข้อมูลที่ต้องป้อนเข้าตัวแบบ และเพื่อที่จะสามารถสร้างความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์ซึ่งสุดท้ายแล้วจะเป็นการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ไปในตัว

4. การได้คำตอบ สิ่งที่ได้เรียนรู้จากตัวแบบคืออะไร คำตอบที่ได้มาตอบคำถามดั้งเดิมที่เป็นปัญหาโลกจริงได้หรือไม่ ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนของการพิจารณาว่าการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ในทุก ๆ ขั้นตอนที่ดำเนินการนั้นถูกต้องหรือไม่

5. การวิเคราะห์และประเมินตัวแบบ ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่ว่าด้วยการย้อนกลับไปวิเคราะห์ถึงผลลัพธ์ที่ได้เพื่อประเมินผลตัวแบบที่สร้างขึ้นถึงข้อดีและข้อจำกัด มีสถานการณ์แบบใดบ้างที่ตัวแบบที่สร้างขึ้นนี้ไม่สามารถใช้งานได้ หรือถ้าหากเปลี่ยนข้อตกลงเบื้องต้นไปตัวแบบจะเปลี่ยนแปลงไปหรือไม่

6. การรายงานผลลัพธ์ ตัวแบบที่สร้างขึ้นต้องรายงานให้คนอื่นทราบหรือได้ใช้งานเพื่อที่จะได้ให้คำอธิบายเกี่ยวกับปัจจัยที่มองข้าม หรือได้รับแง่มุมที่หลากหลายจากผู้มีส่วนร่วมคนอื่น ๆ

Ministry of Education Singapore (2019) นำเสนอวงจรของกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ซึ่งปรากฏในหลักสูตรการศึกษาคณิตศาสตร์ไว้ว่า กระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ประกอบไปด้วย 4 ขั้นตอน ดังนี้

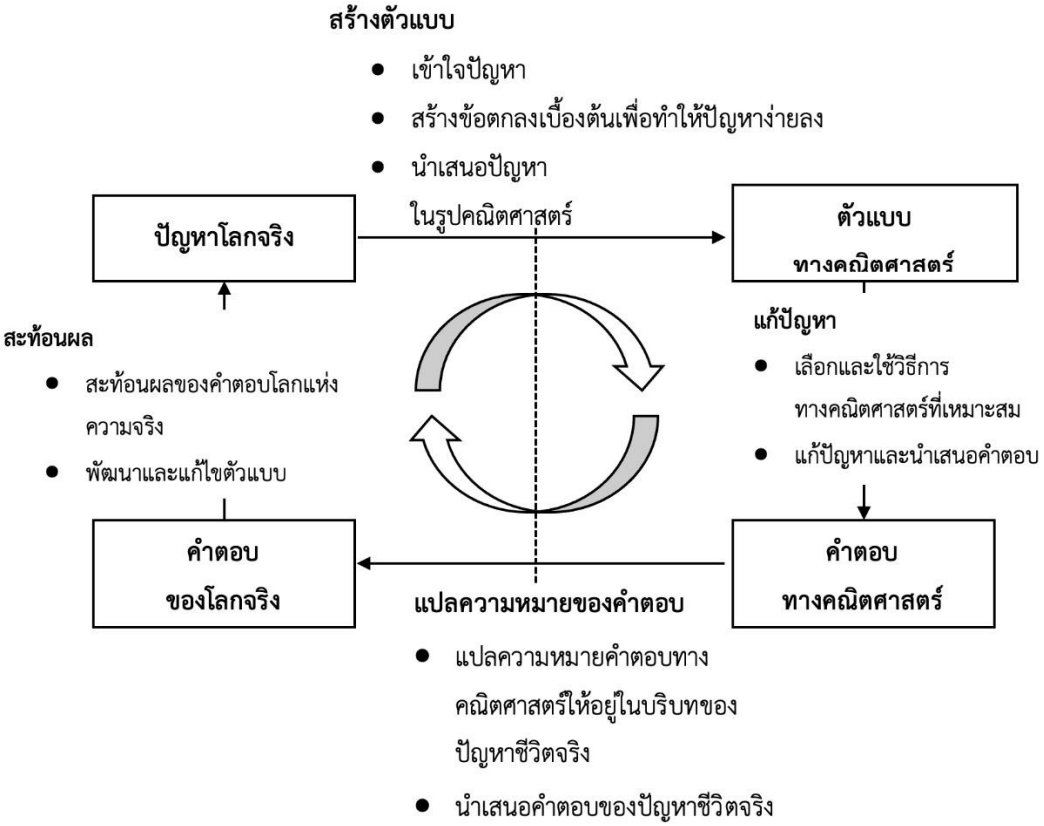
1. สร้างตัวแบบ เป็นขั้นที่ว่าด้วยการสร้างตัวแบบจากการเข้าใจปัญหา กำหนดตกลงเบื้องต้น และนำเสนอปัญหาในรูปคณิตศาสตร์

2. แก้ปัญหา เป็นขั้นที่ว่าด้วยการแก้ปัญหาของตัวแบบที่ได้มาจากขั้นตอนก่อนหน้าด้วยการ เลือกใช้ วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมในการแก้ปัญหาและนำเสนอคำตอบ

3. แปลความหมายของคำตอบ เป็นขั้นที่ว่าด้วยการแปลความหมายของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้มาจากขั้นการแก้ปัญหาให้อยู่ในบริบทของปัญหาชีวิตจริงและนำเสนอคำตอบนั้น

4. สะท้อนผล เป็นขั้นที่ว่าด้วยการสะท้อนถึงความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของผลลัพธ์หรือคำตอบที่ได้จากการแปลความหมายหรือ หากจำเป็นก็ต้องพัฒนาแก้ไขตัวแบบให้เหมาะสมและดำเนินการ ตามขั้นตอนใหม่อีกครั้ง

ภาพ 5 วงจรของกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของ Ministry of Education Singapore (2019)



จากภาพ 5 Ministry of Education Singapore (2019) อธิบายว่า ตลอดการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ นักเรียนจะได้เรียนรู้เกี่ยวกับการจัดการกับความไม่ชัดเจน สร้างความเชื่อมโยง เลือกและประยุกต์ใช้มโนทัศน์หรือทักษะที่มีความเหมาะสม ระบุข้อตกลงเบื้องต้น และสะท้อนคิดไปยังผลลัพธ์ที่ได้ต่อปัญหาโลกจริง และสร้างการตัดสินใจอย่างมีเหตุผลจากข้อมูลที่รวบรวมหรือกำหนดให้

นอกจากนี้ในภาพ 5 นี้มีลักษณะคล้ายกับที่ Ang Keng Cheng ได้นำเสนอในบทความ (Cheng, 2001) ซึ่งได้ให้อธิบายว่า ภาพนี้เป็นภาพที่แสดงถึงคำนิยามอย่างง่ายของกระบวนการที่ซับซ้อนในการสร้างตัวแบบ แต่ก็เพียงพอกับจุดประสงค์ของการนำเสนอที่ต้องการอธิบายว่ากระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์นั้นเริ่มต้นจากจุดปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิต และกระบวนการการสร้างตัวแบบมีจุดเน้นในการหาแก้ปัญหามากกว่าการหาคำตอบที่ถูกต้องเดียว

จากการศึกษากระบวนการการสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์จากนักการศึกษาคณิตศาสตร์ที่กล่าวไปข้างต้นแล้วพิจารณาเห็นว่ากระบวนการการสร้างตัวแบบนั้นมีลักษณะเป็นวงจรเวียนซ้ำ ซึ่งหมายถึงการที่เป็นการดำเนินการที่สามารถย้อนกลับมาพิจารณาตามขั้นตอนต่าง ๆ ได้เมื่อเห็นถึงความจำเป็นที่ต้องการจะปรับปรุงหรือพัฒนาตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และแม้กระบวนการการสร้าง

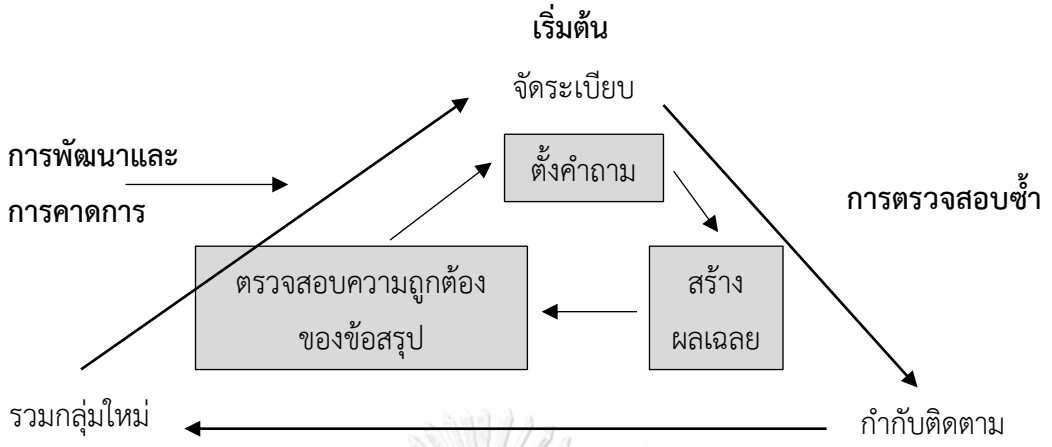
ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่นำเสนอข้างต้นมีจำนวนขั้นตอนที่แตกต่างกัน แต่กระบวนการเหล่านั้นก็มีจุดร่วมที่คล้ายคลึงกันเป็นอย่างเห็นได้ชัด งานวิจัยนี้จึงพิจารณานำขั้นตอนจากกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของ National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2017) ที่นำเสนอแนวคิดจากกรอบหลักสูตรแกนกลางของประเทศสหรัฐอเมริกา (the Common Core State Standards of Mathematics) ซึ่งประกอบด้วย 1. การระบุข้อมูลสำคัญของสถานการณ์โลกจริงที่ต้องการการวิเคราะห์เชิงลึก ร่วมกับปัจจัยที่เกี่ยวข้องและข้อตกลงเบื้อต้นของสถานการณ์ นั่นคือ การระบุถึงตัวแปรและปัจจัยสำคัญของสถานการณ์ที่สนใจ แล้วพิจารณาเลือกตัวแปรและปัจจัยเหล่านั้นมาเพื่อใช้กำหนดเป็นตัวแทนของสถานการณ์ 2. การสร้างตัวแบบให้กับปัญหา นั่นคือ การสร้างและการเลือกใช้ตัวแทนความคิดเชิงกราฟ เชิงตาราง เชิงพีชคณิต หรือเชิงสถิติที่อธิบายถึงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปร เช่น สมการ ฟังก์ชัน รูปทางเรขาคณิต หรือตัวแบบทางสถิติ 3. การใช้งานตัวแบบเพื่อให้ได้มาซึ่งข้อสรุป นั่นคือ การวิเคราะห์และการดำเนินการต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์บนความสัมพันธ์เพื่อนำไปสู่ข้อสรุป 4. การสรุปความหมายให้กับผลเฉลยในรูปแบบของบริบทปัญหา นั่นคือ การแปลความหมายของคำตอบทางคณิตศาสตร์ที่ได้ ให้อยู่ในรูปของสถานการณ์ตั้งต้น 5. การพิจารณาว่าได้ตอบคำถามอย่างสมเหตุสมผลแล้วหรือไม่ และหากมีความจำเป็นให้ย้อนกลับไปพิจารณาที่ตัวแปรและข้อตกลงเบื้องต้น แล้วทำการปรับเปลี่ยนส่วนอื่น ๆ นั่นคือ การตรวจสอบความถูกต้องของข้อสรุปโดยการเปรียบเทียบกับสถานการณ์ตั้งต้น แล้วเลือกว่าจะกลับไปพัฒนาหรือปรับปรุงในส่วนใดของขั้นตอนเพื่อให้เกิดความเข้าใจในสถานการณ์ให้ดียิ่งขึ้น หรือยอมรับผลเฉลยที่ได้มา 6. การรายงานข้อค้นพบต่าง ๆ รวมถึงการยืนยันความถูกต้องของการได้มาซึ่งคำตอบ นั่นคือ การรายงานข้อสรุปและเหตุผลที่สนับสนุนข้อสรุปนั้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

1.6 บทบาทของครูในการจัดการเรียนรู้การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

สำหรับหัวข้อนี้จะนำเสนอเกี่ยวกับบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ โดยมีจุดประสงค์ของการศึกษาหัวข้อนี้เพื่อที่จะใช้กำหนดแนวทางของการจัดการเรียนรู้และจัดสภาพการเรียนรู้ในชั้นเรียนซึ่งเป็นข้อมูลที่ปรากฏในนิตยสาร Mathematics Teacher บทความเขียนโดย Hernández et al. (2017) และนำเสนอภาพ 6 วงจรแสดงบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์และให้คำอธิบาย ดังนี้

ภาพ 6 วงจรแสดงกระบวนการการนำการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ไปใช้ในห้องเรียน



จากภาพ 6 วงจรภายในที่เป็นกรอบสีทึบแสดงกระบวนการการสร้างตัวแบบอย่างง่ายสำหรับนักเรียนถัดออกมาภายนอก คือ วงจรแสดงถึงบทบาทหน้าที่ของครูในการจัดเตรียมความพร้อมสำหรับการจัดการเรียนรู้ ซึ่งมีรายละเอียดดังนี้

1. เริ่มต้นด้วย การสร้างหรือการเลือกงาน โดยครูจะพิจารณาว่างานที่นักเรียนต้องลงมือปฏิบัติเปิดโอกาสให้นักเรียนได้ตัดสินใจในการเข้าถึงปัญหาด้วยวิธีการทางคณิตศาสตร์หรือไม่ และนักเรียนมีความคุ้นเคยกับบริบทรวมถึงมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้หรือไม่ และงานนั้นต้องสามารถดึงดูดความสนใจของนักเรียนได้

ครูสามารถใช้คำถามต่อไปนี้เพื่อเป็นตัวช่วยในการพิจารณาการสร้างหรือการเลือกงานการสร้างตัวแบบ

- นักเรียนจะมีคำถามแบบใดบ้าง หากนำบริบทนี้ไปใช้
- ข้อมูลเพิ่มเติมที่นักเรียนจำเป็นต้องมีหรือต้องการคืออะไร
- นักเรียนจะได้ข้อมูลเพิ่มเติมนั้นมาได้อย่างไร
- นักเรียนจะกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นเมื่อเริ่มต้นสร้างตัวแบบว่าอะไรบ้าง
- ครูจะช่วยนักเรียนมีความมั่นใจในการกำหนดสมมติฐานได้อย่างไร
- กลวิธีในการแก้ปัญหาที่นักเรียนน่าจะใช้คืออะไร
- ครูจะจัดสมดุลระหว่างกลุ่มย่อยและกลุ่มทั้งชั้นเรียนอย่างไร
- ขั้นตอนใดเป็นขั้นตอนของกระบวนการการสร้างตัวแบบที่นักเรียนน่าจะติดขัด
- กลวิธีแบบใดที่ครูจะสามารถนำมาใช้แทรกแซงในระหว่างการดำเนินการตามกระบวนการการสร้างตัวแบบโดยที่ครูไม่ได้เข้าควบคุมการทำงานของนักเรียน
- เครื่องมือที่นักเรียนใช้ในการวิเคราะห์ผลเฉลยและการประเมินผลตัวแบบคืออะไร

2. การนำงานการสร้างตัวแบบมาใช้ เนื่องจากการสร้างตัวแบบเป็นกระบวนการที่นักเรียนสามารถทำซ้ำได้ ในทำนองเดียวกัน การสนับสนุนให้นักเรียนสร้างตัวแบบก็คือกระบวนการที่ครูต้องทำซ้ำ

3. เริ่มต้นด้วยครูต้องจัดการกับการนำเสนอชิ้นงานแก่นักเรียน ซึ่งเกี่ยวข้องกับการแนะนำบริบท ปัญหาและการเปิดโอกาสให้นักเรียนได้สอบถาม เพื่อให้นักเรียนเข้าใจถึงสิ่งที่ต้องทำ ครูอาจเริ่มต้นให้นักเรียนร่วมกันระดมความคิดเกี่ยวกับวิธีการในการเข้าถึงงาน และอภิปรายให้เห็นถึงความจำเป็นที่จะต้องนำคณิตศาสตร์มาใช้วิเคราะห์ปัญหา

4. เมื่อนักเรียนได้ลงมือปฏิบัติงานแล้ว ครูมีหน้าที่คอยกำกับตรวจสอบงานของนักเรียนด้วยการจดบันทึกเกี่ยวกับกลวิธีที่นักเรียนใช้ ข้อตกลงเบื้องต้นที่นักเรียนสร้างขึ้นมา โอกาสที่เกิดขึ้นในการนำคณิตศาสตร์มาใช้ และจุดที่นักเรียนติดขัด ขณะที่งานของนักเรียนกำลังดำเนินไป ครูสามารถเรียกรวมกลุ่มทั้งชั้นเรียนได้จากหลากหลายสาเหตุ ขึ้นอยู่กับว่านักเรียนอยู่ในขั้นตอนใดของการสร้างตัวแบบ เช่น ครูเรียกรวมกลุ่มทั้งชั้นเรียนเพื่อพูดถึงมโนทัศน์คลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้น ครูตอบคำถามในเรื่องความเข้าใจเกี่ยวกับปัญหา ครูให้ข้อแนะนำเล็กน้อยแก่นักเรียน หรือครูให้นักเรียนแบ่งปันความก้าวหน้าในการทำงานหรือให้ข้อมูลย้อนกลับแก่นักเรียน

5. เมื่อนักเรียนได้ผลเฉลยสุดท้ายแล้ว ครูควรให้นักเรียนวิเคราะห์คำตอบที่ได้มา และประเมินตัวแบบซ้ำอีกครั้ง ขั้นตอนนี้รวมไปถึงการให้นักเรียนทำความเข้าใจคำตอบในแง่ของบริบทปัญหาอย่างมีเหตุผล จนถึงการให้นักเรียนหาทางตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ หรือให้สำรวจว่าคำตอบที่ได้มาจะเปลี่ยนไปอย่างไร หากข้อตกลงเบื้องต้นที่กำหนดไว้มีการเปลี่ยนแปลง

6. ครูอาจสรุปแนวคิดเกี่ยวกับหลักการทางคณิตศาสตร์ของการได้มาซึ่งคำตอบที่นักเรียนใช้ ขั้นตอนนี้ยังเปิดโอกาสให้ครูอภิปรายถึงกระบวนการการสร้างตัวแบบได้ด้วย ครูอาจใช้คำถามให้นักเรียนสะท้อนคิดเกี่ยวกับกระบวนการการสร้างตัวแบบ และแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับกลวิธีที่ช่วยให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการได้มาซึ่งคำตอบ การตรวจสอบซ้ำเป็นโอกาสที่ดีที่สุดสำหรับการอภิปรายว่าปัญหาสามารถเปลี่ยนแปลง หรือขยายต่อไปได้อย่างไร และคำตอบของนักเรียนยังใช้งานในสถานการณ์ใหม่ได้หรือไม่

นอกจากนี้ Hernández et al. (2017) ยังได้นำเสนอคำถามเพื่อประเมินผลระหว่างเรียน (formative assessment) เกี่ยวกับการมีส่วนร่วมของนักเรียนในการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นคำถามที่สอดคล้องกับขั้นตอนของของกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของ CMA & SIAM (2019) ซึ่งแสดงรายละเอียดดังตาราง 2

ตาราง 2 คำถามที่ออกแบบโดย Hernández et al. (2017) เพื่อใช้ในการประเมินผลการมีส่วนร่วมของนักเรียนในการสร้างตัวแบบระหว่างเรียน

องค์ประกอบของการสร้างตัวแบบ	คำถามเกี่ยวกับตัวแบบและวิธีการสร้างตัวแบบ
การนิยามปัญหา	- ตัวแบบของนักเรียนเจาะจงที่จะแก้ปัญหาในเรื่องใด
การกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น	- นักเรียนตั้งข้อตกลงเบื้องต้นอะไรบ้างเพื่อใช้แก้ปัญหาดังกล่าว - เพราะเหตุใดจึงตัดสินใจเช่นนั้น
การนิยามตัวแปร	- ข้อมูลหรือจำนวนที่ปรากฏในตัวแบบมีที่มาจากที่ใด
การได้ผลเฉลย	- รูปภาพ แผนภาพ หรือกราฟอะไรที่อาจจะช่วยให้คนอื่นเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูล ตัวแบบ และคำตอบของนักเรียนได้
การวิเคราะห์และการประเมินผลตัวแบบ	- นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าตัวแบบที่ได้มาเป็นตัวแบบที่ดี/ใช้งานได้ - เพราะเหตุใดตัวแบบของนักเรียนจึงสมเหตุสมผล
การรายงานผลลัพธ์	- 5 สิ่งสำคัญที่จะทำให้คนอื่นเข้าใจเกี่ยวกับตัวแบบและ/หรือคำตอบของนักเรียนคืออะไร

จากการศึกษาเกี่ยวกับบทบาทของครูในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ทำให้ทราบถึงบทบาทหน้าที่ของครูในการจัดการเรียนรู้ด้วยการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย(1) การสร้างหรือเลือกชิ้นงาน (2) การเตรียมการนำเสนอและการทำความเข้าใจในชิ้นงาน (3) การลงมือปฏิบัติตามกระบวนการการสร้างตัวแบบในชั้นเรียน งานวิจัยได้ศึกษาหัวข้อนี้และเล็งเห็นถึงสิ่งที่ควรพิจารณาในการเลือกหรือออกแบบเครื่องมือด้วยคำถามที่ปรากฏข้างต้น และการเตรียมการนำเสนอชิ้นงานแก่นักเรียน และได้เล็งเห็นถึงแนวทางการออกแบบการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งพิจารณาเห็นสิ่งที่จะนำมาสอดแทรกในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ดังนี้ 1) การเรียกกลุ่มรวมเพื่อติดตามความคืบหน้าของการทำงานหรือบ่งชี้มโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนหรือตอบคำถามที่เกี่ยวข้องกับความเข้าใจสถานการณ์และ 2) การใช้คำถามกำกับติดตามการมีส่วนร่วมของนักเรียนเพื่อให้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ตอนที่ 2 การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Krulik and Rudnick (1992) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า สถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณหรือเรื่องต่าง ๆ ที่บุคคลหรือกลุ่มคนกำลังเผชิญอยู่ เป็นสถานการณ์ที่ต้องได้รับการแก้ปัญหา และเป็นสถานการณ์ที่ไม่ได้ระบุวิธีการหรือการดำเนินการที่ชัดเจนในการได้มาซึ่งคำตอบโดยต้องอาศัยการคิดและการสังเคราะห์ความรู้ต่าง ๆ ที่ได้เรียนรู้มาก่อนหน้าเพื่อใช้ในการแก้ปัญหา

ยุพิน พิพิธกุล (2542) กล่าวว่า ปัญหาคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่นักเรียนจะต้องค้นหาความจริงหรือข้อสรุปของสิ่งใหม่ที่นักเรียนยังไม่เคยเรียนมาก่อน มีเนื้อหาเกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ที่ต้องอาศัยกระบวนการทางคณิตศาสตร์เข้ามาแก้ไข

กรมวิชาการ (2545) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นปัญหาที่จะพบในการเรียนคณิตศาสตร์ การแก้ปัญหาต่าง ๆ จะต้องใช้ความสามารถในการแก้ปัญหาและความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555b) ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าสถานการณ์ที่เกี่ยวกับคณิตศาสตร์ที่เผชิญอยู่ และต้องการค้นหาคำตอบ โดยที่ยังไม่รู้วิธีการหรือขั้นตอนที่จะได้คำตอบของสถานการณ์นั้นได้ทันที

จากการศึกษาความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำให้ได้ข้อสรุปว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์หมายถึงสถานการณ์ที่กำลังเผชิญอยู่และไม่สามารถแก้ปัญหาได้ในทันที แต่ต้องอาศัยความสามารถและความรู้ทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ เข้ามาช่วยในการแก้ปัญหา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2.2 ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์

Krulik and Rudnick (1992) กล่าวถึงลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่าต้องมีลักษณะอย่างน้อย 1 ข้อที่สอดคล้องกับลักษณะตามที่แสดงไว้ต่อไปนี้

1. เป็นปัญหาที่น่าสนใจ และท้าทายความสามารถของนักเรียน
2. เป็นปัญหาที่ต้องใช้ทักษะการสังเกตและการวิเคราะห์
3. เป็นปัญหาที่เปิดโอกาสให้เกิดการอธิบาย และเกิดการปฏิสัมพันธ์
4. เป็นปัญหาที่ต้องใช้ความเข้าใจในด้านมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์และการประยุกต์ใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์
5. เป็นปัญหาที่สามารถหาคำตอบได้หลายวิธี

สิริพร ทิพย์คง (2544) ได้สรุปลักษณะของปัญหาที่ดีไว้ ดังนี้

1. ภาษาที่ใช้กระชับ รัดกุม ถูกต้องสามารถเข้าใจได้ง่าย
2. แปลกใหม่สำหรับนักเรียน
3. ไม่สั้นหรือไม่ยาวเกินไป
4. ไม่ยากหรือไม่ง่ายเกินไป สำหรับความสามารถของนักเรียนในวัยนั้น ๆ
5. สถานการณ์ปัญหาเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
6. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะนำไปประกอบการพิจารณาแก้ปัญหาได้
7. เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงประจำวันของนักเรียน
8. ข้อมูลที่มีต้องมีความทันสมัย และเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง
9. มีวิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี
10. นักเรียนสามารถใช้ภาพวาดลายเส้นแทน แผนภาพไดอะแกรม หรือใช้แผนภูมิในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555b) นำเสนอลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดี ซึ่งประกอบด้วยลักษณะดังนี้

1. สถานการณ์ปัญหาและความยากง่ายต้องเหมาะสมกับวัยของนักเรียน
2. ให้ข้อมูลอย่างเพียงพอที่จะใช้ในการพิจารณาแก้ปัญหาได้
3. ข้อมูลมีความทันสมัย และเกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันของนักเรียน หรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้จริง

จากการศึกษาเกี่ยวกับลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำให้ได้ข้อสรุปว่า ลักษณะของปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีควรประกอบด้วย 1. ความยากง่ายที่เหมาะสมกับนักเรียน 2. ข้อมูลที่ใช้พิจารณาในการแก้ปัญหามีเพียงพอ 3. ข้อมูลมีความทันสมัยและเกี่ยวข้องกับชีวิตจริง หรือเป็นเหตุการณ์ที่เป็นไปได้ และ 4. นักเรียนสามารถเข้าถึงการแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการที่หลากหลาย และ 5. ปัญหามีความท้าทาย และแปลกใหม่สำหรับนักเรียน

2.3 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1957) กล่าวถึงความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า วิธีการหรือทางออกของสิ่งที่ยุ่งยาก สิ่งที่เป็นอุปสรรค ซึ่งไม่สามารถคิดหาคำตอบได้ในทันที

Krulik and Rudnick (1992) ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า กระบวนการที่บุคคลใช้ความรู้ที่เคยเรียนมาก่อนหน้า ทักษะ และความเข้าใจในการแก้สถานการณ์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย นักเรียนต้องสังเคราะห์ความรู้ที่ได้เรียนมา และนำไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่ ๆ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555b) กล่าวถึงการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า ความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้ ขั้นตอน หรือกระบวนการทางคณิตศาสตร์ กลวิธีและยุทธวิธีการแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า การแก้ปัญหาเป็นการทำงานโดยใช้กระบวนการที่ยังไม่ทราบมาก่อนล่วงหน้าในการหาคำตอบของปัญหา

NCTM (2000) กล่าวว่า การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ คือ การทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ซึ่งการหาคำตอบของนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเพียงแค่การหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการได้มาซึ่งคำตอบ

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2537) กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นวิธีการเพื่อให้ได้คำตอบของปัญหาซึ่งผู้แก้ปัญหาจะต้องนำความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมประมวลเข้ากับสถานการณ์ใหม่ที่กำหนดในปัญหา

จากการศึกษาเกี่ยวกับความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำให้ได้ข้อสรุปว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ คือ ความสามารถในการประยุกต์ใช้ความรู้ ทักษะ กระบวนการทางคณิตศาสตร์ที่สั่งสมมาก่อนหน้าและนำมาประยุกต์ใช้ในการเผชิญกับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ไม่คุ้นเคยและต้องได้รับการแก้ไข

2.4 ความสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555b) กล่าวถึงความสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาว่า การแก้ปัญหาเป็นกระบวนการที่จะทำให้นักเรียนมีทักษะในการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้งานจริง การเรียนรู้จากการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะช่วยให้นักเรียนมีแนวทางในการคิดที่หลากหลาย มีนิสัยกระตือรือร้นและมีความมั่นใจในการแก้ปัญหาที่เผชิญอยู่ทั้งภายในและภายนอกห้องเรียน ตลอดเป็นทักษะพื้นฐานที่นักเรียนสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาอื่น ๆ ในชีวิตประจำวันได้ตลอดชีวิต

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวถึงความสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ว่า แม้การแก้ปัญหาจะเป็นกระบวนการที่ซับซ้อน และดูยุ่งยาก แต่ก็มีประโยชน์ต่อการพัฒนานักเรียนหลาย ๆ ด้าน ดังนี้

1. ช่วยพัฒนาทักษะและกระบวนการคิดของนักเรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น
2. ช่วยพัฒนาความสามารถของนักเรียนในการเชื่อมโยง และใช้ความรู้ที่เรียนมาในการแก้ปัญหาจริง
3. ช่วยพัฒนาทักษะของนักเรียนในการเลือกและการใช้กลวิธีแก้ปัญหาอย่างเหมาะสมและมีประสิทธิภาพ

4. ช่วยเพิ่มพูนประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย

จากการศึกษาเกี่ยวกับความสำคัญของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำให้ได้ข้อสรุปว่า การแก้ปัญหาช่วยให้นักเรียนนำความรู้ที่เรียนมามาใช้ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตประจำได้ ทั้งยังช่วยให้นักเรียนมีแนวคิดหรือประสบการณ์ที่หลากหลายในการพิจารณาเลือกใช้วิธีการในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

2.5 กระบวนการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

Polya (1957) นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้

ขั้นที่ 1 เข้าใจปัญหา (Understanding the problem)

เป็นขั้นตอนที่นักเรียนคิดเกี่ยวกับปัญหาเพื่อทำความเข้าใจ นักเรียนจะต้องตัดสินว่าสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร เพื่อกำหนดทิศทางในการระบุส่วนสำคัญของปัญหาซึ่งได้แก่ ตัวแปรไม่ทราบค่า ข้อมูลที่กำหนดมาให้และเงื่อนไขต่าง ๆ โดยนักเรียนจะต้องพิจารณาสิ่งเหล่านั้นอย่างถี่ถ้วนและหลากหลายมุมมอง หรือใช้วิธีการต่าง ๆ เพื่อช่วยให้เกิดความเข้าใจในปัญหานั้น เช่น การเขียนแผนภูมิ หรือการเขียนสาระของปัญหาด้วยถ้อยคำของตน

ขั้นที่ 2 วางแผนแก้ปัญหา (Devising a plan)

เป็นขั้นตอนที่นักเรียนค้นหาความเชื่อมโยงหรือความสัมพันธ์ของข้อมูลและตัวแปรไม่ทราบค่า และนำความสัมพันธ์นั้นมาผสมผสานกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหา เช่น การเทียบเคียงกับปัญหาที่คุ้นเคยหรือมีตัวแปรที่ใกล้เคียงกัน และประยุกต์ใช้กลวิธีในการแก้ปัญหาจากปัญหาที่คุ้นเคย เพื่อกำหนดแนวทางหรือแผนการในการแก้ปัญหาและการเลือกใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา เช่น การเปลี่ยนมุมมอง ดัดแปลงปัญหา การทำปัญหาให้ง่ายขึ้นด้วยลดทอนรายละเอียดบางอย่างที่ไม่กระทบต่อโครงสร้างของปัญหา

ขั้นที่ 3 ดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan)

เป็นขั้นตอนที่นักเรียนลงรายละเอียดเกี่ยวกับการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้คำตอบ โดยเริ่มจากตรวจสอบความเป็นไปได้ของแผน และปฏิบัติตามแผนที่วางไว้ ในกรณีที่แผนหรือกลวิธีที่เลือกใช้ในการแก้ปัญหาไม่สามารถแก้ปัญหาได้ นักเรียนจำเป็นต้องค้นหาแผนการหรือกลวิธีในการแก้ปัญหาใหม่

ขั้นที่ 4 ตรวจสอบผล (Looking back)

เป็นขั้นตอนที่นักเรียนมองย้อนกลับไปยังคำตอบที่ได้มาเพื่อตรวจสอบความถูกต้องหรือความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมถึงความครบถ้วนของเงื่อนไขและพิจารณาว่ามีคำตอบหรือกลวิธีอื่นในการแก้ปัญหาอีกหรือไม่ เพื่อปรับปรุงคำตอบของปัญหาให้ดียิ่งขึ้น

Mayer (1992) นำเสนอกระบวนการในการแก้ปัญหาและความสามารถที่ต้องใช้ในแต่ละขั้นตอน ซึ่งสรุปได้ ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 การสร้างตัวแทนความคิดของปัญหา (Problem representation) เป็นขั้นทำความเข้าใจปัญหา โดยการแปลงคำอธิบายของปัญหาให้เป็นตัวแทนความคิดภายในจิตใจ ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนย่อย ๆ ดังนี้

1.1 ขั้นแปลความหมายของปัญหา (Problem translation) เป็นขั้นสกัดเอาแนวคิดมโนทัศน์จากคำอธิบายต่าง ๆ ของปัญหาที่อยู่ในรูป ประโยคภาษา กราฟ แผนภูมิ ตาราง หรือรูปภาพ โดยอาศัยความรู้ 2 ประเภท ได้แก่ ความรู้ทางภาษา (Linguistic knowledge) เพื่อช่วยให้เข้าใจความหมายของคำต่าง ๆ และความรู้ทางศัพท์และนิยามทางคณิตศาสตร์ (Semantic knowledge)

1.2 ขั้นบูรณาการข้อมูล (Problem integration) เป็นขั้นที่ใช้ความรู้ทางศัพท์และนิยามทางคณิตศาสตร์ (Semantic knowledge) มาใช้เชื่อมโยงข้อมูลต่าง ๆ จากปัญหา คัดเลือกข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และสร้างตัวแทนความคิดที่สัมพันธ์กับปัญหา โดยพฤติกรรมที่พบในขั้นตอนนี้แสดงออกมาได้หลากรูปแบบ เช่น

- บอกถึงความขัดแย้งของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ได้ทั้งตามหลักเหตุผลหรือหลักคณิตศาสตร์ได้
- แยกแยะได้ว่าข้อมูลใดจำเป็นและไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาได้
- ระบุได้ว่ามีข้อมูลที่จำเป็นเพียงพอต่อการแก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมคืออะไรบ้าง
- สร้างโจทย์ใหม่ที่สอดคล้องกับการดำเนินการแก้โจทย์ปัญหาหรือสมการของปัญหาที่กำหนดมาให้ได้
- จำแนกโจทย์ปัญหาตามเนื้อหาหรือความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาได้
- สร้างตัวแทนความคิดของปัญหาที่สัมพันธ์กับข้อมูลและเงื่อนไขที่ของปัญหาได้ โดยใช้การวาดรูป สร้างแผนภูมิ สร้างตาราง สร้างแผนภาพ หรือสมการเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล

ขั้นตอนที่ 2 การหาทางออกให้กับปัญหา (Problem solution) เป็นขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา โดยใช้ตัวแทนความคิดของปัญหาที่สร้างขึ้น มาประกอบในการวางแผน เพื่อหากลวิธีที่จะนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอนย่อย ๆ ดังนี้

2.1 ขั้นวางแผนในการหาคำตอบ และการกำกับตรวจสอบ (Solution planning and monitoring) เป็นขั้นเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์กับตัวแทนความคิดของปัญหาที่ได้มาไปสู่

CHULALONGKORN UNIVERSITY

การหาคำตอบของปัญหา เพื่อลำดับขั้นตอนของการแก้ปัญหา และเลือกกลวิธีแก้ปัญหา พร้อมกำกับตรวจสอบการแก้ปัญหา เพื่อตรวจสอบว่าแต่ละขั้นตอนที่ใช้ถูกต้อง และเหมาะสมแล้วหรือไม่ โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับกลวิธี (Strategic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้เกี่ยวกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาของแต่ละบุคคลในการวางแผนหรือเลือกใช้กลวิธีที่จะนำไปสู่การหาคำตอบ

2.2 ขั้นดำเนินการตามแผน (Solution execution) เป็นขั้นดำเนินการตามแผนและวิธีการที่ได้วางไว้ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยอาศัยความรู้เชิงวิธีการ (Procedural knowledge) ซึ่งเป็นขั้นสุดท้ายของการแก้ปัญหา

Krulik and Rudnick (1992) นำเสนอถึงกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งสามารถสรุปได้ ดังนี้

1. ขั้นการอ่านและการคิด (Read and Think) เป็นขั้นการวิเคราะห์ปัญหา ตรวจสอบ และประเมินผลข้อเท็จจริง และเชื่อมโยงส่วนต่าง ๆ ของปัญหาด้วยการระบุข้อเท็จจริง การระบุคำถาม การกำหนดภาพของสถานการณ์และสิ่งที่เกิดขึ้น และการแปลงปัญหาให้เป็นถ้อยคำของตน

2. ขั้นการสำรวจและวางแผน (Explore and Plan) เป็นขั้นรวบรวมข้อมูล โดยการวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อตัดสินใจเลือกข้อมูลที่มีความจำเป็นต่อการแก้ปัญหา หากไม่จำเป็นให้ตัดทิ้งไป และจัดระเบียบข้อมูลให้อยู่ในรูปแบบตาราง รูปภาพ ตัวแบบต่าง ๆ หรือวิธีการอื่น ๆ เพื่อใช้ในการวางแผนการหาคำตอบ

3. ขั้นคัดเลือกกลวิธี (Select a strategy) เป็นขั้นเลือกกลวิธี ซึ่งจะเป็นขั้นในการกำหนดทิศทางในการหาคำตอบหรือวิธีการในการแก้ปัญหา

4. ขั้นการหาคำตอบ (Find an answer) เป็นขั้นใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสมกับการปัญหานั้น ๆ เช่น ทักษะการคำนวณ ทักษะทางพีชคณิต ทักษะทางเรขาคณิต

5. ขั้นการสะท้อนคิดและขยายผล (Reflect and extend) เป็นขั้นตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ความสมเหตุสมผลของคำตอบ และตรวจสอบความสอดคล้องของคำตอบกับเงื่อนไข รวมไปถึงการค้นหาวิธีการแก้ปัญหาด้วยวิธีการอื่น ๆ และขยายคำตอบไปสู่กรณีทั่วไปหรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ภายใต้สถานการณ์เดิม

2.6 กลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544) ได้กล่าวถึงกลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. การเดาและการตรวจสอบ
2. การเขียนภาพ เขียนแผนภูมิ และสร้างแบบจำลอง
3. การสร้างตาราง
4. การใช้ตัวแปร

5. การค้นหาแบบรูป

6. การให้เหตุผลทางตรง

7. การย้อนกลับ

8. การสร้างปัญหาใหม่ ซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 3 ลักษณะ ได้แก่

8.1 นึกถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องกัน

8.2 แก้ปัญหาที่ง่ายกว่า

8.3 กำหนดเป้าหมายตรง

Billstein; Linerskind; & Lott (1997 อ้างถึงในทรงชัย อักษรคิด, 2555) กล่าวถึงกลวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. ลงมือปฏิบัติจริง

2. ใช้แผนภาพ/วาดตัวแบบ

3. แบ่งให้เป็นปัญหาย่อย/ทำปัญหาให้ง่ายลง

4. ค้นหาแบบรูป

5. แจกแจงรายการอย่างเป็นระบบ/สร้างตาราง

6. เดาและตรวจสอบ/ลองผิดลองถูก

7. ทำย้อนกลับ

8. เขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์/ใช้ตัวแปร

9. เปลี่ยนมุมมอง/นึกถึงปัญหาที่คล้ายกัน

อัมพร ม้าคนอง (2553) กล่าวว่า กลวิธีในการแก้ปัญหาเป็นเครื่องมือที่จะช่วยให้นักเรียนคิดและแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้สำเร็จ และได้เสนอแนะกลวิธีดังนี้

1. การลองผิดลองถูก เป็นวิธีที่นักเรียนมักใช้กับปัญหาที่สามารถทดสอบคำตอบได้ แม้จะเป็นวิธีที่ไม่แน่นอนว่าจะได้คำตอบช้าหรือเร็ว แต่เป็นวิธีที่นักเรียนสามารถทำได้สะดวก

2. การวาดภาพ การวาดภาพประกอบช่วยให้นักเรียนสามารถเข้าใจความซับซ้อนและทำให้บริบทของปัญหาง่ายขึ้น หรือทำให้ปัญหามีความเป็นนามธรรมเป็นรูปธรรมมากขึ้น

3. การสร้างโมเดล เป็นวิธีการแก้ปัญหาโดยการจำลองโมเดลของปัญหา เช่น การใช้สมการหรือกราฟ

4. การค้นหาแบบรูป ปัญหาบางอย่างมีแบบรูป การค้นหาแบบรูปอาจทำให้พบความสัมพันธ์บางอย่าง และอาจมีประโยชน์ในการหาคำตอบ

5. การสร้างรายการ ตาราง และแผนภูมิ การจัดระบบหรือค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยใช้ตารางหรือแผนภูมิ อาจทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหาชัดเจนขึ้น

6. การทำงานย้อนกลับ เป็นการแก้ปัญหาโดยเริ่มต้นจากคำตอบที่ต้องการแล้วมองย้อนกลับไปหาข้อมูลหรือวิธีการแก้ปัญหาก่อนหน้า เพื่อจะตัดสินใจว่าจะต้องใช้ข้อมูลหรือทำงานอะไรก่อน

7. การใช้ปัญหาที่คุ้นเคยและง่ายกว่า เป็นการทำปัญหาให้อยู่ในรูปแบบที่เคยแก้ได้หรือสามารถใช้วิธีการแก้ปัญหาอื่นที่ง่ายกว่า

8. การใช้เหตุผลเชิงตรรกะ เป็นการแก้ปัญหาโดยใช้หลักการที่เป็นเหตุเป็นผลและไม่เกิดข้อขัดแย้ง เนื่องจากปัญหาทางคณิตศาสตร์บางอย่างไม่เกี่ยวข้องกับการคำนวณ แต่ต้องใช้เหตุผลในการคิด

2.7 แนวทางในการพัฒนาความสามารถในแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

NCTM (1991) สภาพแวดล้อมที่เอื้อให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. เป็นบรรยากาศที่ยอมรับและเห็นคุณค่าของแนวคิดและความรู้สึกของนักเรียน
2. ให้เวลาสำรวจแนวคิดทางคณิตศาสตร์
3. ส่งเสริมให้นักเรียนใช้ความสามารถในการกำหนดปัญหาและสร้างข้อคาดเดา
4. ให้นักเรียนให้เหตุผลและสนับสนุนแนวคิดด้วยข้อความทางคณิตศาสตร์

อัมพร ม้าคนอง (2553) อธิบายถึงแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้โดยระบุสิ่งที่ควรเพิ่มและสิ่งที่ควรลด ดังนี้

สิ่งที่ควรเพิ่ม

- การแก้โจทย์ปัญหาที่มีโครงสร้างหลากหลาย และมีความซับซ้อนกว่าปัญหาที่เป็นตัวอย่างและแบบฝึกหัด
- การอธิบายปัญหาโดยใช้ภาษา ตัวเลข กราฟ รูปเรขาคณิต หรือสัญลักษณ์อื่น ๆ
- การแก้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตประจำวันและการประยุกต์
- เทคนิคและกลวิธีแก้ปัญหา
- การสร้างคำถามจากสถานการณ์ปัญหา และการเปลี่ยนแปลงเงื่อนไขในปัญหา
- การใช้ปัญหาปลายเปิดและการขยายความคิดเกี่ยวกับการแก้ปัญหา
- การตรวจสอบความเหมาะสมของวิธีแก้ปัญหา และความสมเหตุสมผลของคำตอบ

สิ่งที่ควรลด

- การฝึกซ้ำ ๆ การฝึกปัญหาขั้นตอนเดียว และการฝึกปัญหาที่มีโครงสร้างที่นักเรียนคุ้นเคย
- การฝึกแก้ปัญหาตามประเภทของปัญหา เช่น ปัญหาเกี่ยวกับการโยนเหรียญ ปัญหาเกี่ยวกับอายุ

สิริพร ทิพย์คง (2544) กล่าวว่า ผู้สอนสามารถช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้ ดังนี้

1. ผู้สอนเลือกปัญหาที่กระตุ้นความสนใจของนักเรียน และเป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องนั้น ๆ และในการเตรียมโจทย์ ผู้สอนจะต้องคำนึงถึงความแตกต่างระหว่างบุคคลของนักเรียนด้วย

2. ตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียน หากนักเรียนมีความรู้ไม่เพียงพอ ผู้สอนจะต้องเสริม หรือทบทวน เพื่อให้นักเรียนมีความรู้เพียงพอ ที่จะนำไปในการแก้ปัญหา

3. ผู้สอนควรให้อิสระในความคิดในการแก้ปัญหาแก่นักเรียน

4. ผู้สอนควรตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเป็นระยะ

ทรงชัย อักษรคิด (2555) ได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาจากนักการศึกษาหลายท่านและสรุปเป็นแนวทางพัฒนาตามกระบวนการในการแก้ปัญหาสี่ขั้นตอนของโพลยา ซึ่งกล่าวโดยสรุปได้ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา ด้วยการที่ผู้สอนให้นักเรียนได้ฝึกฝนอ่านข้อความ อ่านปัญหา และทำความเข้าใจ และใช้การถามตอบกับนักเรียนเพื่อพัฒนาความเข้าใจปัญหา จากนั้นให้นักเรียนได้ฝึกฝนทำความเข้าใจด้วยตนเอง

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหา ด้วยการที่ครูให้นักเรียนฝึกวางแผนก่อนลงมือทำด้วยตนเองอยู่เสมอ อาจใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง นอกจากนี้ปัญหาที่นำมาให้นักเรียนฝึกคิดควรเป็นปัญหาที่แปลกใหม่

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน สำหรับขั้นตอนนี้ครูควรฝึกให้นักเรียนได้ตรวจสอบความถูกต้องและความเป็นไปได้ของแผนด้วยการทำความเข้าใจแผนอย่างละเอียดก่อนดำเนินการตามแผน

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผล สำหรับการตรวจสอบผลเป็นการมองย้อนกลับไปที่ขั้นตอนการแก้ปัญหา โดยมีแนวทางในการพัฒนาการตรวจสอบผล 4 แนวทาง ได้แก่

4.1 กระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบคำตอบ

4.2 ฝึกให้นักเรียนคะเนคำตอบและตีความหมายของคำตอบ

4.3 สนับสนุนให้นักเรียนใช้วิธีการที่หลากหลายในการแก้ปัญหา และ

4.4 ฝึกให้นักเรียนตั้งปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน

CHULALONGKORN UNIVERSITY

2.8 การวัดและประเมินผลความสามารถในการแก้ปัญหา

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555c) กล่าวว่า การประเมินผลการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สามารถพิจารณาได้จากรายการประเมิน 4 ประเด็น คือ 1) ความเข้าใจปัญหา 2) การเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา 3) การใช้กลวิธีในการแก้ปัญหา และ 4) การสรุปคำตอบ โดยพิจารณาประเมินผลแบบเกณฑ์รวมที่ระดับคุณภาพ 4 ระดับ ดังตาราง 3 และในกรณีที่ผู้ประเมินต้องการตรวจสอบการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละประเด็นย่อยตามกระบวนการแก้ปัญหา อาจกำหนดเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยที่มีการกำหนดระดับคุณภาพของแต่ละประเด็นย่อยเป็น 3 ระดับ คือ 1, 2 และ 3 ดังตาราง 4

ตาราง 3 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์รวมของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
4 (ดีมาก)	● เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องชัดเจน ● เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม สอดคล้องกับปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน ● สรุปคำตอบได้อย่างถูกต้อง ชัดเจน
3 (ดี)	● เข้าใจปัญหาได้อย่างถูกต้องชัดเจน ● เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม สอดคล้องกับปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน ● สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สมบูรณ์
2 (พอใช้)	● เข้าใจปัญหาบางส่วนไม่ถูกต้อง ● เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่เหมาะสม หรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่การแสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน
1 (ต้องปรับปรุง)	● ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตาราง 4 ตัวอย่างเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี)	●เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง
	2 (พอใช้)	●เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเป็นบางส่วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	●เข้าใจปัญหาน้อยมาก หรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกกลวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	●เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา
	2 (พอใช้)	●เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสม หรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา
	1 (ต้องปรับปรุง)	●เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้กลวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี)	●นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนชัดเจน
	2 (พอใช้)	●นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้อย่างถูกต้อง แต่แสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนยังไม่ชัดเจน
	1 (ต้องปรับปรุง)	●นำวิธีการแก้ปัญหาไปไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี)	●สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์
	2 (พอใช้)	●สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน
	1 (ต้องปรับปรุง)	●ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตอนที่ 3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษางานวิจัยทั้งในและต่างประเทศที่เกี่ยวข้องกับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

3.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Chamberlin and Moon (2005) ศึกษาเกี่ยวกับการใช้กิจกรรมสร้างตัวแบบ (Model-Eliciting Activities หรือ MEAs) เพื่อเป็นเครื่องมือในการพัฒนาความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ และระบุว่านักเรียนคนใดมีความสามารถพิเศษในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ MEAs ถูกพัฒนาขึ้นด้วยจุดประสงค์ 2 จุดประสงค์ 1. MEAs จะสนับสนุนให้นักเรียนสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาที่ซับซ้อนเหมือนสิ่งที่นักคณิตศาสตร์ประยุกต์ทำ และ2. MEAs ได้รับการออกแบบมาเพื่อให้นักวิจัยได้สำรวจการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ผลการศึกษา ผู้วิจัยสรุปว่า MEAs มีประสิทธิภาพในการพัฒนาและระบุนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษในการคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมต้นได้

E. Lisa (2010) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยเปรียบเทียบผลการทดสอบความสามารถของนักเรียน 3 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดการใช้ตัวแบบ กลุ่มนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์ และกลุ่มอื่น ๆ โดยผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดการเรียนรู้ตามแนวคิดใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนอีก 2 กลุ่ม

Asempapa (2015) ได้ศึกษาหัวข้อ “การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์: ความจำเป็นสำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้น” โดยนำกิจกรรมสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ไปใช้กับนักเรียนระดับประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นในสหรัฐอเมริกา ตัวอย่างของงานสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการศึกษานี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนระดับชั้นประถมศึกษาและมัธยมศึกษาตอนต้นสามารถมีส่วนร่วมในงานสร้างตัวแบบได้ และแสดงให้เห็นว่างานสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นตัวขับเคลื่อนที่ทรงพลังในการพัฒนาการให้เหตุผลเชิงจำนวน ทักษะการแก้ปัญหา และสมรรถนะสร้างการสร้างตัวแบบ และยังแสดงให้เห็นว่างานสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์สนับสนุนการพัฒนาแนวปฏิบัติทางคณิตศาสตร์ (mathematical practices) ที่หลากหลาย และทักษะการเรียนรู้สำหรับศตวรรษที่ 21 ที่เป็นประโยชน์สำหรับสถานการณ์โลกจริงและชีวิตในปัจจุบัน

D. D. Bock, N. Veracx, and W. V. Dooren (2015) ได้ศึกษาเกี่ยวกับความสามารถของนิสิตครูในการเชื่อมโยงตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์โลกจริง โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนิสิตครูคณิตศาสตร์ชั้นปีที่ 3 จำนวน 40 คน ซึ่งผลการวิจัยพบว่า การใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในครั้งแรก ๆ นิสิตครูยังไม่สามารถใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง และไม่สามารถเชื่อมโยงกับสถานการณ์

โลกจริงได้ ในครั้งต่อ ๆ มา นิสิตครูจึงได้ใช้กลยุทธ การวางแผน เจตคติที่ดี และการทำงานร่วมกัน ทำให้สามารถใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ได้ดีขึ้น และสามารถใช้เพื่อเชื่อมโยงระหว่างโลกจริงกับคณิตศาสตร์ได้

Mumcu H. Y. (2016) ได้ศึกษาความสัมพันธ์เชิงทฤษฎีของการใช้คณิตศาสตร์ การประยุกต์คณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์และการรู้คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่าการประยุกต์คณิตศาสตร์สู่ชีวิตประจำวันจำเป็นต้องใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นตัวกลางในการเชื่อมโยงความสัมพันธ์จากโลกของคณิตศาสตร์สู่โลกของความจริง ซึ่งในการเชื่อมโยงนั้นจำเป็นจะต้องอาศัยความรู้ที่เกี่ยวข้องกับคณิตศาสตร์ในการที่จะเชื่อมโยงและสำหรับผู้ที่ต้องการเชื่อมโยงนั้น จะต้องมีการรู้คณิตศาสตร์อยู่ในระดับดี

Stohlmann (2017) ศึกษาเกี่ยวกับ “การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น กิจกรรมล้วงความคิดเกี่ยวกับตัวแบบจากงานศิลปะหุ่นยนต์” การศึกษานี้ยังให้ข้อมูลเกี่ยวกับความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ในเรื่องของเรขาคณิตและการวัด ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจากห้องเรียนที่มีความหลากหลายและพบว่าตัวแบบทางคณิตศาสตร์สามารถพัฒนาทักษะการสื่อสารของนักเรียน และพบว่านักเรียนสื่อสารไม่ชัดชัดเจนในช่วงต้น แต่ด้วยโครงสร้างของกิจกรรมที่นักเรียนสามารถประเมินตนเองในเรื่องคุณภาพการสื่อสารและการทำงานได้จึงเกิดการพัฒนาขึ้น ดังนั้น ครูสามารถใช้กิจกรรมล้วงความคิดเกี่ยวกับตัวแบบและกระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นการประเมินผลระหว่างเรียนเพื่อสร้างความเข้าใจของนักเรียนและพัฒนาแนวคิดนั้นให้ไปไกลมากขึ้น

3.2 งานวิจัยในประเทศ

วิฬาร์ เลิศสมิตพร (2558) ศึกษาเกี่ยวกับการกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนว Model-Eliciting Activities ที่มีต่อความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลอง 31 คนและกลุ่มควบคุม 30 คน ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนผ่านกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนว Model-Eliciting Activities สูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนว Model-Eliciting Activities สูงกว่านักเรียนที่เรียนด้วยกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติ อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนว Model-Eliciting Activities มีพัฒนาการของ

ความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

วีรพล เทพบรรหาร (2560b) ศึกษาเกี่ยวกับผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งมีกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งหนึ่งในกรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2560 โดยแบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 34 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้ 2) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระหว่างกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุมที่ได้รับการเรียนรู้แบบปกติ และ 3) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการแก้เชื่อมโยงสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการที่ดีขึ้น

กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช (2559) ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนากระบวนการเรียนการสอน และศึกษาคุณภาพกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ โดยพิจารณาจากการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของกลุ่มทดลองและควบคุม และศึกษาพัฒนาการของกลุ่มทดลอง ซึ่งเป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 64 คน ผลการวิจัย พบว่า 1. กระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีหลักการสำคัญ 5 หลักการ คือ 1) หลักการใช้ปัญหาเสมือนโลกแห่งความจริงและการเข้าใจปัญหา 2) หลักการกำหนดเป้าหมายและการแปลงจากสถานการณ์ในโลกแห่งความจริงไปยังโลกแห่งความคิด 3) การดำเนินการแก้ปัญหาและอ้างอิงผลลัพธ์สู่บริบทในโลกแห่งความจริง 4) การประเมินแบบจำลองและการตรวจสอบความถูกต้องของแบบจำลอง 5) การขยายความคิดสู่สถานการณ์ใหม่ และ 2. คุณภาพของกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้น พบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียน สูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่า

กลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในทิศทางที่ดีขึ้น

สกล ตั้งเก้าสกุล (2560) ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนาชุดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการใช้บริบทเป็นฐานร่วมกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 30 คน ผลปรากฏว่า เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลอง และหลังการทดลองด้วยแบบวัดความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ ผลออกมาแตกต่างกัน โดยที่ระหว่างการทดลองและหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลอง และหลังการทดลองสูงกว่านระหว่างการทดลอง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 ของคะแนนเต็ม และพัฒนาการความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนเปลี่ยนแปลงไปในทางที่ดีขึ้นตามลำดับ และเมื่อพิจารณาที่เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่าหลังการทดลองสูงกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ศิรัชชรินทร์ ยศสวรินทร์ และคณะ (2560) ได้ศึกษาเกี่ยวกับกิจกรรมการเรียนการสอนที่ส่งเสริมความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยมีนักเรียน 4 คนเป็นนักเรียนเป้าหมายเพื่อศึกษาเชิงลึกเกี่ยวกับพฤติกรรมการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ที่มีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตผ่านเกณฑ์ มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญ .01 และ 2) เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิต นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง การปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายได้ชัดเจนขึ้น

ธัชพล พลรัตน์ และคณะ (2561) ได้ศึกษาเกี่ยวกับการพัฒนากิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส สำหรับนักเรียนห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย โดยมีเป้าหมายเป็นนักเรียนและครูห้องเรียนพิเศษวิทยาศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย 2 โรงเรียน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนมีความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม มีจำนวนมากกว่าร้อยละ 60 ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด ที่ระดับนัยสำคัญ .05

และเมื่อนักเรียนมีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ นักเรียนสามารถพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์จริง การปรับเปลี่ยนสถานการณ์จริงให้เป็นปัญหาทางคณิตศาสตร์ การใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และการแปลความหมายคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เป็นคำตอบของสถานการณ์จริงได้ถูกต้องพร้อมทั้งอธิบายได้ชัดเจนขึ้น

จากการศึกษางานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับกระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ (mathematical modeling) ผู้วิจัยพบว่า ปัจจุบันการศึกษา เรื่อง กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่ยังได้รับศึกษาอย่างต่อเนื่อง อาจเนื่องมาจากเป็นหัวข้อที่มีความสำคัญกับการเรียนคณิตศาสตร์และช่วยส่งเสริมให้นักเรียนมีทักษะต่าง ๆ ที่จำเป็นในการดำรงชีวิตประจำวัน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

บทที่ 3
วิธีดำเนินการวิจัย

การวิจัย เรื่อง กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยมีขั้นตอนการดำเนินการวิจัย ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
7. การเลือกใช้สถิติสำหรับการวิจัย

โดยแต่ละขั้นตอนมีรายละเอียด ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศ เพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1.1 ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา ข้อมูล งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในและต่างประเทศเกี่ยวกับกระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1.2 ศึกษาตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 รวมถึงศึกษาข้อมูลเกี่ยวกับมาตรฐานการเรียนรู้และผลการเรียนรู้ที่คาดหวังของสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

1.3 ศึกษาเนื้อหา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จากหนังสือรายวิชาคณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รวมถึงหนังสืออ่านประกอบอื่น ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้

1.4 ศึกษาเอกสาร งานวิจัย และข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต เกี่ยวกับวิธีวิทยาการวิจัย การวัดและประเมินผลการเรียนรู้คณิตศาสตร์ การออกแบบและพัฒนาเครื่องมือการวิจัย

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยนี้มีการออกแบบการวิจัยแบบกึ่งการทดลองแบบอนุกรมเวลา (Time-series quasi-experimental design) แสดงดังตาราง 5

ตาราง 5 แบบแผนการวิจัย

แผนการวิจัย	**ระยะการทดลอง**		
	ก่อน	**ระหว่าง**	**หลัง**
การทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (C)	C_1	-	C_2
การเก็บข้อมูลพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (OC)	-	$OC_1 - OC_2$	-

หมายเหตุ: สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

C_1 และ C_2 แทน การทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลอง และหลังการทดลองตามลำดับ

OC_1 และ OC_2 แทน การเก็บข้อมูลพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ระหว่างการทดลองในระยะที่ 1 (ท้ายการจัดการเรียนรู้คาบที่ 4) และระยะที่ 2 (ท้ายการจัดการเรียนรู้คาบที่ 8) ตามลำดับ

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด จังหวัดร้อยเอ็ด

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 33 คน ซึ่งเรียนอยู่ในห้องเดียวกันในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2564 ในโรงเรียนแห่งหนึ่งในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด จังหวัดร้อยเอ็ด ซึ่งจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ มีผู้บริหารและครูในโรงเรียนที่ให้ความร่วมมือ พร้อมทั้งอนุญาตให้ผู้วิจัยดำเนินการวิจัย ทั้งนี้ในการวิจัย เนื่องจากมีนักเรียนที่เข้าเรียนน้อยกว่าร้อยละ 60 จำนวน 2 คน จึงพิจารณานักเรียนกลุ่มตัวอย่างจำนวน 31 คน

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองครั้งนี้ คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 แผน ซึ่งเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 โดยผู้วิจัยมีแผนการดำเนินงาน ดังนี้

4.1.1 ศึกษากรอบแนวคิดเกี่ยวกับกระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์จากหนังสือ เอกสาร วารสาร และงานวิจัยต่าง ๆ เพื่อเป็นแนวทางในการคัดเลือกหรือออกแบบแผนการจัดการเรียนรู้

4.1.2 ศึกษาหลักการ จุดมุ่งหมายของตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เพื่อแบ่งเนื้อหาและเวลาในการดำเนินการจัดการเรียนรู้

4.1.3 คัดเลือกหรือออกแบบกิจกรรมที่ใช้ในแผนการจัดการเรียนรู้ให้สอดคล้องกับเนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 จากหนังสือ เอกสาร วารสาร และงานวิจัยต่าง ๆ

4.1.4 ดำเนินการจัดทำแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ โดยกำหนดให้แผนการจัดการเรียนรู้มีองค์ประกอบ 11 องค์ประกอบ ดังตาราง 6 และในองค์ประกอบของกิจกรรมการเรียนรู้มีขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับรายละเอียดของบทบาทครูและนักเรียน ดังตาราง 7

ตาราง 6 รายละเอียดของแต่ละองค์ประกอบของแผนการจัดการเรียนรู้

องค์ประกอบ	รายละเอียด
1. มาตรฐานการเรียนรู้	เป็นส่วนที่บอกถึงมาตรฐานการเรียนรู้ที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้
2. ตัวชี้วัด	เป็นส่วนที่บอกถึงตัวชี้วัดที่สอดคล้องกับการจัดการเรียนรู้
3. สาระการเรียนรู้แกนกลาง	เป็นส่วนที่บอกถึงสาระการเรียนรู้แกนกลางที่สอดคล้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
4. สาระสำคัญ	เป็นส่วนที่บอกถึงแนวคิดหรือมโนทัศน์ที่ผู้เรียนจะได้เรียนรู้จากการทำกิจกรรม
5. สาระการเรียนรู้	เป็นส่วนที่แสดงตัวอย่างปัญหาหรือเนื้อหาที่ใช้ในการทำกิจกรรม
6. จุดประสงค์การเรียนรู้	เป็นส่วนที่ระบุสิ่งที่ต้องการให้เกิดขึ้นกับผู้เรียนหลังจากการทำกิจกรรม
7. กิจกรรมการเรียนรู้	เป็นส่วนที่อธิบายขั้นตอน และวิธีการในการดำเนินกิจกรรม
8. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้	เป็นส่วนที่บอกสื่อ วัสดุ อุปกรณ์ และแหล่งการเรียนรู้ที่ใช้ในการจัดกิจกรรม
9. การวัดและการประเมินผล	เป็นส่วนที่บอกถึงเครื่องมือและเกณฑ์การประเมินผลที่บ่งบอกถึงระดับความสำเร็จของจุดประสงค์การเรียนรู้
10. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้	เป็นส่วนสะท้อนผลที่เกิดขึ้นหลังการจัดกิจกรรม เช่น ผลการจัดกิจกรรม ปัญหาอุปสรรคในการจัดกิจกรรม และแนวทางแก้ไข
11. ใบกิจกรรมและใบงาน	เป็นเครื่องมือที่ให้นักเรียนใช้ประกอบการทำกิจกรรม

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตาราง 7 รายละเอียดบทบาทของครูและนักเรียนในขั้นตอนต่าง ๆ ของการจัดการเรียนรู้

ขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์	**บทบาทของครู**	**บทบาทของนักเรียน**
1. ขั้นเรียนรู้ปัญหา	1. นำเสนอสถานการณ์ปัญหาในโลกจริงที่น่าสนใจและใกล้ตัวผู้เรียน 2. ใช้คำถามเพื่อตรวจสอบความเข้าใจของนักเรียนเกี่ยวกับสถานการณ์นั้น ๆ 3. อธิบาย ตั้งคำถามเกี่ยวกับสถานการณ์เพิ่มเติมเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนได้คิดและมีความเข้าใจตรงกัน 4. ใช้คำถามนำเพื่อให้นักเรียนได้นำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับตัวแปรและข้อตกลงเบื้องต้นที่จำเป็น	1. ศึกษาสถานการณ์ปัญหาที่ครูนำเสนอด้วยตนเองอย่างอิสระ ตั้งคำถามในส่วนที่ยังเข้าใจไม่ชัดเจน 2. ตอบคำถามตามความเข้าใจของตนเอง 3. แสดงความคิดเห็นและแบ่งปันประสบการณ์เกี่ยวกับปัญหาที่ครูนำเสนอ
2. ขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบ	1. กระตุ้นให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความเชื่อมโยงของข้อมูลจากสถานการณ์ 2. ให้นักเรียนทำกิจกรรมเพื่อเรียนรู้ผ่านการใช้รูปภาพ หรือแผนภาพ ซึ่งเป็นตัวแบบที่สอดคล้องกับสถานการณ์ 3. นำเสนอตัวแบบทางคณิตศาสตร์อื่น ๆ เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่สอดคล้องกับสถานการณ์	1. แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับความเชื่อมโยงของข้อมูลในส่วนต่าง ๆ จากสถานการณ์ 2. มีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมในการจัดการรูปภาพหรือแผนภาพที่ครูจัดเตรียมให้เพื่อแสดงเป็นตัวแบบของสถานการณ์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
3. ขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์	1. กระตุ้นให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ผ่านการถามตอบเพื่อไต่ระดับความคิดของนักเรียน 2. ให้ความช่วยเหลือนักเรียนในประเด็นต่าง ๆ ที่เกี่ยวกับการแก้ปัญหา เช่น ทบทวนความรู้เดิม ชี้แนะข้อผิดพลาด	1. ดำเนินการแก้ปัญหาด้วยตนเอง 2. สอบถามครูหรือเพื่อนเมื่อเกิดข้อสงสัยหรือติดขัดในการแก้ปัญหา
4. ขั้นแปลความหมาย	1. ใช้คำถามชี้แนะให้นักเรียนแปลความหมาย 2. กระตุ้นให้นักเรียนอธิบายผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้มา	1. พิจารณาปัญหาและการกำหนดตัวแปรเพื่อเชื่อมโยงผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์กับสถานการณ์ของปัญหาและตอบคำถาม 2. ประมาณค่าของผลลัพธ์จากการคำนวณโดยพิจารณาตามความเป็นจริง
5. ขั้นตรวจสอบ	1. สำรวจตัวแบบทางคณิตศาสตร์หรือวิธีการในการแก้ปัญหาของนักเรียนที่แตกต่างกัน พร้อมทั้งกระตุ้นให้นักเรียนเปรียบเทียบตัวแบบทางคณิตศาสตร์และวิธีการเหล่านั้น 2. ใช้คำถามให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบทางคณิตศาสตร์และวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา	1. นำเสนอข้อสรุป ความสัมพันธ์ที่ได้ เพื่อสำรวจข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบทางคณิตศาสตร์และวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา 2. แลกเปลี่ยนความคิดเห็นเกี่ยวกับข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ขั้นตอนในการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์	บทบาทของครู	บทบาทของนักเรียน
6. ขั้นรายงานผล	1. สำรวจข้อค้นพบที่แตกต่างกันทั้งหมดของนักเรียนที่ได้จากการทำกิจกรรม 2. ตั้งคำถามให้นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียน 3. อธิบายแนวคิดหรือขยายแนวคิดเพิ่มเติมจากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหาอื่นที่มีลักษณะคล้ายกัน 4. มอบหมายแบบฝึกหัดเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนฝึกฝนและเกิดความเข้าใจมากขึ้น	1. นำเสนอข้อค้นพบของตนเองที่ได้จากการทำกิจกรรม 2. ตอบคำถามและร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียน 3. เรียนรู้แนวคิดเพิ่มเติม และนำตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปใช้ในการแก้ปัญหาอื่นที่ลักษณะคล้ายกัน 4. ฝึกฝนเพิ่มเติมจากการทำแบบฝึกหัด

4.1.5 นำแผนการจัดการเรียนรู้เสนอให้อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ตรวจพิจารณาความถูกต้อง ความเหมาะสมของเนื้อหา และให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติมเพื่อนำไปปรับปรุงแก้ไข

4.1.6 นำแผนการจัดการเรียนรู้ที่ได้ปรับปรุงตามข้อเสนอแนะจากอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ไปทดลองกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยรายละเอียดของเนื้อหา เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จำแนกตามรายแผน รวมทั้งสิ้น 10 แผน ดังตาราง 8

ตาราง 8 แผนการจัดการเรียนรู้ที่จำแนกเนื้อหาและจำนวนคาบสอน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

หัวข้อ	แผนการจัดการเรียนรู้	เนื้อหา	จำนวนคาบ
แนะนำระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	1	- ทบทวนความรู้เรื่อง สมการเชิงเส้นสองตัวแปร รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นสองตัวแปร กราฟของสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและคำตอบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร - ความหมายคำตอบระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	1

หัวข้อ	แผนการจัดการเรียนรู้	เนื้อหา	จำนวนคาบ
	2	- ลักษณะของคำตอบ 3 แบบ จากกราฟของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ได้แก่ มีคำตอบเดียว มีคำตอบมากมายไม่จำกัด และไม่มีคำตอบ	1
การแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	3 - 4	- หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปร (Elimination method)	2
	5 - 6	- หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการแทนค่า (Substitution method)	2
การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	7	- แก้ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแทนสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหา เรื่อง จำนวน และแก้สมการเพื่อหาคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ	1
	8	- แก้ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแทนสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหาเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ และแก้สมการเพื่อหาคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ	1
	9	- แก้ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแทนสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหา เรื่อง ระยะทาง อัตราเร็วและเวลา และแก้สมการเพื่อหาคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ	1
	10	- แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรผ่านกิจกรรมการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์	1

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

ข้อมูลของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้มาจากเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลทั้งหมด 2 ส่วน ประกอบด้วย

4.2.1 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2.2 แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โดยขั้นตอนของการพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือมีรายละเอียด ดังนี้

4.2.1 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแบบวัดแบบอัตนัย จำนวน 4 ฉบับ คือ ฉบับก่อนการทดลอง 1 ฉบับ ฉบับหลังการทดลอง 1 ฉบับ และฉบับระหว่างการทดลอง 2 ฉบับ ใช้วัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับแนวคิดของ Mayer (1992) โดยเนื้อหาที่ใช้ในแบบวัดแต่ละฉบับเป็นเนื้อหาคณิตศาสตร์ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นเนื้อหาพื้นฐานในการเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ที่นักเรียนได้เรียนรู้มาก่อนหน้า สำหรับวิธีการดำเนินการสร้างและตรวจสอบเครื่องมือวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีรายละเอียดดังนี้

4.2.1.1 ศึกษาความหมาย นิยามเชิงปฏิบัติการ และวิเคราะห์พฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้องและข้อมูลจากอินเทอร์เน็ต

4.2.1.2 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร ตำรา งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง และข้อมูลที่เชื่อถือได้ทางอินเทอร์เน็ต

4.2.1.3 ศึกษาเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 เพื่อสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลอง

4.2.1.4 กำหนดกรอบการสร้างแบบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้สอดคล้องกับองค์ประกอบทั้ง 4 องค์ประกอบตามแนวคิดของ Mayer (1992) แล้วดำเนินการสร้างแบบวัดการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยมีโครงสร้างดังตาราง 9

ตาราง 9 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถ ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ (ใช้เนื้อหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)	**ข้อสอบที่สร้าง (ข้อ)**	**ข้อสอบใช้จริง (ข้อ)**
ฉบับก่อนเรียน	6	4
ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 1	3	2
ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 2	3	2
ฉบับหลังเรียน	6	4

4.2.1.5 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น เสนอแก่อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสม ตรวจสอบความสอดคล้องของข้อคำถามกับองค์ประกอบที่ต้องการวัดและความเหมาะสมทางด้านภาษาและการสื่อความหมายของข้อคำถาม

4.2.1.6 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนซึ่งเป็นแบบวัดคู่ขนาน แบบวัดระหว่างเรียน ครั้งที่ 1 และแบบวัดระหว่างเรียน ครั้งที่ 2 จากนั้นเสนอแก่อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์เพื่อตรวจสอบความถูกต้องและความเหมาะสม ตรวจสอบความสอดคล้องของข้อคำถามกับองค์ประกอบที่ต้องการวัดและความเหมาะสมทางด้านภาษาและการสื่อความหมายของข้อคำถาม

4.2.1.7 สร้างเกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยแบ่งออกเป็น 4 ประเด็น มีคะแนนรวม 15 คะแนน มีรายละเอียด ดังตาราง 10

ตาราง 10 เกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

องค์ประกอบ	**หลักฐาน/ร่องรอย**	**คะแนน**
1. การแปลความหมายของปัญหา (3 คะแนน)	**1.1 การระบุสิ่งที่เป็นปัญหา**	
	- นักเรียนสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง	1
	- นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้อง **หรือ** - นักเรียนไม่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ	0

องค์ประกอบ	หลักฐาน/ร่องรอย	คะแนน
	1.2 การระบุข้อมูลสำคัญหรือเงื่อนไขที่เพียงพอต่อการใช้แก้ปัญหา	
	- นักเรียนสามารถระบุข้อมูลสำคัญที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบทั้งหมด	2
	- นักเรียนสามารถระบุข้อมูลสำคัญที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทั้งหมด	1
	- นักเรียนไม่สามารถระบุข้อมูลสำคัญที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้เลย	0
2. การบูรณาการข้อมูล (4 คะแนน)	**2.1 การระบุความสัมพันธ์ระหว่างปัญหากับข้อมูลที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา**	
	- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายความสัมพันธ์ของปัญหากับข้อมูลที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบทั้งหมด	2
	- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายความสัมพันธ์ของปัญหากับข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทั้งหมด	1
	- นักเรียนเขียนอธิบายความสัมพันธ์ของปัญหากับข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาผิดทั้งหมด **หรือ** - นักเรียนไม่เขียนอธิบายความสัมพันธ์ของปัญหากับข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหา	0
	2.2 การระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ เช่น บทนิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตรที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา และแนวทางในการนำไปใช้	
	- นักเรียนสามารถระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นและระบุแนวทางในการนำข้อมูลนั้นไปใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบทั้งหมด	2

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

องค์ประกอบ	หลักฐาน/ร่องรอย	คะแนน
	- นักเรียนสามารถระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นหรือระบุแนวทางในการนำข้อมูลนั้นไปใช้แก้ปัญหาได้ถูกต้องแต่ไม่ครบทั้งหมด	1
	- นักเรียนระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหาผิดทั้งหมด **หรือ** - นักเรียนไม่ระบุความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา	0
3. การวางแผนและกำกับตรวจสอบ (3 คะแนน)	**3. การระบุวิธีการหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาอย่างเป็นลำดับขั้น โดยไม่ต้องแสดงการคำนวณ**	
	- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายวิธีการการแก้ปัญหาได้อย่างเป็นลำดับขั้น และอธิบายเหตุผลชัดเจนจนนำไปสู่การแก้ปัญหาได้	3
	- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาตามหลักคณิตศาสตร์อย่างเป็นลำดับขั้น จนนำไปสู่การแก้ปัญหาได้แต่ยังขาดการอธิบายเหตุผลที่ชัดเจน	2
	- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาตามหลักคณิตศาสตร์ได้อย่างเป็นลำดับขั้น แต่วิธีการหรือขั้นตอนยังไม่เสร็จสมบูรณ์ **หรือ** - นักเรียนสามารถเขียนอธิบายวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาตามหลักคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การแก้ปัญหาได้ แต่ไม่เป็นลำดับขั้น	1
	- นักเรียนเขียนอธิบายวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาตามหลักคณิตศาสตร์ที่ไม่นำไปสู่การแก้ปัญหา **หรือ** - นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายวิธีการหรือขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้	0

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

องค์ประกอบ	หลักฐาน/ร่องรอย	คะแนน
4. การดำเนินการตามแผน (5 คะแนน)	**4.1 การแสดงการดำเนินการทางคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาตามแนวทางหรือลำดับขั้นตอนที่นำไปสู่คำตอบที่ถูกต้องตามระบุไว้อย่างละเอียดทุกขั้นตอน**	
	- นักเรียนสามารถแสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามแนวทางหรือขั้นตอนที่ระบุไว้ได้อย่างถูกต้อง และตอบปัญหาได้ถูกต้อง	4
	- นักเรียนสามารถแสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามแนวทางที่ระบุไว้ได้ถูกต้อง แต่ยังขาดรายละเอียดที่ชัดเจน และตอบปัญหาได้ถูกต้อง	3
	- นักเรียนสามารถแสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามแนวทางที่ระบุไว้ได้ถูกต้อง แต่ยังขาดรายละเอียดที่ชัดเจน และตอบปัญหาไม่ถูกต้อง	2
	- นักเรียนแสดงรายละเอียดการแก้ปัญหาตามแนวทางที่ระบุไว้ได้ถูกต้องเพียงบางส่วนหรือยังไม่เสร็จสมบูรณ์ และไม่ได้คำตอบของปัญหา	1
	- นักเรียนแสดงรายละเอียดของวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง **หรือ** - นักเรียนไม่แสดงวิธีการหาคำตอบ	0

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

4.2.1.8 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ฉบับ พร้อมเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผ่านความเห็นชอบของอาจารย์ที่ปรึกษาแล้ว นำส่งให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน เพื่อประเมินความตรงและความเหมาะสมเชิงเนื้อหาของแบบวัด แล้วหาค่า IOC (Index of Item Objectives Congruence) ซึ่งผู้วิจัยกำหนดเกณฑ์ว่าต้องมีค่า IOC ตั้งแต่ 0.50 ขึ้นไปจึงจะถือว่าข้อคำถามนั้นสอดคล้องกับโครงสร้างและนิยามที่ต้องการวัด พร้อมทั้งนำข้อเสนอแนะไปปรับปรุงแก้ไขให้เหมาะสม โดยข้อเสนอแนะของจากผู้ทรงคุณวุฒิสามารถสรุปได้ ดังนี้

ก. การใช้ภาษาให้รัดกุมและเข้าใจง่าย และปรับบริบทของสถานการณ์ให้เหมาะกับนักเรียน

สถานการณ์ปัญหาเดิม: ร้านแม่มะลิทำซาลาเปาขายทั้งหมด 80 ลูก โดยมีอัตราส่วนของจำนวนซาลาเปาไส้ถั่วต่อจำนวนซาลาเปาไส้หมูสับเป็น 2 : 3 หลังจากขายซาลาเปา

ไส้หมูสับไป 30 ลูก และขายไส้ถั่วได้จำนวนหนึ่ง ทำให้อัตราส่วนของจำนวนซาลาเปาไส้ถั่วต่อจำนวนซาลาเปาไส้หมูสับเปลี่ยนเป็น 4 : 3 ร้านแม่มะลิขายซาลาเปาไส้ถั่วไปแล้วกี่ลูก

สถานการณ์ที่แก้ไข: ร้านแม่มะลิทำซาลาเปาไส้ครีมและไส้ถั่วขายทั้งหมด 80 ลูก โดยมีอัตราส่วนของจำนวนซาลาเปาไส้ครีมต่อซาลาเปาไส้ถั่วเป็น 3 : 2 หลังจากขายซาลาเปาไส้ครีมไป 30 ลูก และขายไส้ถั่วได้จำนวนหนึ่ง ทำให้อัตราส่วนของจำนวนซาลาเปาไส้ครีมต่อไส้ถั่วเป็น 3 : 4 ร้านแม่มะลิขายซาลาเปาไส้ถั่วไปแล้วกี่ลูก

ข. การภาษาที่สื่อสารได้ชัดเจน เช่น ใช้คำว่า “เหลือ” หลายที่ โดยแต่ละที่มีความหมายไม่เหมือนกัน

สถานการณ์ปัญหาเดิม: ทุกสิ้นเดือนคุณแม่ของแจนจะทำบัญชีเพื่อวางแผนการใช้เงินสำหรับเดือนถัดไปเสมอ โดยเดือนที่จะถึงนี้ แม่วางแผนให้ $\frac{5}{13}$ ของเงินเดือนเป็นค่าอาหาร และแบ่ง $\frac{3}{8}$ ของเงินที่เหลือไว้จ่ายค่าเช่าห้องพัก จากนั้นแบ่ง $\frac{3}{5}$ ของเงินที่เหลือเป็นค่าใช้จ่ายส่วนตัว และยังเหลือเงินไว้เป็นเงินค่าขนมของแจนอีก 4,000 บาท แจนอยากทราบว่าแม่ได้รับเงินเดือนเท่าไร

สถานการณ์ที่แก้ไข: ทุกสิ้นเดือนคุณแม่ของแจนจะทำบัญชีเพื่อวางแผนการใช้เงินสำหรับเดือนถัดไปเสมอ โดยเดือนที่จะถึงนี้ แม่วางแผนให้ $\frac{5}{13}$ ของเงินเดือนเป็นค่าอาหาร และแบ่ง $\frac{3}{8}$ ของเงินที่เหลือหลังจากหักค่าอาหารไว้จ่ายค่าเช่าห้องพัก จากนั้นแบ่ง $\frac{3}{5}$ ของเงินที่เหลือหลังจากหักค่าเช่าห้องพักเป็นค่าใช้จ่ายส่วนตัว และยังเหลือเงินหลังจากหักค่าใช้จ่ายส่วนตัวไว้เป็นเงินค่าขนมของแจนอีก 4,000 บาท แจนอยากทราบว่าแม่ได้รับเงินเดือนเท่าไร

4.2.1.9 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิทั้ง 4 ฉบับไปทดลองใช้กับนักเรียนที่มีลักษณะใกล้เคียงกับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งเป็นนักเรียนที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2564 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด จังหวัดร้อยเอ็ดแห่งหนึ่ง จำนวนฉบับละ 30 คน แล้วนำมาตรวจให้คะแนนเพื่อนำผลไปตรวจสอบคุณภาพของแบบวัดโดยวิเคราะห์หาค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเป็นรายข้อ โดยคัดเลือกข้อสอบที่มีค่าความยากมีค่าอยู่ระหว่าง 0.20 ถึง 0.80 และค่าอำนาจจำแนกตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป เพื่อสร้างเป็นแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งได้แบบวัดฉบับก่อนและหลังการทดลองเป็นฉบับละ 4 ข้อ และฉบับระหว่างการทดลองเป็นฉบับละ 2 ข้อ มีผลการวิเคราะห์คุณภาพของแบบวัด แสดงดังตาราง 11

ตาราง 11 ค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงทั้งฉบับของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ฉบับ

ฉบับ	ค่าความยากง่าย (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยง
ก่อนทดลอง	0.46 – 0.58	0.54 – 0.65	0.93
ระหว่างการทดลองครั้งที่ 1	0.46 – 0.48	0.52 – 0.56	0.79
ระหว่างการทดลองครั้งที่ 2	0.44 – 0.49	0.50 – 0.63	0.91
หลังการทดลอง	0.46 – 0.55	0.49 – 0.68	0.90

4.2.1.10 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ฉบับ ที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างการวิจัย

4.2.2 แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นแนวคำถามที่ใช้ในการสัมภาษณ์นักเรียน เพื่อให้ได้รายละเอียดของแต่ละองค์ประกอบย่อยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่สอดคล้องกับแนวคิดของ Mayer (1992) เพื่อนำไปร่วมในการวิเคราะห์เกี่ยวกับพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน สำหรับขั้นตอนในการสร้าง และตรวจสอบคุณภาพมีรายละเอียด ดังนี้

4.2.2.1 วิเคราะห์องค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อสร้างประเด็นคำถาม

4.2.2.2 สร้างแบบสัมภาษณ์ โดยกำหนดประเด็นคำถามที่สอดคล้องกับองค์ประกอบย่อยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

4.2.2.3 นำแบบสัมภาษณ์ที่สร้างขึ้น เสนอแก่อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง ความเหมาะสม และนำคำแนะนำที่ได้รับไปปรับปรุงแก้ไข

4.2.2.4 นำแบบสัมภาษณ์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขตามคำแนะนำไปใช้กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยในการสัมภาษณ์มีการปรับใช้ภาษาในการสัมภาษณ์ให้เหมาะสมกับนักเรียน

5. การดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยดำเนินการทดลอง และเก็บรวบรวมข้อมูลด้วยตนเองกับนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างโดยมีรายละเอียดขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

5.1 ขั้นเตรียมการก่อนการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

5.1.1 สร้างแผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ พร้อมทั้งจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่จำเป็นสำหรับการทำกิจกรรมของกลุ่มตัวอย่าง

5.1.2 สร้างเครื่องมือวัดความสามารถในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งเกณฑ์การให้คะแนนและแบบสัมภาษณ์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

5.1.3 จัดทำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล จากคณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนเพื่อขอความร่วมมือในการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลการวิจัย

5.2 ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยดำเนินการตามขั้นตอน ดังนี้

5.2.1 ดำเนินการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาฉบับก่อนการทดลองที่ผู้วิจัยพัฒนาขึ้น

5.2.2 ดำเนินการทดลองจัดการเรียนรู้ตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ได้พัฒนาขึ้นกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง โดยผู้วิจัยจะทำการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาระหว่างการทดลอง โดยใช้ฉบับระหว่างการทดลองจำนวน 2 ฉบับ โดยแบ่งเป็น 2 ระยะ ได้แก่ ท้ายการจัดการเรียนรู้ครั้งที่ 4 และ ท้ายการจัดการเรียนรู้ครั้งที่ 8 ทั้งนี้จะใช้การสัมภาษณ์เพื่อร่วมในการเก็บรวบรวมข้อมูลเพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน 6 คน ที่ได้มาการสุ่ม

5.2.3 เมื่อดำเนินการทดลองเสร็จสิ้น ผู้วิจัยดำเนินการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างโดยใช้ฉบับหลังการทดลอง

5.2.4 ดำเนินการรวบรวมข้อมูลทั้งหมดเพื่อมาทำการวิเคราะห์ผล

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จากการเก็บรวบรวมมาวิเคราะห์ตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ซึ่งประกอบด้วย 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ก่อนและหลังการทดลอง 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม และ 3) ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยจะแบ่งเป็นการวิเคราะห์เป็นการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

6.1.1 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาก่อนและหลังการทดลอง ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ โดยการนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาฉบับก่อนและหลังการทดลองมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่สร้างขึ้น แล้ววิเคราะห์โดยใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่กลุ่มตัวอย่างสัมพันธ์กัน (t-test dependent samples) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.1.2 การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาหลังการทดลองกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม ผู้วิจัยใช้การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ โดยการนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลองมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่ได้สร้างขึ้น แล้ววิเคราะห์โดยใช้ค่าร้อยละ ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานและการทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างกลุ่มเดียว (t-test for one sample) ที่ระดับนัยสำคัญ .05

6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

การวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาระหว่างการทดลอง ผู้วิจัยนำข้อมูลที่ได้จาก 1) บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ 2) ร่องรอยการทำงานของนักเรียนจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ฉบับ ซึ่งประกอบด้วยฉบับก่อนการทดลอง และฉบับระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 ฉบับระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 และฉบับหลังการทดลอง และ 3. ข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหา (Content analysis) ตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เพื่อให้เห็นถึงพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เปลี่ยนแปลงไปของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างในแต่ละระยะของการเก็บรวบรวมข้อมูล

7. การเลือกใช้สถิติสำหรับการวิจัย

ผู้วิจัยใช้สถิติในการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโปรแกรมสำเร็จรูปเพื่อการวิจัยทางสังคมศาสตร์ (Statistical Package for Social Science หรือ SPSS) ซึ่งเป็นโปรแกรมที่ทางจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัยเปิดให้นิสิตมหาวิทยาลัยเข้าถึงโปรแกรมได้อย่างอิสระ โดยรายละเอียดของสถิติที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

7.1 สถิติที่ใช้สำหรับการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

7.1.1 หาค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Item Objectives Congruence หรือ IOC) จากผลการประเมินความตรงและความเหมาะสมเชิงเนื้อหาของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน

7.1.2 หาค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย ฉบับก่อนการทดลองจำนวน 1 ฉบับ ระหว่างการทดลองจำนวน 2 ฉบับ และหลังการทดลองจำนวน 1 ฉบับ โดยใช้สัมประสิทธิ์แอลฟาของครอนบาค (Cronbach's alpha coefficient)

7.1.3 หาค่าความยาก (p) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย ฉบับก่อนการทดลองจำนวน 1 ฉบับ ระหว่างการทดลองจำนวน 2 ฉบับ และหลังการทดลองจำนวน 1 ฉบับ โดยใช้สูตรของวิทย์นีย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers)

7.1.4 หาค่าอำนาจจำแนก (r) ของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย ฉบับก่อนการทดลองจำนวน 1 ฉบับ ระหว่างการทดลองจำนวน 2 ฉบับ และหลังการทดลองจำนวน 1 ฉบับ โดยใช้สูตรของวิทย์นีย์ และซาเบอร์ (Whitney and Sabers)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

7.2.1 วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อบรรยายข้อมูลต่าง ๆ ด้วยสถิติพื้นฐาน ได้แก่ ร้อยละ (percent) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต (mean) และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation)

7.2.2 วิเคราะห์ข้อมูลเพื่อเปรียบเทียบความแตกต่างของข้อมูล ด้วยสถิติเชิงอนุมาน ได้แก่ การทดสอบค่าเฉลี่ยของตัวอย่างเดียว (t-test for one sample) และการทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยที่กลุ่มตัวอย่างสัมพันธ์กัน (*t*-test dependent samples)

บทที่ 4
ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัย เรื่อง กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลโดยแบ่งเป็น 2 ตอน ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับบริบทของโรงเรียน ครู และนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2.2 ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อน ระหว่าง และหลังการทดลอง

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลแต่ละตอนมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณนี้ ผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ 1) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการทดลองและหลังการทดลอง และ 2) ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม โดยมีรายละเอียดของผลการวิเคราะห์ดังนี้

1.1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนและหลังการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน และหลังเรียน จากนั้นตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ แล้วคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิต และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าการทดสอบทีและเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณของแต่ละองค์ประกอบและทุกองค์ประกอบในภาพรวม ดังตาราง 12 และ 13

ตาราง 12 ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิตของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์แต่ละองค์ประกอบและทุกองค์ประกอบของแบบวัดทั้ง 4 ฉบับ

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์			
	ก่อนการทดลอง (ร้อยละ)	ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 (ร้อยละ)	ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 (ร้อยละ)	หลังการทดลอง (ร้อยละ)
องค์ประกอบที่ 1	80.92	84.95	85.48	85.25
องค์ประกอบที่ 2	51.19	54.44	59.68	64.50
องค์ประกอบที่ 3	63.42	70.97	72.58	74.50
องค์ประกอบที่ 4	60.80	62.90	63.23	62.40
ทุกองค์ประกอบ	62.80	66.67	68.60	69.95

จากตาราง 12 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขององค์ประกอบที่ 2 และ 3 เพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องทั้ง 4 ฉบับ และองค์ประกอบที่ 1 และ 4 มีแนวโน้มเพิ่มขึ้น โดยเพิ่มขึ้นอย่างต่อเนื่องในฉบับก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 และครั้งที่ 2 แต่ลดลงเล็กน้อยในฉบับหลังการทดลอง

ตาราง 13 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าการทดสอบที ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนการทดลอง และหลังการทดลองในแต่ละองค์ประกอบและทุกองค์ประกอบ

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์				*t*-test	Sig.
	ก่อนการทดลอง		หลังการทดลอง			
	$\bar{x}$	*SD*	$\bar{x}$	*SD*		
องค์ประกอบที่ 1 (เต็ม 12 คะแนน)	9.71	1.27	10.23	1.26	3.542	.001*
องค์ประกอบที่ 2 (เต็ม 16 คะแนน)	8.19	2.64	10.32	2.37	9.230	.000*
องค์ประกอบที่ 3 (เต็ม 12 คะแนน)	7.61	2.12	8.94	1.50	6.167	.000*
องค์ประกอบที่ 4 (เต็ม 20 คะแนน)	12.16	3.00	12.48	3.14	2.158	.020*
ทุกองค์ประกอบ (เต็ม 60 คะแนน)	37.68	8.34	41.97	7.66	9.965	.000*

*p < .05

จากตาราง 13 พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมของนักเรียน ในช่วงก่อนการทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 37.68 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*SD*) เท่ากับ 8.34 และในช่วงหลังการทดลอง มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 41.97 และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*SD*) เท่ากับ 7.66 และเมื่อนำค่าเฉลี่ยเลขคณิตมาเปรียบเทียบโดยใช้การทดสอบที พบว่า มีค่าเท่ากับ 9.965 และค่าพี (Sig.) เท่ากับ .000 นั่นคือ ความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียนหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

นอกจากนี้เมื่อพิจารณารายองค์ประกอบ พบว่า นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบหลังการทดลองมากกว่าก่อนการทดลองอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ จากนั้นคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าทดสอบที เทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม และนำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มในภาพรวมในแต่ละองค์ประกอบและทุกองค์ประกอบ ดังตาราง 14

ตาราง 14 ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าการทดสอบที ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังการทดลองเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ในแต่ละองค์ประกอบและทุกองค์ประกอบ

หลังการทดลอง	ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์				
	$\bar{x}$	ร้อยละของค่าเฉลี่ยเลขคณิต	*SD*	*t*-test	Sig.
องค์ประกอบที่ 1 (เต็ม 12 คะแนน)	10.23	85.25	1.26	10.743	.000*
องค์ประกอบที่ 2 (เต็ม 16 คะแนน)	10.32	64.50	2.37	-.182	.429
องค์ประกอบที่ 3 (เต็ม 12 คะแนน)	8.94	74.50	1.50	4.203	.000*
องค์ประกอบที่ 4 (เต็ม 20 คะแนน)	12.48	62.40	3.14	-.915	.184
ทุกองค์ประกอบ (เต็ม 60 คะแนน)	41.97	69.95	7.66	2.158	.020*

*$p < .05$

จากตาราง 14 แสดงให้เห็นว่าในระยะหลังการทดลอง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$) เท่ากับ 41.97 คิดเป็นร้อยละ 69.95 ของคะแนนเต็ม และมีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*SD*) เท่ากับ 7.66 เมื่อเปรียบเทียบค่าเฉลี่ยเลขคณิตกับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม (39 คะแนนจาก 60 คะแนน) โดยใช้การทดสอบที พบว่าค่าการทดสอบที (*t*-test) เท่ากับ 2.158 และค่าพี (Sig.) เท่ากับ .020 นั่นคือ นักเรียนมีคะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนมากกว่าร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

เมื่อพิจารณารายองค์ประกอบ พบว่า นักเรียนมีองค์ประกอบที่ 1 และองค์ประกอบที่ 2 ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองมากกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญที่ระดับ .05 และมีองค์ประกอบที่ 2 และองค์ประกอบที่ 4 ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังการทดลองไม่มากกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพนี้ ผู้วิจัยแบ่งการวิเคราะห์ข้อมูลออกเป็น 2 ส่วน ได้แก่ 1) การวิเคราะห์ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับบริบทของโรงเรียน ครู และนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง และ 2) การวิเคราะห์พัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่า ซึ่งจะนำเสนอเป็น 2 ส่วน ได้แก่ 2.1) ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และ 2.2) ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมีรายละเอียดของผลการวิเคราะห์ ดังนี้

CHULALONGKORN UNIVERSITY

2.1 การวิเคราะห์ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับบริบทของโรงเรียน ครู และนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

2.1.1 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับโรงเรียน

โรงเรียนที่ผู้วิจัยได้ทำการทดลอง เป็นโรงเรียนมัธยมศึกษาขนาดใหญ่พิเศษ สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาร้อยเอ็ด จังหวัดร้อยเอ็ด ในปีการศึกษา 2564 มีจำนวนนักเรียนทั้งหมด 1,705 คน โดยเปิดสอนในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ถึงมัธยมศึกษาปีที่ 6 และในปีการศึกษา 2563 นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (O-NET) ในรายวิชาคณิตศาสตร์ เท่ากับ 22.88 คะแนน ซึ่งต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ยรวมของประเทศที่มีคะแนน 25.46 คะแนน และคะแนนเฉลี่ยรวมของจังหวัดที่มีคะแนน 24.81 คะแนน ตามลำดับ

2.1.2 ข้อมูลเกี่ยวกับครู

โรงเรียนที่ผู้วิจัยได้ทำการทดลองมีครูวิชาคณิตศาสตร์ในปีการศึกษา 2564 จำนวน 14 คน ครูสำเร็จการศึกษาปริญญาศึกษาศาสตรบัณฑิต/ครุศาสตรบัณฑิต วิชาเอกคณิตศาสตร์ จำนวน 11 คน และวิทยาศาสตรบัณฑิต จำนวน 3 คน และดำรงตำแหน่งครูจำนวน 3 คน ครูชำนาญการ จำนวน 3 คน และครูชำนาญการพิเศษ จำนวน 8 คน ในบรรดาครูทั้งหมดเป็นผู้สำเร็จการศึกษาระดับปริญญามหาบัณฑิต จำนวน 8 คน ประกอบด้วยสาขาการบริหารการศึกษาเป็นส่วนใหญ่ ตามด้วยหลักสูตรและการสอน และสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ และเทคโนโลยีและการสื่อสารการศึกษา ครูวิชาคณิตศาสตร์มีภาระงานในการสอนโดยเฉลี่ย 18 คาบต่อสัปดาห์ และปฏิบัติหน้าที่พิเศษในส่วนงานอื่น ๆ ตามที่โรงเรียนได้แต่งตั้งมอบหมาย

2.1.3 ข้อมูลทั่วไปเกี่ยวกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ผู้วิจัยทำการทดลอง คือ นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2564 จำนวน 31 คน เป็นนักเรียนในห้องเรียนเดียวกัน จากนักเรียนทั้งหมด 305 คน การวิจัยครั้งนี้เป็นการจัดการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ตามเวลาเรียน โดยมีรูปแบบการเรียนสลับกลุ่มแบบออนไลน์และออนไซต์ ตามมาตรการรักษาระยะห่างในช่วงวิกฤติการณ์โควิด ซึ่งนักเรียนแต่ละห้องจะถูกแบ่งออกเป็น 2 กลุ่มตามเลขที่ ประกอบด้วยกลุ่ม ก และกลุ่ม ข นั่นคือในการจัดการเรียนการสอนนักเรียนกลุ่ม ก จะเริ่มมาเรียนออนไซต์ที่โรงเรียนในวันแรก และมอบหมายให้นักเรียนกลุ่ม ข เรียนในรูปแบบออนไลน์ตามที่ได้นัดหมายกับครูประจำวิชาผ่านแพลทฟอร์มกูเกิลมีท (google meet) เนื่องจากกูเกิลมีท (google meet) เป็นฟรีแวร์ (freeware) ที่นักเรียนได้ใช้ในเรียนในวิชาอื่น ๆ และจากการได้สอบถามคุณครูประจำชั้นและคุณครูบางท่านที่ได้สอนนักเรียนกลุ่มนี้ พบว่านักเรียนกลุ่มนี้มีความประพฤติดีให้ความร่วมมือในการทำกิจกรรมต่าง ๆ เป็นอย่างดี มีความรับผิดชอบในการติดตามงานและศึกษาเล่าเรียน และเอาใส่ใจในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย จากการสอบถามคุณครูประจำชั้นเพิ่มเติมเกี่ยวกับข้อมูลพื้นฐานบางประการของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างนี้ พบว่าส่วนใหญ่เป็นนักเรียนที่มีที่พักอาศัยอยู่ในชุมชนรอบนอกโรงเรียนกับผู้ปกครองซึ่งส่วนใหญ่ประกอบอาชีพเกษตรกรรม (ทำนา) และเมื่อสอบถามถึงการเรียนวิชาคณิตศาสตร์พบว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างนี้ส่วนใหญ่มีเอาใจใส่ในการเรียน และสามารถพัฒนาตนให้เรียนรู้ได้ รวมถึงมีผลการเรียนในวิชาคณิตศาสตร์ที่ผ่านมาค่อนข้างดี

2.2 ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนทดลอง ระหว่างการทดลองครั้งที่ 1 ระหว่างการทดลองครั้งที่ 2 และหลังการทดลอง

การศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างนี้ ผู้วิจัยใช้วิธีวิเคราะห์เชิงเนื้อหาจากบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ การสังเกตชั้นเรียนรายคาบอย่างไม่เป็นทางการ และการสัมภาษณ์เพิ่มเติมระหว่างเรียน ร่องรอยการตอบคำถามในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และข้อมูลจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแบบวัดแต่ละฉบับ โดยผู้วิจัยจะนำเสนอผลการพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็น 2 ส่วน ได้แก่ 1) ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และ 2) ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างตามองค์ประกอบของการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิเคราะห์ข้อมูลพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีรายละเอียด ดังนี้

2.2.1 ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยใช้วิธีวิเคราะห์เชิงเนื้อหาจากบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ การสังเกตชั้นเรียนรายคาบอย่างไม่เป็นทางการ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหา และการสัมภาษณ์เพิ่มเติม โดยจะนำเสนอพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในภาพรวม ตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ 6 ขั้นตอน โดยแบ่งพัฒนาการออกเป็น 3 ระยะ ได้แก่ ระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1-4) ระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 5-8) และระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 9-10) ผลการวิเคราะห์มีรายละเอียด ดังนี้

2.2.1.1 ขั้นเรียนรู้ปัญหา

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นเรียนรู้ปัญหา โดยการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสัมภาษณ์เพิ่มเติม ซึ่งผลการวิเคราะห์พัฒนาการมีรายละเอียด ดังนี้

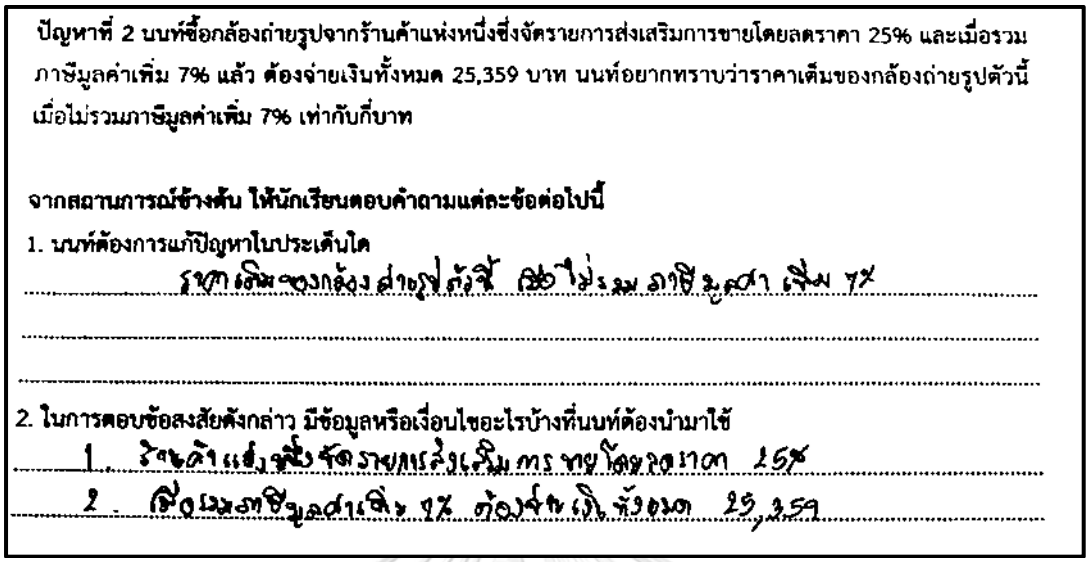
พัฒนาการระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1-4)

ในคาบเรียนที่ 1-2 นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่ค่อยมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นและแบ่งปันประสบการณ์เกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา นักเรียนหลายคนตอบคำถามโดยไม่ตีความแต่ตอบตามข้อความที่ปรากฏในสถานการณ์ปัญหาที่ครูนำเสนอเท่านั้น ซึ่งเป็นพฤติกรรมในลักษณะเดียวกันกับที่แสดงออกผ่านการตอบคำถามในแบบวัดฉบับก่อนเรียน ดังภาพ 7 นักเรียนส่วนใหญ่ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาได้ไม่สมบูรณ์ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถบอกปัจจัยที่สำคัญและ

กำหนดตัวแปรในสถานการณ์ปัญหาได้ ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 1 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเพื่อหารูปแบบการอาบน้ำที่ประหยัดน้ำที่สุด นักเรียนเกือบทั้งหมดไม่สามารถระบุตัวแปรที่สำคัญ ได้แก่ ปริมาณน้ำที่ใช้ และระยะเวลาในการอาบน้ำ ผู้วิจัยต้องใช้คำถามย่อยเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนคิดแยกส่วนและไต่ระดับความคิด เช่น “นักเรียนรู้จักการอาบน้ำด้วยรูปแบบใดบ้าง” “จะทราบปริมาณน้ำที่อาบโดยใช้ขันได้อย่างไร” นอกจากนี้ผู้วิจัยยังต้องอธิบายเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้อย่างสมบูรณ์ นักเรียนทั้งหมดยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับข้อตกลงเบื้องต้น โดยไม่สามารถคิดปัจจัยอื่น ๆ ที่ส่งผลต่อการคำนวณได้ มีนักเรียนหลายคนไม่เข้าใจข้อตกลงเบื้องต้นที่สร้างร่วมกันในชั้นเรียน ซึ่งสังเกตได้จากการตั้งคำถามและแสดงความคิดเห็นของนักเรียน ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 1 มีการสร้างข้อตกลงเบื้องต้นร่วมกัน โดยสมมติว่าขันเป็นทรงกระบอกที่มีขนาดตามข้อมูลในใบกิจกรรม แต่มีนักเรียนตั้งคำถามและแสดงความคิดเห็นว่า “ขันบางใบมันไม่เห็นเหมือนทรงกระบอกเลยครับ” และ“ขันแต่ละบ้านขนาดไม่เท่ากันนะครับ”

ต่อมาในคาบเรียนที่ 3-4 นักเรียนหลายคนเริ่มมีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นและแบ่งปันประสบการณ์ พยายามทำความเข้าใจสถานการณ์ โดยตั้งคำถามที่ตนเองสงสัยเกี่ยวกับสถานการณ์เพิ่มขึ้น ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 3 เรียนรู้จากสถานการณ์เกี่ยวกับราคารวมของการซื้อแอปเปิลและส้มจำนวนหนึ่ง นักเรียนเพียงบางคนตั้งคำถามและแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับสถานการณ์ว่า “ส้มกับแอปเปิลแต่ละผลราคาเท่ากันไหมคะ ถ้าเท่ากันก็หารได้เลยค่ะ” และ “ลองหารดูแล้วได้ไม่เท่ากัน” นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุข้อมูลสำคัญของสถานการณ์ปัญหาได้ แต่ยังขาดรายละเอียดที่ชัดเจน และยังไม่สามารถกำหนดตัวแปรได้ด้วยตนเอง ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 4 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับราคาจากการสั่งซื้อสินค้า 2 ชนิด ระบุข้อมูลสำคัญของสถานการณ์นี้ ได้แก่ น้ำหนัก และราคาสินค้า โดยอธิบายได้ว่าต้องนำมาใช้ในการคำนวณ จึงกำหนดตัวแปรเป็นข้อมูลทั้ง 2 อย่างนี้ ซึ่งตัวแปรที่ถูกต้อง คือ ราคาสินค้าแต่ละชนิด เนื่องจากสถานการณ์ระบุน้ำหนักของสินค้ามาให้แล้ว

ภาพ 7 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนก่อนการทดลอง


ปัญหาที่ 2 นนท์ซื้อกล้องถ่ายรูปจากร้านค้าแห่งหนึ่งซึ่งจัดรายการส่งเสริมการขายโดยลดราคา 25% และเมื่อรวมภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% แล้ว ต้องจ่ายเงินทั้งหมด 25,359 บาท นนท์อยากทราบว่าราคาเต็มของกล้องถ่ายรูปตัวนี้เมื่อไม่รวมภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% เท่ากับกี่บาท

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. นนท์ต้องการแก้ปัญหาในประเด็นใด

ราคาเดิมของกล้องถ่ายรูปตัวนี้ เมื่อไม่รวมภาษีมูลค่าเพิ่ม 7%

2. ในการตอบข้อสงสัยดังกล่าว มีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้างที่นนท์ต้องนำมาใช้

1. ร้านค้าแห่งหนึ่งจัดรายการส่งเสริมการขายโดยลดราคา 25%

2. ภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% ต้องจ่ายเงินทั้งหมด 25,359

จากภาพ 7 นักเรียนตอบคำถามเกี่ยวกับสิ่งที่โจทย์ถามและข้อมูลสำคัญในโจทย์โดยการคัดลอกข้อมูลที่ปรากฏในโจทย์เท่านั้น และไม่มีการตีความหรือขยายความเพิ่มเติม

พัฒนาการระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 5-8)

คาบเรียนที่ 5-6 นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นและแบ่งปันประสบการณ์มากขึ้นกว่าระยะที่ 1 พยายามทำความเข้าใจปัญหามากขึ้น โดยนักเรียนหลายคนตั้งคำถามที่ตนเองสงสัยเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา ซึ่งช่วยให้สามารถสร้างข้อตกลงเบื้องต้นได้เป็นอย่างดี ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 5 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนหญิงและนักเรียนชายในการเข้าแถวของห้องเรียนหนึ่ง มีนักเรียนตั้งคำถามว่า “นักเรียนหญิงกับนักเรียนชายในแถวยืนตรงกันหรือเปล่าครับ” และ “นักเรียนมาเข้าแถวครบทุกคนไหมคะ” ซึ่งต่อมาคำถามทั้ง 2 ประเด็นนี้ นำมาใช้สร้างข้อตกลงเบื้องต้นร่วมกันในชั้นเรียน ได้แก่ สมมติว่านักเรียนยืนเข้าแถวตรงกัน และนักเรียนมาเข้าแถวครบทุกคน ทั้งนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายได้ว่าการสร้างข้อตกลงเบื้องต้นทั้ง 2 ข้อนี้ช่วยให้สามารถคำนวณหาคำตอบได้ นอกจากนี้ไม่พบนักเรียนที่แสดงออกถึงความไม่เข้าใจข้อตกลงเบื้องต้นที่สร้างร่วมกันในชั้นเรียน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดตัวแปรได้ถูกต้อง แต่ยังอธิบายรายละเอียดได้ไม่ชัดเจน

ต่อมาในคาบเรียนที่ 7-8 นักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการแสดงความคิดเห็นและแบ่งปันประสบการณ์สม่ำเสมอ ทำความเข้าใจปัญหาได้ดี สามารถระบุและตัดสินใจเลือกข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 7 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับความคุ้มค่าในการสมัครเป็นสมาชิกสระว่ายน้ำ นักเรียนส่วนใหญ่สร้างตารางข้อมูลใหม่

โดยคัดเลือกเฉพาะข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ในการคำนวณ ซึ่งพิจารณาจากประเภทของบุคคลตามข้อมูลที่สถานการณ์กำหนดให้ นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุตัวแปรได้ถูกต้อง มีรายละเอียดที่ชัดเจน ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 8 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการตัดสินใจลงทุนเพื่อให้ได้ผลตอบแทนตามที่กำหนด นักเรียนส่วนใหญ่กำหนดตัวแปรโดยอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน ได้แก่ x แทน จำนวนเงินที่ฝากธนาคาร และ y แทน จำนวนเงินที่ลงทุนในหุ้น

พัฒนาการระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 9-10)

นักเรียนส่วนใหญ่ทำความเข้าใจปัญหาได้ดี แต่ใช้เวลาค่อนข้างมากเพราะสถานการณ์ปัญหาซับซ้อนขึ้นกว่าทั้ง 2 ระยะที่ผ่านมา บอกปัจจัยที่สำคัญในสถานการณ์ได้ครบถ้วน กำหนดตัวแปรได้ถูกต้องและอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 9 เรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการนัดหมายเวลาและสถานที่นัดพบ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุปัจจัยที่สำคัญในสถานการณ์ ได้แก่ เวลา อัตราเร็ว และระยะทาง และกำหนดตัวแปร ได้แก่ x แทน ระยะเวลาที่ธีร์ใช้เดินทางจากอำเภอสุวรรณภูมิไปสถานที่นัดพบ (ชั่วโมง) และ y แทน ระยะเวลาที่วรรณาใช้เดินทางจากอำเภอจังหารไปสถานที่นัดพบ (ชั่วโมง) นอกจากนี้พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่แยกคำนวณหาข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ในการสร้างสมการไว้ก่อนในระหว่างที่ทำความเข้าใจปัญหา เช่น คำนวณว่า 20 นาที คิดเป็นกี่ชั่วโมง เป็นต้น ทั้งนี้นักเรียนส่วนใหญ่จะเริ่มสร้างสมการหลังจากที่ได้วางแผนและตัดสินใจเลือกข้อมูลเป็นอย่างดีแล้ว ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 10 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการวางแผนโภชนาการตามพลังงานที่ร่างกายต้องการ นักเรียนส่วนใหญ่ใช้เวลาตัดสินใจเลือกชนิดของอาหารอย่างเหมาะสมก่อนที่จะกำหนดตัวแปรเป็นปริมาณอาหารแต่ละชนิด

ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นเรียนรู้ปัญหา (ขั้นที่ 1) สรุปได้ว่าในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ มีนักเรียนเพียงบางส่วนแสดงความคิดเห็น ตั้งคำถามหรือข้อสงสัยในการทำความเข้าใจปัญหาค่อนข้างน้อย และนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถระบุข้อมูลสำคัญหรือตัวแปรที่พบในสถานการณ์ปัญหา จึงไม่สามารถระบุข้อตกลงเบื้องต้นเพื่อให้ปัญหาอยู่ในรูปที่สามารถวิเคราะห์ทางคณิตศาสตร์ได้ ยังต้องอาศัยคำถามและคำอธิบายเพิ่มเติมจากครูค่อนข้างมาก ในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถแสดงความคิดเห็นและแบ่งปันประสบการณ์ของตนเอง ซึ่งแสดงถึงความเข้าใจเกี่ยวกับข้อมูลสำคัญหรือตัวแปรในสถานการณ์ปัญหา ระบุข้อตกเบื้องต้นได้เพิ่มขึ้นตามลำดับ อาศัยคำถามและคำอธิบายเพิ่มเติมจากครูน้อยลง พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการเข้าใจปัญหา ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2.1.2 ขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบ

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบ โดยการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสัมภาษณ์เพิ่มเติม ซึ่งผลการวิเคราะห์พัฒนาการมีรายละเอียด ดังนี้

พัฒนาการระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1-4)

คาบเรียนที่ 1-2 นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ได้ บางคนสามารถระบุได้เฉพาะความสัมพันธ์ที่ไม่ซับซ้อน (ดำเนินการเพียงขั้นตอนเดียว) ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 1 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเพื่อหารูปแบบการอาบน้ำที่ประหยัดน้ำที่สุด นักเรียนบางคนระบุความสัมพันธ์ได้ว่า “ปริมาณน้ำที่อาบโดยใช้ขันเท่ากับ ผลคูณของจำนวนครั้งที่ใช้ขันตักน้ำกับความจุของขัน” ซึ่งเป็นเพียงส่วนหนึ่งของความสัมพันธ์ที่ใช้สร้างสมการ ผู้วิจัยต้องเพิ่มเติมเพื่อให้นักเรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ระหว่างระยะเวลากับจำนวนครั้งที่ใช้ขันตักน้ำได้ นักเรียนส่วนใหญ่จึงจะสามารถสร้างสมการได้ ทั้งนี้เมื่อร่วมกันสร้างความสัมพันธ์ของข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาได้แล้ว นักเรียนสามารถคำนวณเพื่อเติมข้อมูลลงในตารางแสดงความสัมพันธ์ของคู่อันดับได้ถูกต้อง ระบุขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ไม่สมบูรณ์และมีรายละเอียดที่ไม่ชัดเจน

ต่อมาในคาบเรียนที่ 3-4 นักเรียนใช้เวลาพอสมควรในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ ยังต้องการคำแนะนำในการแสดงความสัมพันธ์โดยใช้ตัวแบบ ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 3 เรียนรู้จากสถานการณ์เกี่ยวกับราคารวมของการซื้อแอปเปิ้ลและส้มจำนวนหนึ่ง ซึ่งนักเรียนต้องทำกิจกรรมติดแผ่นภาพส้มและแอปเปิ้ล โดยแต่ละภาพแทนผลไม้ 1 ผล เพื่อแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนผลไม้แต่ละชนิดที่ซื้อกับจำนวนเงินที่จ่าย ทั้งนี้ต่อมาในคาบเรียนที่ 4 นักเรียนต้องทำกิจกรรมโดยใช้แผ่นภาพแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์คล้ายกับกิจกรรมในคาบเรียนที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถใช้แผ่นภาพแสดงความสัมพันธ์ได้ถูกต้องด้วยตนเอง นอกจากนี้พบว่านักเรียนอธิบายรายละเอียดในขั้นตอนการแก้ปัญหาเพิ่มขึ้นจากคาบแรก ๆ แต่หลายคนยังระบุขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ไม่สมบูรณ์

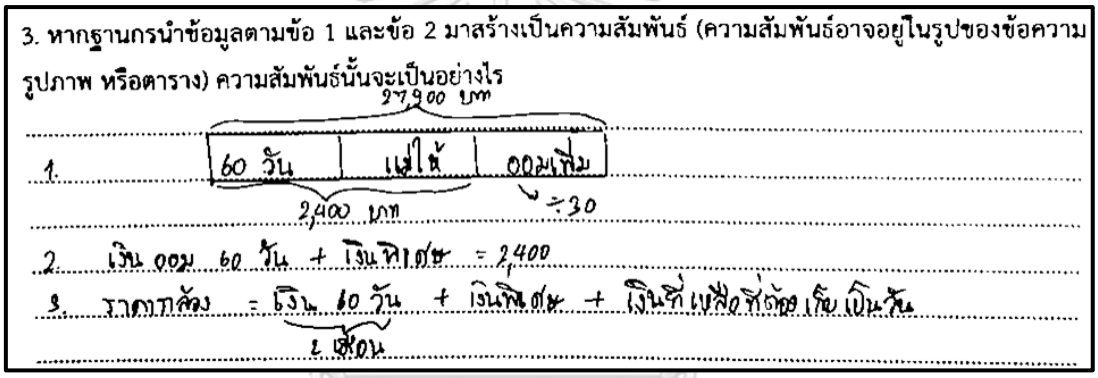
พัฒนาการระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 5-8)

คาบเรียนที่ 5-6 นักเรียนส่วนใหญ่ค้นพบความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาได้ด้วยตนเอง ยังมีนักเรียนบางคนที่สามารถอธิบายความสัมพันธ์ในรูปข้อความได้ แต่ไม่สามารถเขียนเป็นสมการได้ ซึ่งนักเรียนที่ไม่สามารถเขียนสมการได้เหล่านี้มักจะใช้ตัวแบบอื่น ๆ ตามที่ได้เรียนรู้หรือที่ตนเองถนัดมาในการแสดงความสัมพันธ์ ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 5 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนหญิงและนักเรียนชายในการเข้าแถวของห้องเรียนหนึ่ง ซึ่งในกิจกรรมมีการใช้ตัวแบบเป็นแถบกระดาษสีต่าง ๆ ซึ่งใช้แสดงแทนจำนวนนักเรียนชายและหญิง

ผู้วิจัยพบนักเรียนบางคนที่สามารถอธิบายและจัดแถบกระดาษแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนนักเรียนชาย นักเรียนหญิง และนักเรียนทั้งหมดได้ถูกต้อง แต่ไม่สามารถเขียนเป็นสมการได้ ซึ่งพฤติกรรมเหล่านี้สอดคล้องกับการตอบแบบวัดฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 2 ดังภาพ 8 - 9

ต่อมาในคาบเรียนที่ 7-8 พบว่า มีนักเรียนที่สามารถอธิบายเพิ่มเติมได้ว่า ตัวแปรแต่ละตัวที่กำหนดสัมพันธ์กันอย่างไร ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 7 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับความคุ้มค่าในการสมัครเป็นสมาชิกสระว่ายน้ำ นักเรียนระบุได้ว่า ตัวแปร x (จำนวนครั้งที่ใช้บริการ) ส่งผลต่อตัวแปร y (ค่าใช้บริการทั้งหมด) จึงสามารถเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ในรูป y = ax + b ได้ง่าย นอกจากนี้พบว่าในระยะนี้นักเรียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ชัดเจนขึ้น

ภาพ 8 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2


3. หากฐานกรนำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง) ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นอย่างไร

27,900 บาท

1. 60 วัน | เช่าให้ | 00มเพิ่ม

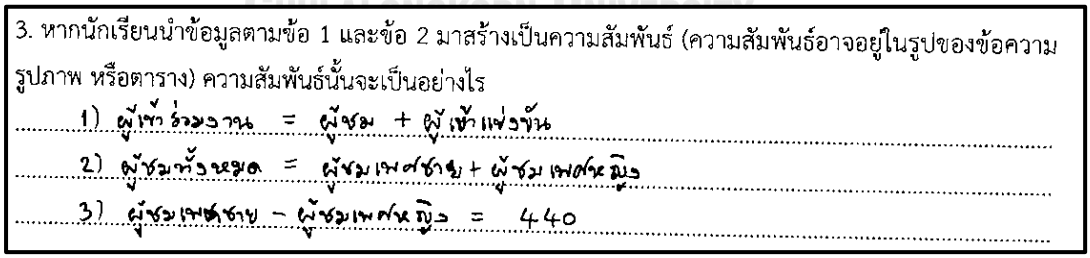
2,400 บาท ÷30

2 เงิน 00ม 60 วัน + เงินพิเศษ = 2,400

3. ราคาทั้ง = เงิน 60 วัน + เงินพิเศษ + เงินที่เช่าที่จัดเป็นวัน

2 เดือน

ภาพ 9 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2


3. หากนักเรียนนำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง) ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นอย่างไร

1) ผู้เข้าร่วมงาน = ผู้ชม + ผู้เข้าแข่งขัน

2) ผู้ชมทั้งหมด = ผู้ชมเพศชาย + ผู้ชมเพศหญิง

3) ผู้ชมเพศชาย − ผู้ชมเพศหญิง = 440

จากภาพ 9 นักเรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ปัญหาได้ถูกต้อง ซึ่งแสดงความสัมพันธ์โดยใช้ตัวแบบตามที่ตนเองถนัด

พัฒนาการระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 9-10)

ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่อธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลและใช้ในการเขียนสมการได้ถูกต้อง นักเรียนเลือกใช้ตัวแบบในการแก้ปัญหาเป็นสมการ แต่พบว่ามีนักเรียนบางเพียงบางคนที่ใช้ตัวแบบอื่น ๆ อย่างหลากหลายตามที่ตนเองถนัด ได้แก่ ข้อความ ตาราง และรูปภาพ เพื่อประกอบการทำความเข้าใจและค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาก่อนที่จะเขียนเป็นสมการได้ เนื่องจากสถานการณ์ปัญหาค่อนข้างซับซ้อน นอกจากนี้ยังสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา อธิบายได้ว่าจะใช้ความรู้นั้นอย่างไร และอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน

ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบ (ขั้นที่ 2) สรุปได้ว่าในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลหรือของตัวแปรได้ถูกต้อง ยังไม่มีแนวทางในการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ยังต้องการคำแนะนำและตัวอย่างเพิ่มเติมจากครู ในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ดีขึ้นตามลำดับ แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้หลายรูปแบบมากขึ้น ได้แก่ ข้อความ กราฟ ตาราง รูปภาพ และสมการ นอกจากนี้นักเรียนยังมีการตรวจสอบความถูกต้องของความสัมพันธ์ที่ตนเองระบุ และในคาบที่เรียนรู้เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหา นักเรียนสามารถนำเสนอตัวแบบแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ โดยเลือกรูปแบบตามที่ตนเองถนัด ระบุลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบได้ถูกต้อง พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการบูรณาการข้อมูลและการวางแผนและการกำกับตรวจสอบ ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

2.2.1.3 ขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์ โดยการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และสัมภาษณ์เพิ่มเติม ซึ่งผลการวิเคราะห์พัฒนาการมีรายละเอียด ดังนี้

พัฒนาการระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1-4)

ในระยะนี้แม้ว่านักเรียนหลายคนจะสามารถอธิบายขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ แต่นักเรียนคำนวณได้ไม่ถูกต้องและไม่เสร็จสมบูรณ์ โดยนักเรียนส่วนใหญ่คำนวณหาคู่อันดับและเขียนกราฟได้ แต่ยังไม่สามารถแก้ระบบสมการจนได้คำตอบที่ถูกต้องด้วยตนเอง ผู้วิจัยยังต้องทบทวนความรู้พื้นฐานบางส่วนและให้คำอธิบายเพิ่มเติม ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 3-4 นักเรียนเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปร (Elimination method) ซึ่งนักเรียนหลายคนสามารถดำเนินการจนสามารถกำจัดตัวแปรได้ตามแนวคิดที่เรียนรู้ใน

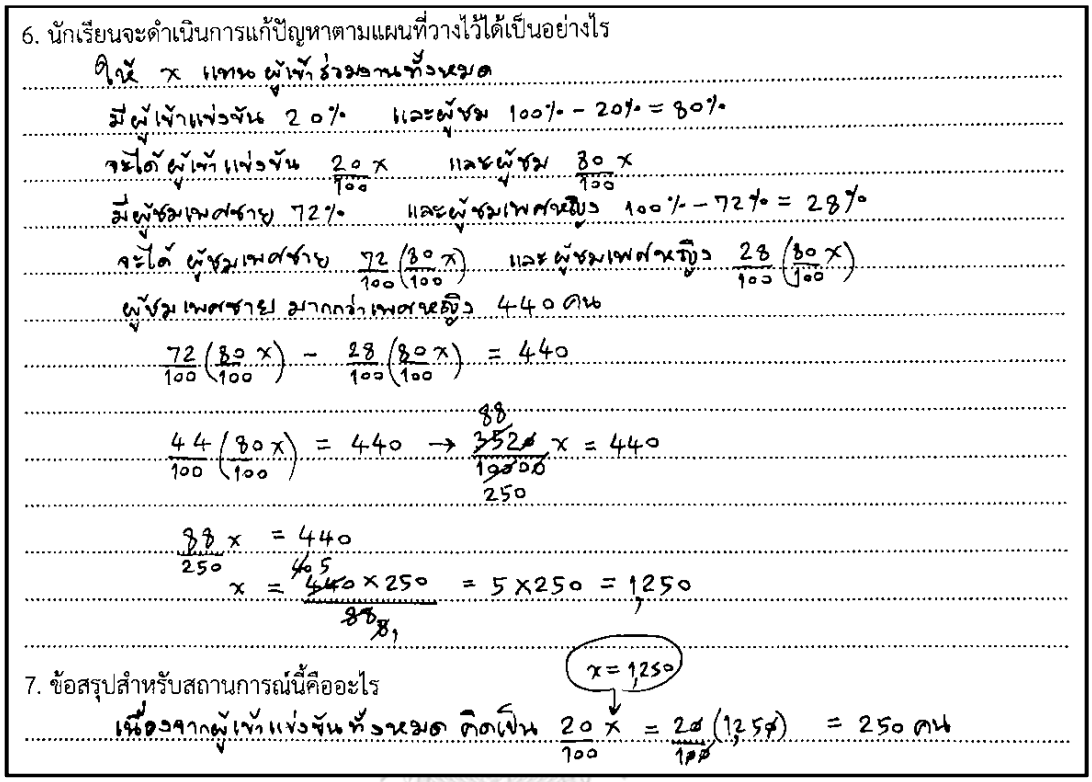
คาบเรียน แต่ไม่สามารถดำเนินแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวต่อได้ด้วยตนเอง ทั้งนี้ในคาบเรียนที่ 4 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถการแก้ระบบสมการได้ถูกต้อง และพบนักเรียนบางคนที่สามารถเปรียบเทียบและอธิบายความแตกต่างของวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาของคาบเรียนที่ 3 และ 4 ดังคำตอบที่ได้จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมว่า “วันนี้ใช้แผ่นภาพหาคำตอบได้คล้าย ๆ กับครั้งที่แล้ว” และ “แตกต่างกันตรงที่จัดแผ่นภาพแล้วไม่มีจำนวนสินค้าที่เท่ากันเลย” ซึ่งความแตกต่างที่นักเรียนระบุนี้เป็นประเด็นสำคัญที่อธิบายว่าระบบสมการในคาบเรียนที่ 4 ไม่มีสัมประสิทธิ์ของตัวแปร x และ y ที่เท่ากันเหมือนในคาบเรียนที่ 3 โดยระบบสมการประกอบด้วย $4x + 2y = 800$ และ $2x + 4y = 760$

พัฒนาการระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 5-8)

ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการตามขั้นตอนการแก้ปัญหาที่ระบุไว้และได้คำตอบที่ถูกต้อง ยังพบนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้ โดยใช้ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ตนเองค้นพบ แต่ไม่สามารถแสดงการแก้ระบบสมการได้ถูกต้อง ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 5 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนหญิงและนักเรียนชายในการเข้าแถวของห้องเรียนหนึ่ง ซึ่งในกิจกรรมมีการใช้ตัวแบบเป็นแถบกระดาษสีต่าง ๆ และนักเรียนค้นพบความสัมพันธ์จากการจัดแถบกระดาษสีต่าง ๆ แต่ไม่สามารถเขียนเป็นสมการ คือ $2x + 8 = 36$ โดยนักเรียนหาคำตอบได้จากการคำนวณต่อไปนี้ $36 - 8 = 28$ และ $28 \div 2 = 4$ ต่อมาในคาบที่ 7-8 เป็นการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแสดงวิธีการคำนวณได้โดยมีรายละเอียดที่ชัดเจน ซึ่งพฤติกรรมเหล่านี้แสดงออกผ่านการตอบแบบวัด ดังภาพ 10 นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเลือกใช้วิธีการในการแก้ระบบสมการได้เหมาะสม แต่ยังพบนักเรียนบางคนที่คำนวณผิดพลาดในบางขั้นตอน และยังต้องการให้ทบทวนวิธีการในการแก้ระบบสมการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาพ 10 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2



6. นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้เป็นอย่างไร

ให้ x แทน ผู้เข้าร่วมงานทั้งหมด

มีผู้เข้าแข่งขัน 20% และผู้ชม 100% − 20% = 80%

จะได้ ผู้เข้าแข่งขัน $\frac{20}{100}x$ และผู้ชม $\frac{80}{100}x$

มีผู้ชมเพศชาย 72% และผู้ชมเพศหญิง 100% − 72% = 28%

จะได้ ผู้ชมเพศชาย $\frac{72}{100}\left(\frac{80}{100}x\right)$ และผู้ชมเพศหญิง $\frac{28}{100}\left(\frac{80}{100}x\right)$

ผู้ชมเพศชาย มากกว่าเพศหญิง 440 คน

$$\frac{72}{100}\left(\frac{80}{100}x\right) - \frac{28}{100}\left(\frac{80}{100}x\right) = 440$$

$$\frac{44}{100}\left(\frac{80}{100}x\right) = 440 \rightarrow \frac{\overset{88}{\cancel{3520}}}{\underset{250}{\cancel{10000}}}x = 440$$

$$\frac{88}{250}x = 440$$

$$x = \frac{\overset{5}{\cancel{440}} \times 250}{\cancel{88}_{1}} = 5 \times 250 = 1{,}250$$

7. ข้อสรุปสำหรับสถานการณ์นี้คืออะไร

$x = 1{,}250$

เนื่องจากผู้เข้าแข่งขันทั้งหมด คิดเป็น $\frac{20}{100}x = \frac{20}{100}(1{,}250) = 250$ คน

จากภาพ 10 นักเรียนสามารถแสดงวิธีในการดำเนินการตามแผนได้มีรายละเอียดที่ชัดเจน เป็นขั้นตอนจนได้คำตอบที่ถูกต้อง

พัฒนาการระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 9-10)

ในระยะนี้ นักเรียนใช้เวลาในการคำนวณค่อนข้างมากเนื่องจากสถานการณ์ซับซ้อนกว่าทั้ง 2 ระยะที่ผ่านมา นักเรียนส่วนใหญ่แยกคำนวณทีละส่วนแล้วนำผลลัพธ์มาดำเนินการตามขั้นตอนที่ระบุไว้ สามารถเลือกใช้วิธีการแก้ระบบสมการที่เหมาะสม พร้อมทั้งให้เหตุผลประกอบการเลือก ดังข้อมูลที่ได้จากการสัมภาษณ์ว่า “ต้องใช้วิธีการกำจัดตัวแปร ถ้าแทนค่าจะคิดเลขยาก เพราะมีเศษส่วน” ทั้งนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ระบบสมการจนได้คำตอบที่ถูกต้อง

ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (ขั้นที่ 3) สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ แม้ว่านักเรียนจะสามารถอธิบายขั้นตอนในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ได้ แต่นักเรียนส่วนใหญ่คำนวณได้ไม่ถูกต้องและไม่เสร็จสมบูรณ์ ยังต้องอาศัยคำแนะนำและคำอธิบายเพิ่มเติมจากครู เมื่อได้ฝึกฝนมากขึ้น นักเรียนสามารถคำนวณได้ถูกต้องมากขึ้นตามลำดับ นอกจากนี้นักเรียนต้องการคำแนะนำและคำอธิบายจากครู

น้อยลง แต่ปรึกษากันกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการดำเนินการตามแผน ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2.1.4 ขั้นแปลความหมาย

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นแปลความหมาย โดยการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสัมภาษณ์เพิ่มเติม ซึ่งผลการวิเคราะห์พัฒนาการมีรายละเอียด ดังนี้

พัฒนาการระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1-4)

คาบเรียนที่ 1-2 นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถแปลความหมายของผลลัพธ์ให้สอดคล้องกับสถานการณ์ โดยเข้าใจว่าผลลัพธ์จากการคำนวณเป็นคำตอบของปัญหา ขาดการสรุปคำตอบตามสถานการณ์ปัญหา ผู้วิจัยยังต้องใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงคำตอบกลับไปสู่บริบทของสถานการณ์ปัญหา ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 1 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเพื่อหารูปแบบการอาบน้ำที่ประหยัดน้ำที่สุด เมื่อนักเรียนเขียนกราฟของระบบสมการแล้วสามารถบอกได้ว่าตัดกันที่จุดใด แต่ไม่สามารถอธิบายได้ว่าจุดตัดนั้นคืออะไร ผู้วิจัยต้องตั้งคำถามเพิ่มเติมว่า แต่ละจำนวนในจุดตัดคืออะไรในสถานการณ์นี้ เพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงจุดตัดกับสถานการณ์ปัญหา ว่าเป็นจุดที่ใช้ระยะเวลาในการอาบน้ำเท่ากันและปริมาณน้ำที่ใช้เท่ากัน ต่อมาในคาบที่ 3-4 พบว่ามีนักเรียนหลายคนที่สามารถแปลความหมายของคำตอบของระบบสมการได้สอดคล้องกับสถานการณ์ ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 3 นักเรียนสรุปได้ว่าคำตอบของระบบสมการคือ (24, 21) ซึ่งหมายถึงส้มราคาผลละ 24 บาท และแอปเปิ้ลราคาผลละ 21 บาท

พัฒนาการระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 5-8)

ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สรุปคำตอบของระบบสมการได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา แต่ยังพบนักเรียนที่ยังไม่สามารถตอบปัญหาของสถานการณ์ได้ ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 7 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับความคุ้มค่าในการสมัครเป็นสมาชิกสระว่ายน้ำ นักเรียนได้คำตอบของระบบสมการคือ (25, 1,250) ซึ่งนักเรียนอธิบายได้ว่า การสมัครและไม่สมัครสมาชิกจะจ่ายค่าบริการเท่ากันถ้าใช้บริการ 25 ครั้ง แต่ยังไม่ได้ตอบของปัญหาซึ่งต้องให้คำแนะนำในการตัดสินใจสมัครสมาชิก ผู้วิจัยจึงต้องตั้งคำถามเพื่อกระตุ้นให้นักเรียนตอบปัญหาในประเด็นดังกล่าว

พัฒนาการระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 9-10)

ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สรุปคำตอบของระบบสมการได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาแม้ว่าสถานการณ์ปัญหาจะซับซ้อนกว่าทั้ง 2 ระยะที่ผ่านมา นักเรียนคำนึงถึงคำถามหลักของสถานการณ์ปัญหามากขึ้น สามารถแปลความหมายของผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณ

ให้สอดคล้องกับความเป็นจริงได้ ตัวอย่างเช่น ในคาบที่ 10 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการวางแผนโภชนาการตามปริมาณพลังงานที่ร่างกายต้องการ ซึ่งนักเรียนคำนวณและได้ผลลัพธ์ว่าต้องกินมันม่วงประมาณ 5.65 ถุง แต่นักเรียนคำนึงความเป็นจริงว่า จำนวนถุงมันม่วงที่ซื้อต้องเป็นจำนวนเต็ม จึงสรุปคำตอบเป็น 6 ถุง เพื่อให้ได้พลังงานเพียงพอต่อความต้องการของร่างกาย

ผลการวิเคราะห์สรุปพัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นแปลความหมาย (ขั้นที่ 4)ได้ว่า ในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถอธิบายผลลัพธ์จากการคำนวณให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ โดยเข้าใจว่าผลลัพธ์จากการคำนวณเป็นคำตอบของปัญหา ขาดการสรุปคำตอบตามสถานการณ์ปัญหา ครูยังต้องใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงคำตอบกลับไปสู่บริบทของสถานการณ์ปัญหา และในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถอธิบายผลลัพธ์จากการคำนวณให้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหาได้ดีขึ้นตามลำดับ และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปคำตอบตามสถานการณ์ปัญหาได้ พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการดำเนินการตามแผน ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2.1.5 ขั้นตรวจสอบ

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นตรวจสอบ โดยการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสัมภาษณ์เพิ่มเติม ซึ่งผลการวิเคราะห์พัฒนาการมีรายละเอียด ดังนี้

พัฒนาการระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1-4)

ในคาบเรียนที่ 1-2 นักเรียนเกือบทั้งหมดไม่สามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของระบบสมการได้ เพราะไม่ทราบวิธีการในการตรวจสอบ ผู้วิจัยจึงต้องอธิบายเพิ่มเติมโดยทบทวนความหมายของคำตอบของระบบสมการ นอกจากนี้ยังพบว่ามีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่สามารถระบุข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบได้ แต่ไม่สามารถอธิบายราบละเอียดที่ชัดเจน ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 1 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเพื่อหารูปแบบการอาบน้ำที่ประหยัดน้ำที่สุด นักเรียนอธิบายได้เพียงว่าการเขียนกราฟแสดงปริมาณน้ำที่ใช้กับระยะเวลาที่อาบน้ำช่วยให้เปรียบเทียบวิธีการอาบน้ำแต่ละแบบได้ง่าย แต่ไม่สามารถอธิบายได้ว่าง่ายอย่างไร และไม่มีนักเรียนที่แสดงออกถึงการรับรู้ข้อจำกัดของตัวแบบจากการสร้างข้อตกลงเบื้องต้น ซึ่งใช้ข้อมูลปริมาณน้ำจากตัวอย่างขัน ตัวอย่างฝักบัว และตัวอย่างอ่างอาบน้ำเท่านั้น ไม่สามารถนำข้อสรุปจากการคำนวณว่าการอาบรูปแบบใดประหยัดที่สุดในสถานการณ์นี้ไปใช้อธิบายสถานการณ์อื่นได้

ต่อมาในคาบเรียนที่ 3-4 เมื่อนักเรียนมีประสบการณ์และเรียนรู้ตัวอย่างการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ นักเรียนมากกว่าครึ่งของทั้งหมดสามารถตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของระบบสมการได้ โดยใช้การแทนค่าตัวแปรในแต่ละสมการ และมีนักเรียนเพียง

บางคนเท่านั้นที่สามารถตรวจสอบความถูกต้องโดยนำคำตอบของระบบสมการย้อนกลับไปพิจารณาตามสถานการณ์ปัญหา ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 4 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับราคาจากการสั่งซื้อสินค้า 2 ชนิด นักเรียนได้คำตอบของระบบสมการ คือ (140, 120) จากนั้นตีความคำตอบเป็นราคาผักอบกรอบและมันฝรั่งทอด แล้วนำไปตรวจสอบความถูกต้องโดยย้อนกลับไปคำนวณตามการสั่งซื้อออนไลน์ว่าได้ราคารวมตามที่สถานการณ์ระบุไว้หรือไม่ นอกจากนี้มีนักเรียนบางคนที่สามารถระบุข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบได้เพิ่มขึ้นจากคาบเรียนที่ 1-2 ซึ่งนักเรียนโดยส่วนใหญ่พบข้อจำกัดของตัวแบบจากการแก้ปัญหาในสถานการณ์อื่น ๆ หรือจากการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม ตัวอย่างเช่น นักเรียนแสดงความคิดเห็นและตอบคำถามว่า “ใช้รูปภาพ ผมเข้าใจง่ายกว่าตัวแปรครับ” และ “คาบนี้ต้องแปะรูปเยอะมากเลยครับ” “ข้อนี้หนูใช้การวาดรูปแล้ว แต่ทำต่อไม่ได้ค่ะ”

พัฒนาการระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 5-8)

ในคาบเรียนที่ 5-6 มีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่สามารถตรวจสอบความถูกต้องโดยนำคำตอบของระบบสมการย้อนกลับไปพิจารณาตามสถานการณ์ปัญหาได้เพิ่มขึ้นจากระยะที่ 1 แต่ยังมีนักเรียนบางคนที่ตรวจสอบความถูกต้องโดยแทนค่าตัวแปรที่สมการตั้งต้นเท่านั้น นักเรียนมากกว่าครึ่งของทั้งหมดสามารถระบุข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบที่ใช้ในการหาคำตอบของสมการปัญหาได้ แต่มีนักเรียนเพียงบางคนที่อธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 5 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับจำนวนนักเรียนหญิงและนักเรียนชายในการเข้าแถวของห้องเรียนหนึ่ง ซึ่งในกิจกรรมมีการใช้ตัวแบบเป็นแถบกระดาษสีต่าง ๆ ซึ่งใช้แสดงแทนจำนวนนักเรียนชายและหญิง พบว่า มีนักเรียนแสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับตัวแบบว่า “ใช้เป็นแท่ง ๆ แบบนี้สะดวกดีครับ จริง ๆ เราวาดเองก็ได้ครับไม่ต้องแปะ” และ “ขอเขียนคำว่าชายกับหญิงลงไปในแท่งได้ไหมคะ หนูขี้เกียจจำสี” ซึ่งแสดงว่าตัวแบบที่เป็นแถบกระดาษนี้ใช้แสดงแทนจำนวนต่าง ๆ ได้สะดวกกว่าการใช้รูปภาพหลาย ๆ รูป แต่ต้องมีการกำหนดว่าแต่ละสีแสดงแทนสิ่งใดเพื่อให้เข้าใจตรงกัน

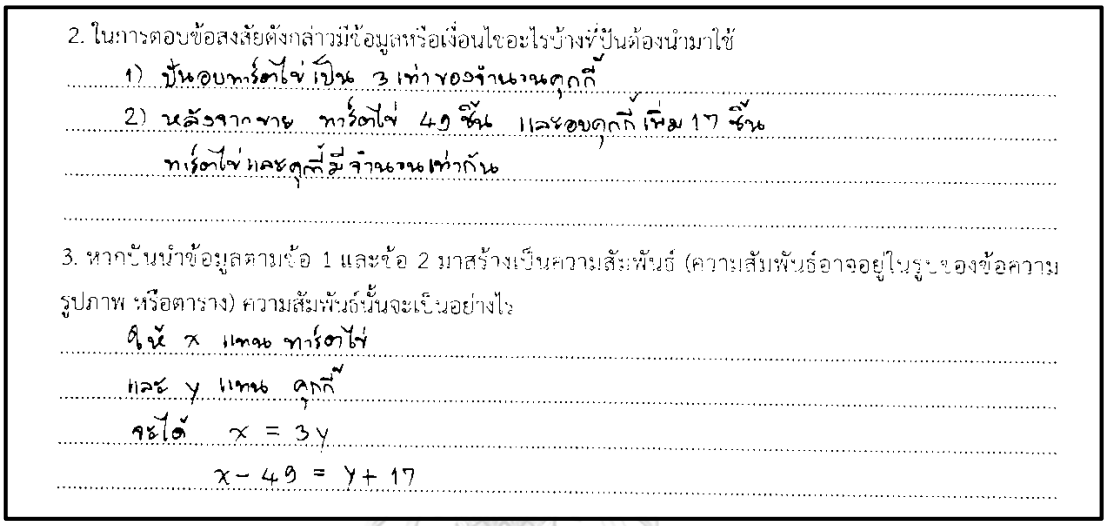
ต่อมาในคาบเรียนที่ 7-8 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบความถูกต้อง โดยนำคำตอบของระบบสมการย้อนกลับไปพิจารณาตามสถานการณ์ปัญหาได้ และสามารถระบุข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ ซึ่งแสดงออกผ่านการอธิบายเหตุผลประกอบการเลือกใช้ตัวแบบในการแก้ปัญหา ตัวอย่างเช่น “โจทย์ข้อนี้ผมใช้การวาดรูปไม่ได้เลยครับ มันมีทศนิยม ไม่รู้จะว่ายังไง ต้องใช้สมการอย่างเดียวครับ”

พัฒนาการระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 9-10)

ในระยะนี้ นักเรียนทุกคนใช้เวลาในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบของปัญหาค่อนข้างนาน เพราะสถานการณ์ปัญหาซับซ้อนทำให้มีขั้นตอนในการแก้ปัญหาหลายขั้นตอน ทั้งนี้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถตรวจสอบความถูกต้องโดยนำคำตอบของระบบสมการย้อนกลับไปพิจารณาตามสถานการณ์ปัญหาได้ นักเรียนหลายคนสามารถแก้ไขข้อผิดพลาดที่พบได้ด้วยตนเอง

และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างชัดเจน มีตัวอย่างการเลือกใช้ตัวแบบในการแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากข้อดีของตัวแบบที่นักเรียนแสดงออกในการตอบแบบวัดฉบับหลังเรียน ดังภาพ 11

ภาพ 11 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการตรวจสอบของนักเรียนหลังการทดลอง


2. ในการตอบข้อสงสัยดังกล่าวมีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้างที่ปันต้องนำมาใช้

1) ปันอบทาร์ตไข่เป็น 3 เท่าของจำนวนคุกกี้

2) หลังจากขาย ทาร์ตไข่ 49 ชิ้น และอบคุกกี้เพิ่ม 17 ชิ้น ทาร์ตไข่และคุกกี้มีจำนวนเท่ากัน

3. หากปันนำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง) ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นอย่างไร

ให้ x แทน ทาร์ตไข่

และ y แทน คุกกี้

จะได้ $x = 3y$

$x - 49 = y + 17$

จากภาพ 11 นักเรียนใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์ปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในแบบวัดฉบับหลังเรียน ซึ่งจากการสัมภาษณ์เพิ่มเติม พบว่า นักเรียนทราบว่าโจทย์ปัญหาข้อนี้สามารถแก้ได้โดยใช้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แต่นักเรียนเลือกใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยให้เหตุผลว่าการใช้สองตัวแปรจะเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ได้ง่ายกว่าตัวแปรเดียว

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นตรวจสอบ (ขั้นที่ 5) สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ นักเรียนยังไม่คุ้นเคยกับการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ โดยนักเรียนไม่ทราบวิธีที่ใช้ในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ นอกจากนี้นักเรียนไม่ทราบข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบ ซึ่งพบนักเรียนที่พยายามจะนำตัวแบบที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียนไปใช้กับปัญหาอื่น แต่แก้ปัญหาได้ไม่สำเร็จ เนื่องจากนักเรียนไม่ได้ตระหนักถึงข้อจำกัดตัวแบบที่ใช้ ครูจึงต้องให้คำแนะนำและอธิบายเพิ่มเติม ในช่วงต่อ ๆ มา เมื่อนักเรียนได้เรียนรู้ตัวอย่างการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบจากตัวอย่างในคาบเรียน ก็สามารถตรวจสอบคำตอบได้ด้วยตนเองในขณะทำแบบฝึกหัด นักเรียนสามารถตอบคำถามเกี่ยวกับข้อดีและข้อจำกัดของตัวแบบได้ และไม่พบนักเรียนที่แก้ปัญหาโดยใช้ตัวแบบที่ไม่เหมาะสม พฤติกรรมที่เปลี่ยนแปลงนี้

แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการบูรณาการข้อมูล ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

2.2.1.6 ขั้นรายงานผล

ผู้วิจัยศึกษาพัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นรายงานผล โดยการสังเกตพฤติกรรมที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และสัมภาษณ์เพิ่มเติม ซึ่งผลการวิเคราะห์พัฒนาการมีรายละเอียด ดังนี้

พัฒนาการระยะที่ 1 (คาบเรียนที่ 1-4)

ในคาบเรียนที่ 1-2 นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถอธิบายข้อสรุปและมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียน แต่นักเรียนหลายคนอธิบายได้ว่าได้ทำกิจกรรมอะไรและคำนวณอย่างไร ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 1 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการเปรียบเทียบเพื่อหารูปแบบการอาบน้ำที่ประหยัดน้ำที่สุด ซึ่งนักเรียนอธิบายความหมายของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรและคำตอบของระบบสมการได้ไม่ชัดเจน บอกได้ว่ามีสองตัวแปร แต่อธิบายได้คำตอบของระบบสมการได้มาจากหาคู่อันดับแล้วเขียนกราฟ นอกจากนี้นักเรียนหลายคนยังขาดความมั่นใจในวิธีการที่ตนเองเข้าใจ โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกรณีที่เขียนกราฟแล้วได้ลักษณะที่แตกต่างจากที่ตนเองเคยทำมา ตัวอย่างเช่น นักเรียนเขียนกราฟของระบบสมการแล้วไม่พบจุดตัด (กราฟขนานกัน) จึงสอบถามว่า “หนูทำผิดตรงไหนคะ” ทั้งที่ตนเองทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องแล้ว

ต่อมาในคาบที่ 3-4 นักเรียนส่วนใหญ่เริ่มมีส่วนร่วมในการอธิบายข้อสรุปและมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียน โดยนักเรียนยังคงอธิบายเน้นขั้นตอนในการคำนวณเป็นสำคัญ และได้ข้อสรุปตามสถานการณ์ที่เรียนรู้เท่านั้น ยังไม่สามารถสรุปเป็นกรณีทั่วไปได้ ส่งผลให้นักเรียนพบปัญหาในการทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 3 เรียนรู้วิธีการแก้ระบบสมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปร ซึ่งใช้สถานการณ์เกี่ยวกับราคารวมของการซื้อแอปเปิลและส้มจำนวนหนึ่ง นักเรียนสรุปความรู้โดยอธิบายขั้นตอนว่าต้องนำสมการมาลบกันเพื่อกำจัดตัวแปร x จากนั้นแก้สมการต่อจนได้ค่าของตัวแปร y แล้วนำไปแทนค่าในสมการแรกเพื่อหาค่าของตัวแปร x ซึ่งข้อสรุปที่นักเรียนอธิบายได้นั้นเป็นขั้นตอนตามตัวอย่างการแก้สมการณ์ที่เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหา ไม่ใช่ข้อสรุปในกรณีทั่วไป นอกจากนี้ยังพบว่ามีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่สามารถอธิบายความแตกต่างของสิ่งที่ได้เรียนรู้ในคาบที่ 3-4 แม้ว่าเรียนรู้ในหัวข้อการแก้สมการโดยใช้วิธีกำจัดตัวแปรเช่นเดียวกัน แต่มีรายละเอียดที่แตกต่างกัน คือ ในคาบเรียนที่ 3 ระบบสมการมีตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์เท่ากัน สามารถกำจัดตัวแปรได้โดยนำสมการมาบวกหรือลบกันได้เลย แต่ในคาบเรียนที่ 4 ระบบสมการไม่มีตัวแปรที่มีสัมประสิทธิ์ ต้องทำให้มีสัมประสิทธิ์เท่ากันก่อน จึงจะสามารถนำสมการมาบวกหรือลบกันเพื่อกำจัด

ตัวแปรได้ ทั้งนี้นักเรียนหลายคนบอกได้เพียงว่าระบบสมการในคาบเรียนที่ 4 หาคำตอบได้ยุ่งยากกว่าคาบเรียนที่ 3

พัฒนาการระยะที่ 2 (คาบเรียนที่ 5-8)

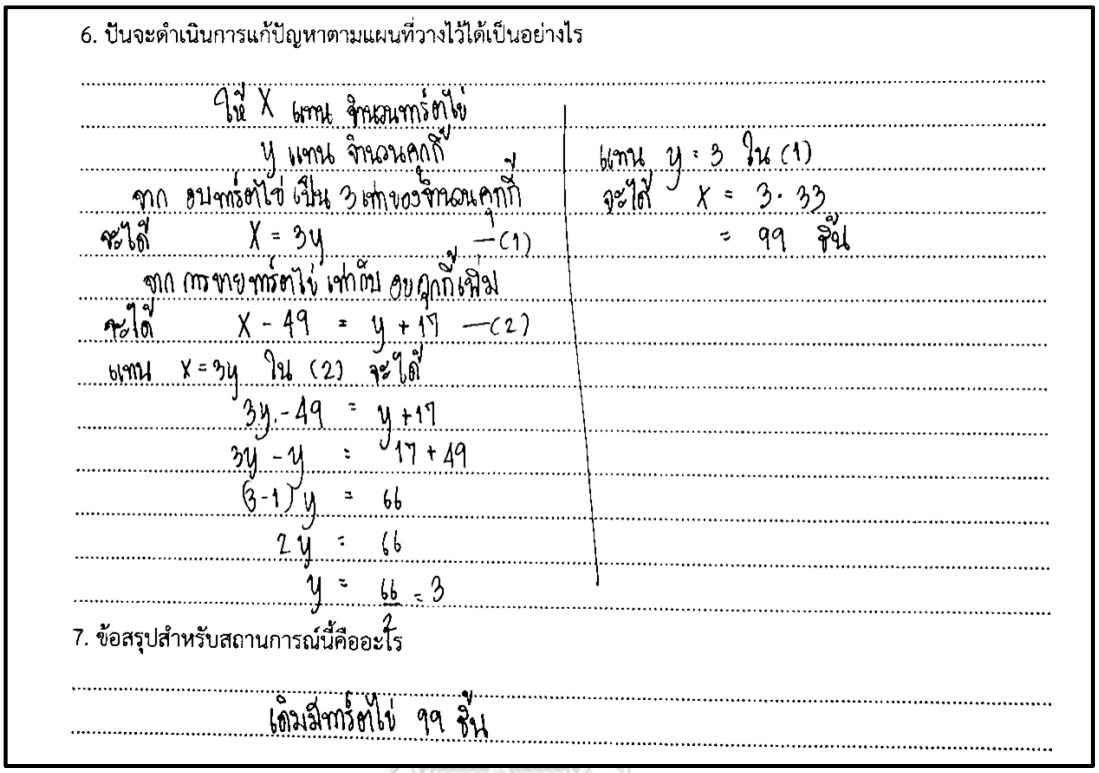
ในคาบเรียนที่ 5-6 นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายข้อสรุปและมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้โดยเชื่อมโยงกับสถานการณ์ปัญหาที่เรียนรู้ในคาบเรียนได้ อธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน นักเรียนมากกว่าครึ่งของทั้งหมดสามารถอธิบายรายละเอียดที่แตกต่างกันของสิ่งที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียนที่ 5 และ 6 ซึ่งเรียนรู้วิธีการแก้ระบบสมการโดยใช้วิธีการแทนค่าเช่นเดียวกัน ตัวอย่างคำอธิบายเช่น “คาบนี้จัดรูปสมการยากกว่าเพราะสัมประสิทธิ์ของตัวแปรไม่ใช่ 1” และในขณะทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติม นักเรียนต้องการคำอธิบายหรือสอบถามข้อสงสัยน้อยลงจากระยะที่ผ่านมา

ต่อมาในคาบที่ 7-8 นักเรียนอธิบายข้อสรุปจากการเรียนรู้การแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำความรู้และมโนทัศน์ที่ได้เรียนรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้เป็นอย่างได้ ซึ่งผู้วิจัยสังเกตจากการอธิบายเหตุผลประกอบการเลือกใช้วิธีการแก้ระบบสมการ ตัวอย่างเช่น ในคาบเรียนที่ 7 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับความคุ้มค่าในการสมัครเป็นสมาชิกสระว่ายน้ำ หลังจากที่นักเรียนสร้างระบบสมการได้เป็น $y = 500x + 30x$ และ $y = 50x$ นักเรียนสามารถอภิปรายร่วมกันจนได้ข้อสรุปว่าสามารถแก้ระบบสมการนี้ได้ง่ายทั้งวิธีการกำจัดตัวแปรและวิธีการแทนค่า โดยนักเรียนให้เหตุผลว่า “กำจัดตัวแปร y ได้ง่าย เพราะสัมประสิทธิ์เท่ากัน” และ “ใช้วิธีการแทนค่าได้ง่าย เพราะไม่ต้องจัดรูปก็แทนค่าได้เลย”

พัฒนาการระยะที่ 3 (คาบเรียนที่ 9-10)

ในระยะนี้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำวิธีการแก้สมการเชิงเส้นสองตัวแปรไปใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างคล่องแคล่ว ซึ่งนักเรียนแสดงออกอย่างชัดเจนในการตอบแบบวัดฉบับหลังเรียน โดยโจทย์ปัญหาในแบบวัดสามารถแก้ปัญหาได้โดยใช้ความรู้ เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แต่นักเรียนเลือกใช้วิธีแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ดังภาพ 12 นักเรียนหลายคนสามารถอธิบายข้อสรุปที่ได้จากการเรียนรู้เกี่ยวกับการแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน พร้อมทั้งสามารถอธิบายลักษณะเด่นที่ทำให้โจทย์ปัญหานั้น ๆ มีความซับซ้อนได้ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมได้ถูกต้องด้วยตนเอง นอกจากนี้ยังพบว่านักเรียนหลายคนมีความมั่นใจในการแก้ปัญหามากขึ้น ซึ่งสังเกตจากในคาบเรียนที่ 10 เรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหาเกี่ยวกับการวางแผนโภชนาการตามพลังงานที่ร่างกายต้องการ ซึ่งนักเรียนเลือกใช้ข้อมูลจากรายการอาหารที่แตกต่างจากที่ผู้วิจัยยกตัวอย่างและแตกต่างจากเพื่อนที่นั่งเรียนในบริเวณใกล้เคียงกัน ทำให้ได้โจทย์ปัญหาที่มีความแตกต่าง และสามารถดำเนินการจนหาคำตอบได้สำเร็จด้วยตนเอง อย่างไรก็ตาม ยังพบนักเรียนบางคนที่ขาดความมั่นใจในการแก้ปัญหา ยังต้องสอบถามความถูกต้องเป็นระยะ ๆ แต่ก็สามารถแก้ปัญหาได้สำเร็จด้วยตนเองเช่นเดียวกัน

ภาพ 12 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการรายงานผลของนักเรียนหลังการทดลอง



6. ปันจะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้เป็นอย่างไร

ให้ X แทน จำนวนการ์ตูนไข่
y แทน จำนวนคุกกี้
จาก การ์ตูนไข่ เป็น 3 เท่าของจำนวนคุกกี้
จะได้ $X = 3y$ —(1)
จาก การขายการ์ตูนไข่ เท่ากับ ขายคุกกี้เพิ่ม
จะได้ $X - 49 = y + 17$ —(2)
แทน $X = 3y$ ใน (2) จะได้
$3y - 49 = y + 17$
$3y - y = 17 + 49$
$(3-1)y = 66$
$2y = 66$
$y = \frac{66}{2} = 3$

แทน $y = 3$ ใน (1)
จะได้ $X = 3 \cdot 33$
$= 99$ ชิ้น

7. ข้อสรุปสำหรับสถานการณ์นี้คืออะไร

เดิมมีการ์ตูนไข่ 99 ชิ้น

จากภาพ 12 นักเรียนแก้โจทย์ปัญหา เรื่อง สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ในแบบวัดฉบับหลังเรียน โดยใช้ความรู้ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร และดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนสามารถนำวิธีการที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียนไปใช้ในการแก้ปัญหาสถานการณ์อื่นได้เป็นอย่างดี

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ผลการวิเคราะห์พัฒนาการของนักเรียนในระหว่างการเรียนรู้ในขั้นรายงานผล (ขั้นที่ 6) สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ ของการจัดการเรียนรู้ นักเรียนยังสรุปข้อค้นพบที่ได้จากการสร้างตัวแบบและอธิบายมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียนรู้ไม่ชัดเจน เมื่อมอบหมายแบบฝึกหัดที่ต้องนำข้อสรุปที่ได้เรียนรู้ในคาบเรียนไปประยุกต์ใช้กับปัญหาอื่น ๆ ที่มีลักษณะคล้ายกัน นักเรียนยังไม่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยตนเอง ต้องการคำอธิบายเพิ่มเติมจากครู ในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสรุปข้อค้นพบจากการสร้างตัวแบบและอธิบายมโนทัศน์ที่เรียนรู้ได้ดีขึ้นตามลำดับ สามารถอธิบายขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกันได้ถูกต้อง แต่พบนักเรียนที่ยังขาดความมั่นใจในการแก้ปัญหา ซึ่งสังเกตได้จากการสอบถามถึงความถูกต้องของขั้นตอนที่ตนเองจะใช้ในการแก้ปัญหา พฤติกรรมที่

เปลี่ยนแปลงนี้แสดงให้เห็นถึงแนวโน้มที่ดีของการวางแผนและการกำกับตรวจสอบ ซึ่งเป็นองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหา

จากการวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามขั้นตอนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ สรุปได้ว่า การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบ ซึ่งพบว่าขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบเป็นขั้นที่ส่งผลต่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากที่สุด โดยขั้นนี้ส่งผลต่อ 2 องค์ประกอบ ได้แก่ องค์ประกอบการบูรณาการข้อมูล และองค์ประกอบการวางแผนและกำกับตรวจสอบ นอกจากนี้ยังพบว่าพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ขององค์ประกอบการบูรณาการข้อมูลและองค์ประกอบการวางแผนและกำกับตรวจสอบได้รับการพัฒนามากที่สุด โดยองค์ประกอบการบูรณาการข้อมูลได้รับการพัฒนาจากการจัดการเรียนรู้ในขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบและขั้นตรวจสอบ และองค์ประกอบการวางแผนและกำกับตรวจสอบได้รับการพัฒนาจากการจัดการเรียนรู้ในขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบและขั้นรายงานผล

2.2.2 ผลการศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามองค์ประกอบของการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ผู้วิจัยใช้วิธีวิเคราะห์เชิงเนื้อหาจากคำตอบในแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 ฉบับ ซึ่งเป็นการทดสอบก่อนเรียน ระหว่างเรียน ครั้งที่1 (ทดสอบท้ายคาบที่ 4) ระหว่างเรียน ครั้งที่ 2 (ทดสอบท้ายคาบที่ 8) และหลังเรียน และการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติม จำนวน 6 คน โดยผู้วิจัยจะนำเสนอพัฒนาการตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้ง 4 องค์ประกอบของนักเรียนในภาพรวม โดยจำแนกตามระยะเก็บข้อมูล 4 ระยะ คือ ก่อนการทดลอง ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 (ทดสอบท้ายคาบที่ 4) ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 (ทดสอบท้ายคาบที่ 8) และหลังการทดลอง ผลการวิเคราะห์มีรายละเอียด ดังนี้

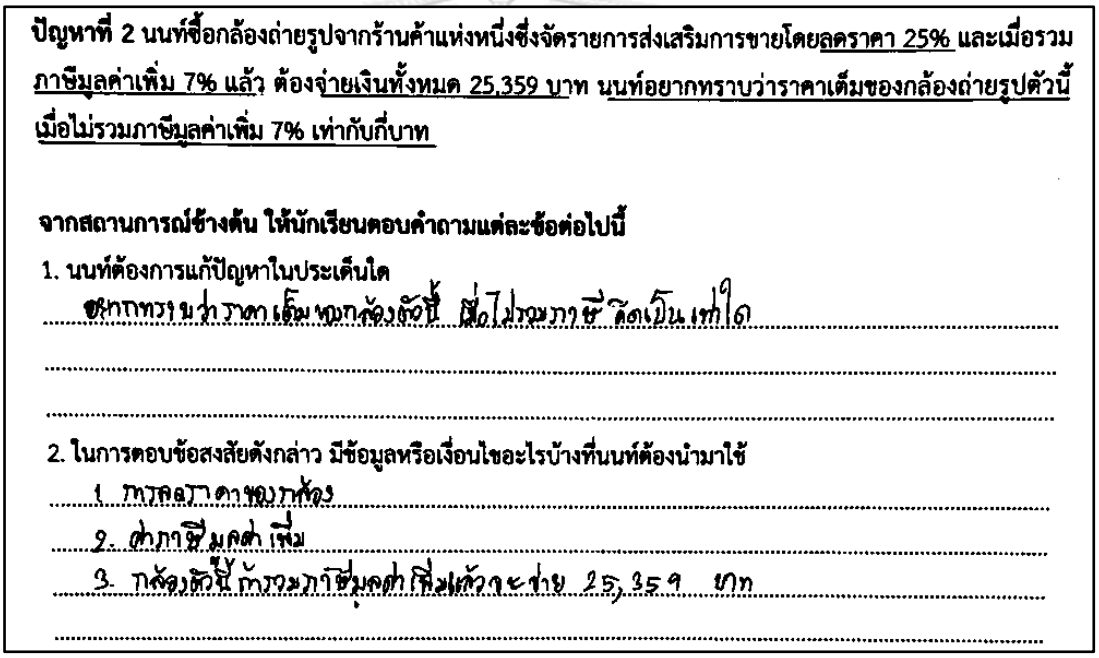
2.2.2.1 องค์ประกอบที่ 1 การแปลความหมายของปัญหา

ผู้วิจัยวิเคราะห์ความสามารถในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนโดยพิจารณาจากความสามารถของนักเรียนในการระบุปัญหาของสถานการณ์ หรือสิ่งที่ต้องการทราบในการแก้ปัญหา และระบุเงื่อนไขต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการหาคำตอบ โดยผลการวิเคราะห์มีรายละเอียดจำแนกตามระยะการทดลอง ดังนี้

ก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ระบุปัญหาของสถานการณ์ได้โดยใช้การคัดลอกข้อความจากโจทย์ นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถระบุข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ มีนักเรียนเพียงบางคนที่สามารถระบุข้อมูลได้ที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน ซึ่งนักเรียนใช้การคัดลอกข้อความจากโจทย์เช่นเดียวกัน และนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถระบุเงื่อนไขต่าง ๆ ที่จำเป็นต่อการพิจารณาหาคำตอบได้ มีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัดดังภาพ 13-14

ภาพ 13 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนก่อนการทดลอง


ปัญหาที่ 2 นนท์ซื้อกล้องถ่ายรูปจากร้านค้าแห่งหนึ่งซึ่งจัดรายการส่งเสริมการขายโดยลดราคา 25% และเมื่อรวมภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% แล้ว ต้องจ่ายเงินทั้งหมด 25,359 บาท นนท์อยากทราบว่าราคาเต็มของกล้องถ่ายรูปตัวนี้เมื่อไม่รวมภาษีมูลค่าเพิ่ม 7% เท่ากับกี่บาท

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. นนท์ต้องการแก้ปัญหาในประเด็นใด

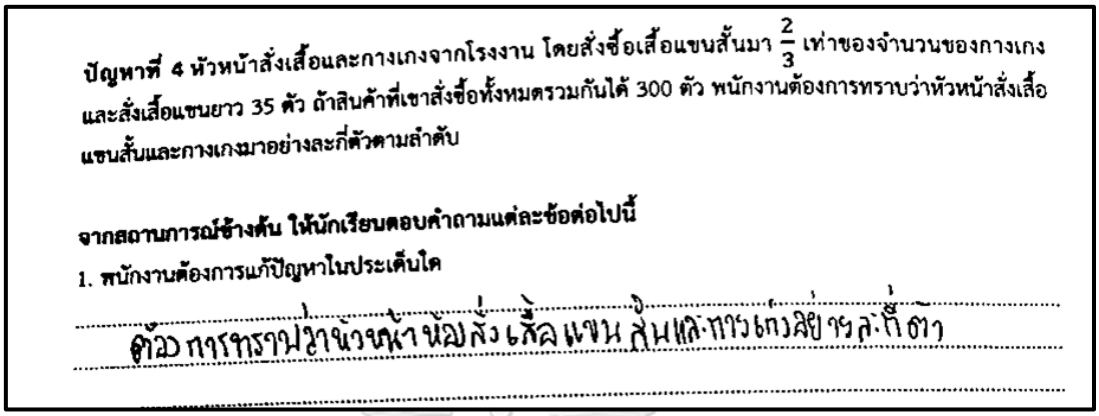
อยากทราบว่าราคาเต็มของกล้องตัวนี้ ที่ไม่รวมภาษี คิดเป็นเท่าใด

2. ในการตอบข้อสงสัยดังกล่าว มีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้างที่นนท์ต้องนำมาใช้

1. การลดราคาของกล้อง
2. ค่าภาษีมูลค่าเพิ่ม
3. กล้องตัวนี้ ถ้ารวมภาษีมูลค่าเพิ่มแล้วจะจ่าย 25,359 บาท

จากภาพ 13 นักเรียนเขียนแสดงปัญหาที่ต้องการหาคำตอบและเขียนข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ต้องนำมาใช้ได้ แต่ยังไม่ครบถ้วน โดยขาดข้อมูลราคากล้องหลังลดราคา ซึ่งเป็นข้อมูลหนึ่งที่ต้องนำมาใช้ในการแก้ปัญหา

ภาพ 14 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนก่อนการทดลอง


ปัญหาที่ 4 หัวหน้าสั่งเสื้อและกางเกงจากโรงงาน โดยสั่งซื้อเสื้อแขนสั้นมา $\frac{2}{3}$ เท่าของจำนวนของกางเกง และสั่งเสื้อแขนยาว 35 ตัว ถ้าสินค้าที่เขาสั่งซื้อทั้งหมดรวมกันได้ 300 ตัว พนักงานต้องการทราบว่าหัวหน้าสั่งเสื้อแขนสั้นและกางเกงมาอย่างละกี่ตัวตามลำดับ

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. พนักงานต้องการแก้ปัญหาในประเด็นใด

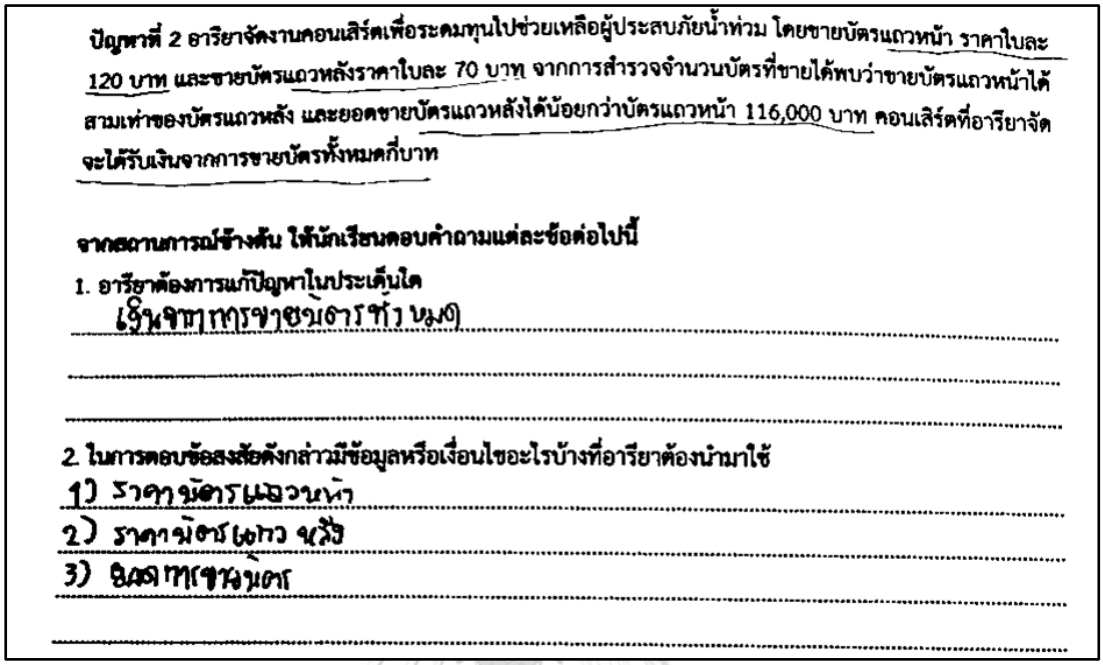
ต้องการทราบว่าหัวหน้าสั่งเสื้อแขนสั้นและกางเกงสีขาวละกี่ตัว

จากภาพ 14 นักเรียนเขียนแสดงปัญหาที่ต้องการหาคำตอบได้ถูกต้อง แต่ยังไม่สามารถคัดเลือกข้อมูลหรือเงื่อนไขที่จำเป็นในการหาคำตอบจากโจทย์ เช่น สั่งเสื้อแขนยาว 35 ตัว สินค้าทั้งหมดรวมกันได้ 300 ตัว เป็นต้น

ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 (ทดสอบท้ายคาบ 4)

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 1 โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการในการแปลความหมายของปัญหาดีขึ้น โดยสามารถระบุปัญหาของสถานการณ์ได้ถูกต้อง โดยนักเรียนหลายคนเริ่มเขียนข้อความด้วยภาษาของตนเองแทนการคัดลอกข้อความจากโจทย์ นักเรียนส่วนใหญ่สามารถคัดเลือกและระบุข้อมูลจำเป็นในการแก้ปัญหาได้เพิ่มมากขึ้น ซึ่งข้อมูลส่วนใหญ่นั้นเป็นข้อมูลเชิงปริมาณที่แสดงไว้ชัดเจนในโจทย์ โดยใช้การคัดลอกข้อความหรือสรุปข้อความจากโจทย์ที่กำหนด แม้ข้อมูลจะยังไม่ครบถ้วน แต่ก็แสดงให้เห็นถึงพัฒนาการของนักเรียนโดยภาพรวมว่า มีการเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางที่ดีขึ้นกว่าระยะก่อนการทดลองที่นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 15

ภาพ 15 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1


ปัญหาที่ 2 อารียาจัดงานคอนเสิร์ตเพื่อระดมทุนไปช่วยเหลือผู้ประสบภัยน้ำท่วม โดยขายบัตรแถวหน้า ราคาใบละ 120 บาท และขายบัตรแถวหลังราคาใบละ 70 บาท จากการสำรวจจำนวนบัตรที่ขายได้พบว่าขายบัตรแถวหน้าได้สามเท่าของบัตรแถวหลัง และยอดขายบัตรแถวหลังได้น้อยกว่าบัตรแถวหน้า 116,000 บาท คอนเสิร์ตที่อารียาจัดจะได้รับเงินจากการขายบัตรทั้งหมดกี่บาท

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. อารียาต้องการแก้ปัญหาในประเด็นใด
เงินจากการขายบัตรทั้งหมด

2. ในการตอบข้อสงสัยดังกล่าวมีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้างที่อารียาต้องนำมาใช้
1) ราคาบัตรแถวหน้า
2) ราคาบัตรแถวหลัง
3) ยอดขายบัตร

จากภาพ 15 นักเรียนเขียนแสดงปัญหาได้ถูกต้อง และคัดเลือกข้อมูลหรือเงื่อนไขที่จำเป็นในการหาคำตอบจากโจทย์ พร้อมแสดงข้อมูลเป็นรายการ แต่ยังไม่ครบถ้วน โดยยังขาดเงินทั้งหมดที่ได้จากการขายบัตร และจำนวนบัตรคอนเสิร์ตที่ขายได้ทั้งแถวหน้าและแถวหลัง ซึ่งนักเรียนเขียนคำตอบบางส่วนโดยคัดลอกข้อความจากโจทย์และบางส่วนเขียนด้วยภาษาของตนเอง

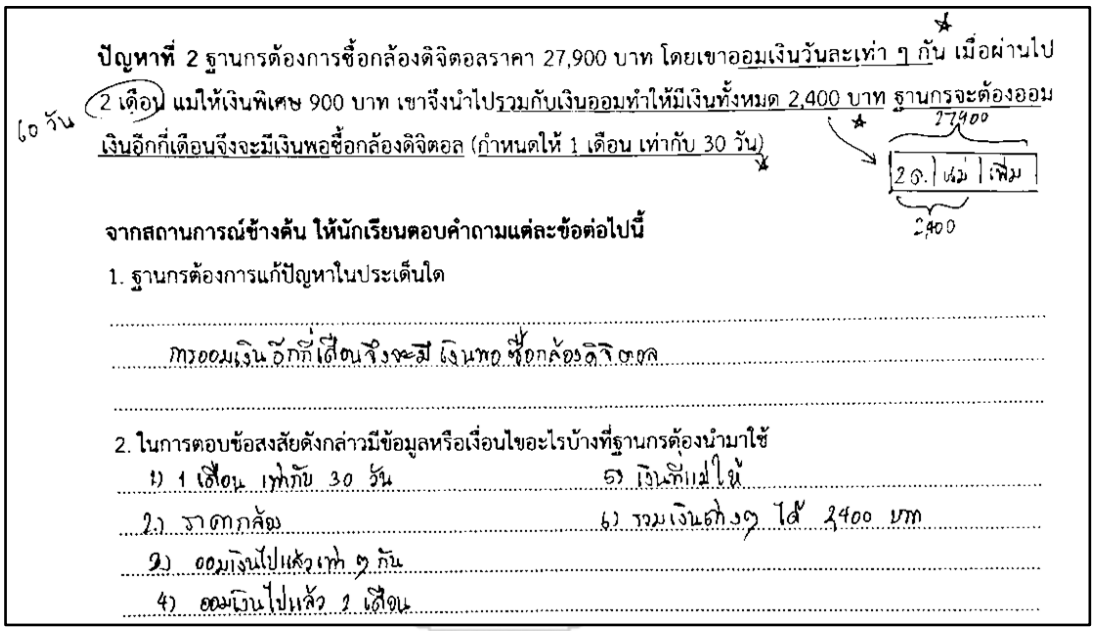
จากการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมสรุปได้ว่า นักเรียนไม่ได้เล็งเห็นความสำคัญข้อมูลอื่นที่ไม่ใช่ข้อมูลเชิงปริมาณ และเมื่อเห็นว่าข้อมูลส่วนนี้ไม่ได้แสดงด้วยตัวเลขเหมือนข้อมูลอื่น ๆ จึงไม่ได้นำมาตอบคำถาม และนักเรียนยังไม่เข้าใจความหมายของบางประโยค ต้องอาศัยการคำอธิบายเพิ่มเติมจากผู้วิจัยค่อนข้างมาก เช่น ขายบัตรแถวหน้าได้สามเท่าของบัตรแถวหลัง และยอดขายบัตรแถวหลังได้น้อยกว่าบัตรแถวหน้า

ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 (ทดสอบท้ายคาบ 8)

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 2 โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการในการแปลความหมายของปัญหาดีขึ้นกว่าระยะที่ผ่าน ๆ มา มีนักเรียนที่สามารถระบุปัญหาของสถานการณ์ได้โดยใช้ภาษาของตนเองจำนวนมากขึ้น นักเรียนส่วนใหญ่คัดเลือกและระบุข้อมูลจำเป็นได้ถูกต้อง ทั้งยังระบุข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้หลากหลาย โดยไม่เจาะจงเฉพาะ

ข้อมูลเชิงปริมาณที่แสดงเป็นตัวเลขอย่างชัดเจนเท่านั้น แต่ยังสามารถระบุข้อมูลที่แฝงอยู่ในข้อความที่ต้องตีความได้ โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 16

ภาพ 16 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2


ปัญหาที่ 2 ฐานกรต้องการซื้อกล้องดิจิตอลราคา 27,900 บาท โดยเขาออมเงินวันละเท่า ๆ กัน เมื่อผ่านไป 2 เดือน แม่ให้เงินพิเศษ 900 บาท เขาจึงนำไปรวมกับเงินออมทำให้มีเงินทั้งหมด 2,400 บาท ฐานกรจะต้องออมเงินอีกกี่เดือนจึงจะมีเงินพอซื้อกล้องดิจิตอล (กำหนดให้ 1 เดือน เท่ากับ 30 วัน)

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ฐานกรต้องการแก้ปัญหาในประเด็นใด

การออมเงินอีกกี่เดือนจึงจะมีเงินพอซื้อกล้องดิจิตอล

2. ในการตอบข้อสงสัยดังกล่าวมีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้างที่ฐานกรต้องนำมาใช้

1) 1 เดือน เท่ากับ 30 วัน
2) ราคากล้อง
3) ออมเงินไปแล้วเท่า ๆ กัน
4) ออมเงินไปแล้ว 2 เดือน
5) เงินที่แม่ให้
6) รวมเงินต่าง ๆ ได้ 2400 บาท

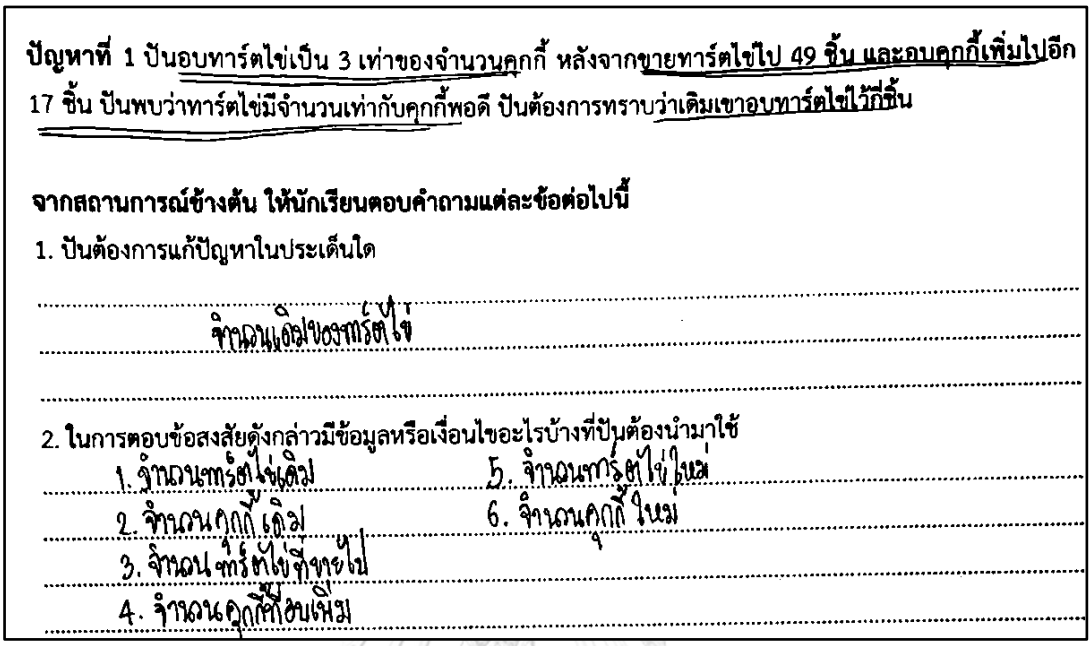
จากภาพ 16 นักเรียนเขียนแสดงปัญหาที่ต้องการหาคำตอบได้ถูกต้องและคัดเลือกข้อมูลหรือเงื่อนไขที่จำเป็นในการหาคำตอบจากโจทย์พร้อมทั้งแสดงเป็นรายการได้ถูกต้อง แสดงความสามารถในการพิจารณาข้อมูลสำคัญและรายละเอียดต่าง ๆ ที่ใช้ในการแก้ปัญหาที่ดีขึ้น

จากการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติม สรุปได้ว่า นักเรียนสามารถแปลความหมายของข้อความในโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน โดยนักเรียนสามารถบอกปัญหาและข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และสามารถยกตัวอย่างเพื่อประกอบการอธิบายความหมายของข้อความที่ตนเองเขียนได้

หลังการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังการทดลอง ผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนทั้งหมดยังคงรักษาความสามารถในการแปลความหมายของปัญหาได้ สามารถระบุสถานการณ์ปัญหาได้ใช้ภาษาของตนเอง และระบุข้อมูลจำเป็นต่าง ๆ และเห็นความสำคัญของข้อมูลในประเด็นที่หลากหลาย แม้ข้อมูลนั้นจะไม่เป็นข้อมูลเชิงปริมาณที่แสดงเป็นตัวเลขอย่างชัดเจนในโจทย์ โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 17

ภาพ 17 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการแปลความหมายของปัญหาของนักเรียนหลังการทดลอง



ปัญหาที่ 1 ปันอบทาร์ตไข่เป็น 3 เท่าของจำนวนคุกกี้ หลังจากขายทาร์ตไข่ไป 49 ชิ้น และอบคุกกี้เพิ่มไปอีก 17 ชิ้น ปันพบว่าทาร์ตไข่มีจำนวนเท่ากับคุกกี้พอดี ปันต้องการทราบว่าเดิมเขาอบทาร์ตไข่ไว้กี่ชิ้น

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. ปันต้องการแก้ปัญหาในประเด็นใด

จำนวนเดิมของทาร์ตไข่

2. ในการตอบข้อสงสัยดังกล่าวมีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้างที่ปันต้องนำมาใช้

1. จำนวนทาร์ตไข่เดิม
2. จำนวนคุกกี้เดิม
3. จำนวนทาร์ตไข่ที่ขายไป
4. จำนวนคุกกี้ที่อบเพิ่ม
5. จำนวนทาร์ตไข่ใหม่
6. จำนวนคุกกี้ใหม่

จากภาพ 17 นักเรียนเขียนแสดงปัญหาที่ต้องการหาคำตอบได้ถูกต้องครบถ้วน และคัดเลือกข้อมูลหรือเงื่อนไขที่จำเป็นและเพียงพอในการหาคำตอบจากโจทย์ พร้อมแสดงข้อมูลเป็นรายการได้ถูกต้องครบถ้วน

จากการสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมสรุปได้ว่า นักเรียนสามารถแปลความหมายแฝงของข้อความในโจทย์ปัญหาได้อย่างชัดเจน สามารถบอกปัญหาและข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และอธิบายเพิ่มเติมได้ว่าต้องใช้ข้อมูลนั้น ๆ อย่างไร

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่านักเรียนมีแนวโน้มความสามารถขององค์ประกอบการแปลความหมายของปัญหาที่ดีขึ้นตามลำดับ โดยสามารถสรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามองค์ประกอบที่ 1 การแปลความหมายของปัญหาในการทดลองระยะต่าง ๆ ดังตาราง 15

ตาราง 15 สรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามองค์ประกอบที่ 1 การแปลความหมายของปัญหาตามระยะการเก็บข้อมูล

องค์ประกอบที่ 1 การแปลความหมายของปัญหา			
ก่อนการทดลอง	**ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1**	**ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2**	**หลังการทดลอง**
นักเรียนส่วนใหญ่ระบุปัญหาของสถานการณ์ได้โดยใช้การคัดลอกข้อความจากโจทย์ สามารถระบุข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้บ้าง แต่ยังไม่สามารถระบุเงื่อนไขต่าง ๆ ที่จำเป็นในการหาคำตอบ	นักเรียนเริ่มอธิบายปัญหาด้วยภาษาของตนเองได้ และสามารถระบุข้อมูลที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้เพิ่มขึ้น โดยระบุข้อมูลเชิงปริมาณที่แสดงชัดเจนในโจทย์	นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายปัญหาโดยใช้ภาษาของตนเอง และสามารถระบุข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน ทั้งข้อมูลเชิงปริมาณที่แสดงอย่างชัดเจนในโจทย์ และข้อมูลที่แฝงอยู่ในข้อความต่าง ๆ	

จากตาราง 15 สรุปได้ว่า ช่วงแรก ๆ นักเรียนส่วนใหญ่ระบุปัญหาของสถานการณ์ได้โดยใช้การคัดลอกข้อความจากโจทย์ แต่ยังไม่สามารถระบุเงื่อนไขต่าง ๆ ที่จำเป็นในการหาคำตอบ และในช่วงต่อ ๆ มา เริ่มอธิบายปัญหาด้วยภาษาของตนเองได้ แต่ยังคัดลอกข้อความต่าง ๆ จากโจทย์อยู่บ้าง และระบุข้อมูลโดยเน้นไปที่ข้อมูลเชิงปริมาณที่แสดงชัดเจนในโจทย์ จนกระทั่งในช่วงหลังการทดลองนักเรียนสามารถระบุข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นในการแก้ปัญหาได้ครบถ้วน แม้ว่าข้อมูลนั้นจะแฝงอยู่ในข้อความต่าง ๆ

2.2.2.1 องค์ประกอบที่ 2 การบูรณาการข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ความสามารถของนักเรียนในการบูรณาการข้อมูล โดยพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุความรู้และการนำความรู้ไปใช้ในการแก้ปัญหา จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอโดยจำแนกตามระยะของการทดลอง ดังนี้

ก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ระบุความรู้ได้เฉพาะในส่วนที่แสดงไว้ชัดเจนในโจทย์ โดยไม่ได้อธิบายว่าต้องใช้ความรู้นั้นอย่างไร ตัวอย่างเช่น ในโจทย์มีจำนวนที่เป็นเศษส่วน นักเรียนก็นำมาตอบว่า ต้องใช้ความรู้ เรื่อง เศษส่วน เป็นต้น และนักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ มีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่สามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้บางส่วน โดยการคัดลอกข้อความที่แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ แต่ความสัมพันธ์ที่ระบุนั้นยังไม่สมบูรณ์หรือไม่ครบถ้วน โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 18-19

ภาพ 18 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนก่อนการทดลอง

4. พนักงานสามารถนำความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างมาใช้ในการแก้ปัญหา และนำไปใช้อย่างไร
นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง เศษส่วน **ไปใช้**

จากภาพ 18 นักเรียนระบุได้เพียงความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์ที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหาเท่านั้น แต่ไม่สามารถอธิบายได้ว่าต้องนำไปใช้อย่างไร และความรู้หรือแนวคิดที่นักเรียนระบุได้นี้เป็นข้อมูลที่แสดงอย่างชัดเจนในโจทย์

ภาพ 19 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนก่อนการทดลอง

3. หากนนท์นำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง) ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นอย่างไร

กล้ง เพื่อความราคาเพิ่ม 7% เท่ากับ 25,359

4. นนท์สามารถนำความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างมาใช้ในการแก้ปัญหา และนำไปใช้อย่างไร
นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง วัดยาว **ไปใช้** หาราคาตรงกล้วยที่ถูก

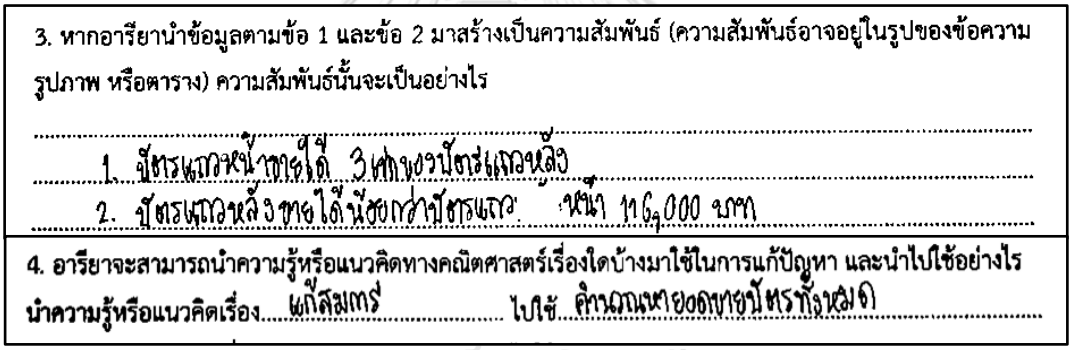
จากภาพ 19 นักเรียนระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เพียงบางส่วน ซึ่งเป็นการคัดลอกข้อความจากที่ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในโจทย์ที่ต้องนำไปใช้คำนวณบางขั้นตอนเท่านั้น ยังขาดความสัมพันธ์ของข้อมูลกับสิ่งที่โจทย์ถาม ซึ่งจะนำไปสู่ขั้นตอนสุดท้ายในการหาคำตอบ และ

นักเรียนระบุความรู้หรือแนวคิดได้ถูกต้อง แต่เป็นการระบุความรู้หรือแนวคิดที่แสดงไว้ชัดเจนจากโจทย์เท่านั้น

ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 (ทดสอบท้ายคาบ 4)

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 1 โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการในการบูรณาการข้อมูลดีขึ้นเล็กน้อย สามารถพิจารณาสถานการณ์ปัญหา แล้วระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ แต่นักเรียนส่วนใหญ่ยังคงใช้การคัดลอกข้อความจากโจทย์ ซึ่งเป็นความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับข้อมูล แต่ยังขาดความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่โจทย์ถาม ซึ่งเป็นส่วนสำคัญ และสามารถอธิบายความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์และการนำไปใช้ได้บ้าง แต่ไม่แตกต่างจากระยะก่อนการทดลอง โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 20

ภาพ 20 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1


3. หากอารียานำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง) ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นอย่างไร

1. บัตรแถวหน้าขายได้ 3 เท่าของบัตรแถวหลัง
2. บัตรแถวหลังขายได้น้อยกว่าบัตรแถวหน้า 16,000 บาท

4. อารียาจะสามารถนำความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างมาใช้ในการแก้ปัญหา และนำไปใช้อย่างไร

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง แก้สมการ ไปใช้ คำนวณหายอดขายบัตรทั้งหมด

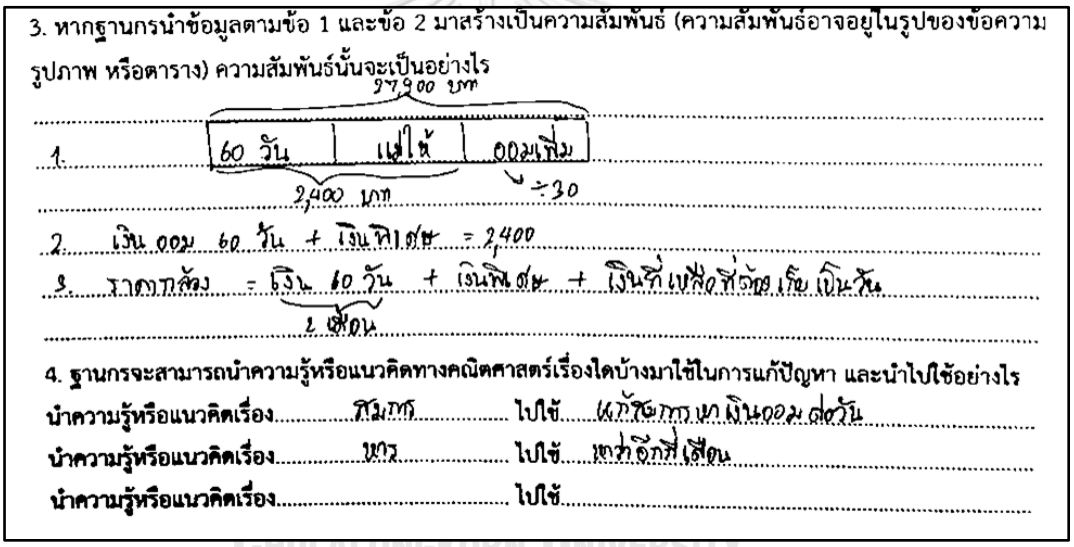
จากภาพ 20 นักเรียนระบุความสัมพันธ์โดยพิจารณาข้อความจากโจทย์ และคัดลอกข้อความแสดงความสัมพันธ์นั้น แต่ยังไม่สามารถระบุความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่โจทย์ถาม คือ จำนวนเงินที่ได้จากการขายบัตรทั้งหมด ได้มาจาก ผลรวมของเงินที่ได้จากการหน่ายบัตรแถวหน้าและบัตรแถวหลัง นอกจากนี้นักเรียนสามารถระบุความรู้หรือแนวคิดได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ชัดเจนนัก ซึ่งระบุคล้ายกับการทวนคำถามซ้ำ

เมื่อสัมภาษณ์นักเรียนเพิ่มเติมเกี่ยวกับการเขียนความสัมพันธ์สรุปได้ว่า นักเรียนใช้วิธีการพิจารณาข้อความในโจทย์ว่าข้อความใดกล่าวถึงข้อมูลมากกว่าหนึ่งข้อมูล และมีคำศัพท์ทางคณิตศาสตร์ปรากฏอยู่

ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 (ทดสอบท้ายคาบ 8)

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 2 โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบูรณาการข้อมูลได้ดีขึ้น นำเสนอความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบที่หลากหลาย ระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบสมการได้ และยังสามารถนำเสนอความสัมพันธ์โดยใช้ตัวแบบอื่น เช่น ข้อความ รูปภาพ เป็นต้น นอกจากนี้นักเรียนส่วนใหญ่ยังสามารถนำเสนอความรู้หรือแนวคิดที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้หลากหลายขึ้น และอธิบายได้ว่านำไปใช้อย่างไร โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 21-22

ภาพ 21 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2


3. หากฐานกรนำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง) ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นอย่างไร

27,900 บาท

1. 60 วัน | แม่ให้ | ออมเพิ่ม

2,400 บาท ÷30

2 เงินออม 60 วัน + เงินพิเศษ = 2,400

3 ราคากล้อง = เงิน 60 วัน + เงินพิเศษ + เงินที่แม่ให้ที่จัดเรียงเป็นวัน

2 เดือน

4. ฐานกรจะสามารถนำความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างมาใช้ในการแก้ปัญหา และนำไปใช้อย่างไร

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง สมการ ไปใช้ แก้ปัญหาการหาเงินออมต่อวัน

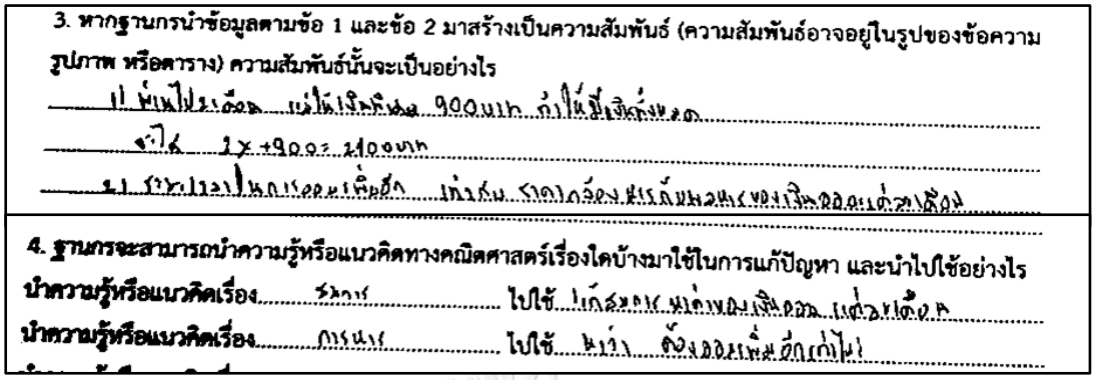
นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง หาร ไปใช้ หาจำนวนเดือน

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง ไปใช้

จากภาพ 21 นักเรียนระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบข้อความสมการ และรูปภาพแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณต่าง ๆ ได้ถูกต้อง โดยความสัมพันธ์ที่ระบุนั้นเป็นความสัมพันธ์ของข้อมูลกับข้อมูล และความสัมพันธ์ของข้อมูลกับสิ่งที่โจทย์ถาม ซึ่งเพียงพอต่อการนำไปใช้ในการแก้ปัญหา นอกจากนี้นักเรียนยังสามารถระบุการนำไปใช้ได้ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้นเมื่อเทียบกับที่ช่วงก่อนหน้าที่นักเรียนระบุความรู้ และอธิบายการนำไปใช้โดยมุ่งเพียงส่วนที่เป็นปัญหาหลักเท่านั้น

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมสรุปได้ว่า นักเรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้โดยพิจารณาว่าข้อมูลใดที่เกี่ยวข้องกัน และความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ไม่ซับซ้อนมากก็จะวาดรูปได้ และนักเรียนรับรู้และเลือกได้ว่าตนเองต้องใช้ความรู้หรือตัวแบบใดในการเขียนความสัมพันธ์

ภาพ 22 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2


3. หากฐานกรนำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง) ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นอย่างไร

ผ่านไป 2 เดือน แม่ให้เงินพิเศษ 900 บาท ทำให้มีเงินทั้งหมด

จะได้ 2x+900= 2400 บาท

ระยะเวลาในการออมเพิ่มอีก เท่ากับ ราคาค่าของหารด้วยผลหารของเงินออมต่อเดือน

4. ฐานการจะสามารถนำความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างมาใช้ในการแก้ปัญหา และนำไปใช้อย่างไร

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง สมการ ไปใช้ แก้สมการ หาค่าของเงินออม แต่ละเดือน

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง การหาร ไปใช้ หาว่า ต้องออมเพิ่มอีกกี่ไม่

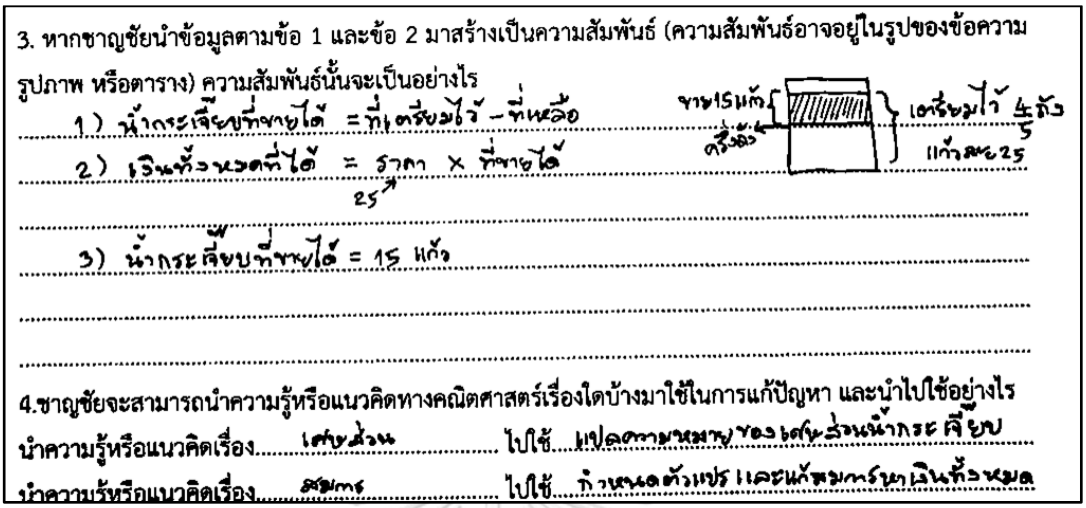
จากภาพ 22 นักเรียนระบุความสัมพันธ์ในรูปสมการได้ถูกต้อง และเพียงพอต่อการนำไปใช้ในการแก้ปัญหา คือ *“ผ่านไป 2 เดือน แม่ให้เงินพิเศษ 900 บาท ทำให้มีเงินทั้งหมด 2x + 900 = 2,400” และ “ระยะเวลาในการออมเพิ่มอีก เท่ากับ ราคากล้องหารกับผลหารของเงินออมแต่ละเดือน”* และนักเรียนระบุแนวคิดและการนำไปใช้ได้ถูกต้องและชัดเจนมากขึ้น โดยมีมุมมองที่หลากหลายขึ้น

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับการระบุความสัมพันธ์สรุปได้ว่านักเรียนอธิบายความสัมพันธ์ได้ดี และชัดเจนขึ้น โดยพิจารณาโจทย์เพื่อหาข้อความที่แสดงความสัมพันธ์ และกำหนดจำนวนที่ไม่ทราบค่าให้เป็นตัวแปร จากนั้นจึงนำมาเขียนเป็นสมการ

หลังการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำเสนอความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ในรูปแบบที่หลากหลายตามความถนัดของตนเอง และสามารถระบุแนวคิดหรือความรู้และการนำไปใช้ได้ถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ โดยอธิบายรายละเอียดมากขึ้น โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 23

ภาพ 23 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนหลังการทดลอง


3. หากชาญชัยนำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง) ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นอย่างไร

1) น้ำกระเจี๊ยบที่ขายได้ = ที่เตรียมไว้ − ที่เหลือ

2) เงินทั้งหมดที่ได้ = ราคา × ที่ขายได้

25

3) น้ำกระเจี๊ยบที่ขายได้ = 15 แก้ว

ขาย 15 แก้ว เตรียมไว้ $\frac{4}{5}$ ถัง

ครึ่งถัง แก้วละ 25

4.ชาญชัยจะสามารถนำความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างมาใช้ในการแก้ปัญหา และนำไปใช้อย่างไร

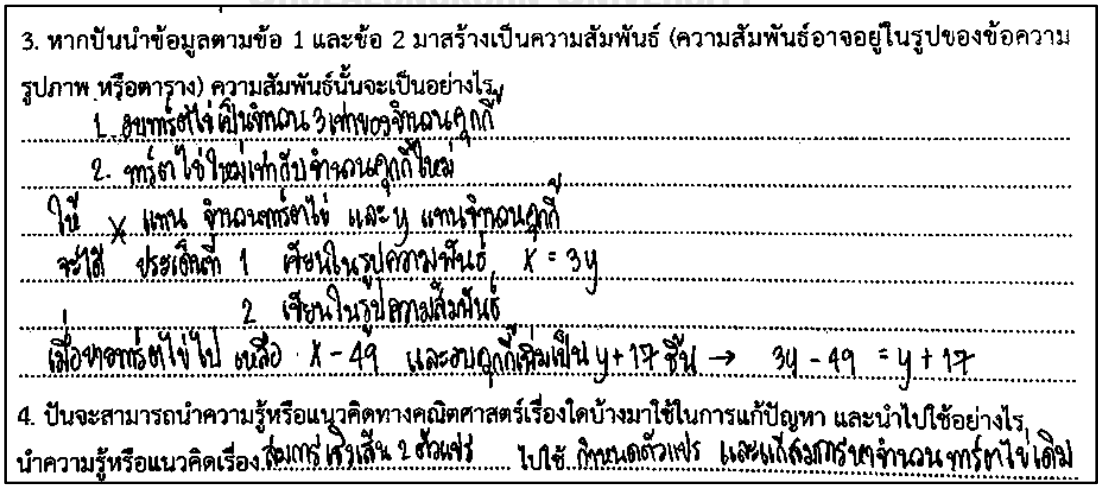
นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง เศษส่วน ไปใช้ แปลความหมายของเศษส่วนน้ำกระเจี๊ยบ

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง สมการ ไปใช้ กำหนดตัวแปร และแก้สมการหาเงินทั้งหมด

จากภาพ 23 นักเรียนระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบข้อความคล้ายสมการและรูปภาพแสดงปริมาณได้ถูกต้องชัดเจน เพียงพอต่อการนำไปใช้แก้ปัญหา ระบุแนวคิดและการนำไปใช้ได้ถูกต้อง โดยอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับการระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์สรุปได้ว่า นักเรียนสามารถอธิบายความสัมพันธ์ที่ระบุได้ถูกต้อง โดยอาศัยวิธีการยึดคำถามเป็นหลัก แล้วไล่ตามข้อมูลไปเรื่อย ๆ เหมือนที่ได้เคยเรียนรู้ในคาบเรียน

ภาพ 24 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการบูรณาการข้อมูลของนักเรียนหลังการทดลอง


3. หากปันนำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง) ความสัมพันธ์นั้นจะเป็นอย่างไร

1. สบู่การ์ตาไข่เป็นจำนวน 3 เท่าของจำนวนคุกกี้

2. การ์ตาไข่ใหม่เท่ากับจำนวนคุกกี้ใหม่

ใช้ x แทน จำนวนการ์ตาไข่ และ y แทนจำนวนคุกกี้

จะได้ ประเด็นที่ 1 เขียนในรูปความสัมพันธ์ $x = 3y$

2 เขียนในรูปความสัมพันธ์

เมื่อนำการ์ตาไข่ไป เหลือ $x - 49$ และสบู่คุกกี้เพิ่มเป็น $y + 17$ ชิ้น → $3y - 49 = y + 17$

4. ปันจะสามารถนำความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้างมาใช้ในการแก้ปัญหา และนำไปใช้อย่างไร

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง สมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร ไปใช้ กำหนดตัวแปร และแก้สมการหาจำนวนการ์ตาไข่เดิม

จากภาพ 24 นักเรียนระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง โดยใช้การเขียนข้อความและสมการแสดงความสัมพันธ์จากโจทย์ โดยประยุกต์ใช้ความรู้ เรื่อง รูปสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้ถูกต้อง สามารถระบุแนวคิดและการนำไปใช้ได้ถูกต้องสอดคล้องกับการแก้ปัญหาและสถานการณ์ โดยอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมสรุปได้ว่านักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น สามารถระบุและให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของข้อมูล เช่น เลือกใช้ความสัมพันธ์ในรูปแบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร เนื่องจากนักเรียนสังเกตเห็นว่าโจทย์กำหนดสิ่งสองสิ่งมาให้ และเป็นโจทย์ที่พูดถึงสิ่งของสองสิ่งที่คล้ายกับโจทย์สมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่เรียนในห้องเรียน นักเรียนจึงเลือกใช้วิธีการนี้

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่านักเรียนมีแนวโน้มความสามารถขององค์ประกอบของการบูรณาการข้อมูลที่ดีขึ้นตามลำดับ โดยสามารถสรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบที่ 2 การบูรณาการข้อมูลของนักเรียนในการทดลองระยะต่าง ๆ ดังตาราง 16

ตาราง 16 สรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามองค์ประกอบที่ 2 การบูรณาการข้อมูลตามระยะการเก็บข้อมูล

องค์ประกอบที่ 2 การบูรณาการข้อมูล			
ก่อนการทดลอง	**ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1**	**ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2**	**หลังการทดลอง**
นักเรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้บางส่วน โดยใช้การคัดลอกข้อความจากโจทย์และระบุความรู้ได้เฉพาะในส่วนที่เห็นได้ชัดเจนจากโจทย์ แต่สามารถไม่ระบุว่าใช้ความรู้นั้นอย่างไร	นักเรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้มากขึ้น ซึ่งยังคงใช้การคัดลอกข้อความจากโจทย์ แต่ยังไม่สามารถระบุความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลกับสิ่งที่โจทย์ถาม สามารถระบุความรู้หรือแนวคิดที่แสดงไว้อย่างชัดเจนในโจทย์ และระบุว่าใช้อย่างไร แต่อธิบายรายละเอียดไม่ชัดเจน	นักเรียนสามารถใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เพียงพอต่อการนำไปใช้แก้ปัญหา และสามารถระบุความรู้และการนำไปใช้โดยอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจนขึ้น	

จากตาราง 16 สรุปได้ว่า ช่วงแรก ๆ สามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้บางส่วน โดยใช้การคัดลอกข้อความจากโจทย์และระบุความรู้ได้เฉพาะในส่วนที่เห็นได้ชัดเจนจากโจทย์ แต่สามารถไม่ระบุว่าใช้ความรู้นั้นอย่างไร ในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถระบุความรู้ได้หลากหลายขึ้นและอธิบายการนำความรู้ไปใช้ได้ชัดเจนขึ้นตามประสบการณ์ของตนเอง นักเรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้มากขึ้น โดยยังใช้การคัดลอกข้อความจากโจทย์ และในระยะหลังการทดลอง นักเรียนสามารถใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้เพียงพอต่อการนำไปใช้แก้ปัญหา

2.2.2.3 องค์ประกอบที่ 3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบ

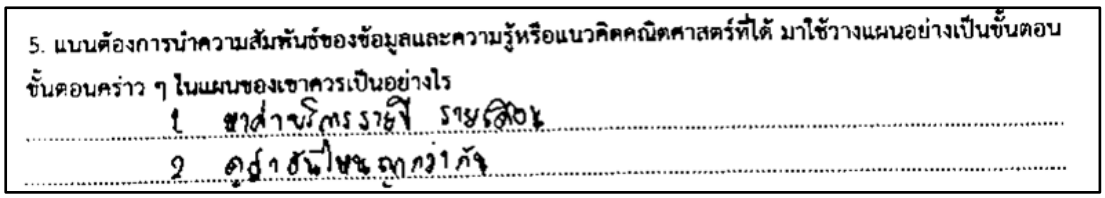
ผู้วิจัยวิเคราะห์ความสามารถของนักเรียนในการวางแผนและกำกับตรวจสอบ โดยการพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการระบุวิธีคิดหรือวิธีการในการแก้ปัญหาตามหลักคณิตศาสตร์ที่นำไปสู่การหาคำตอบตามลำดับได้ถูกต้องจากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอตามระยะของการทดลอง ดังนี้

ก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนการทดลอง โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนสามารถเขียนขั้นตอนที่เป็นขั้นตอนของการหาคำตอบได้ แต่ขั้นตอนที่ระบุนั้นการหาคำตอบอย่างกว้าง ๆ เป็นเพียงบางส่วนของขั้นตอนแก้ปัญหาทั้งหมด และยังขาดรายละเอียดที่ชัดเจนของแต่ละขั้นตอน โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 25

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาพ 25 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนก่อนการทดลอง


5. แบบต้องการนำความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้หรือแนวคิดคณิตศาสตร์ที่ได้ มาใช้วางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ขั้นตอนคร่าว ๆ ในแผนของเขาควรเป็นอย่างไร
1 หาค่าบริการรายปี รายเดือน
2 ดูว่าอันไหนถูกกว่ากัน

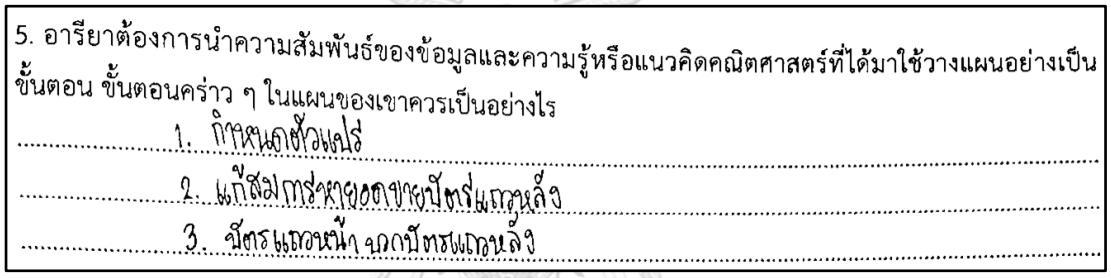
จากภาพ 25 นักเรียนเขียนแผนในการหาคำตอบอย่างกว้าง ๆ ในภาพรวม และเป็นการเขียนขั้นตอนบางขั้นตอนของการหาคำตอบเท่านั้น ว่า *“1. หาค่าบริการรายปี รายเดือน และ 2. ดูว่าอันไหนถูกกว่ากัน”* ซึ่งไม่ได้เขียนอธิบายรายละเอียดวิธีการของดำเนินการทางคณิตศาสตร์ เช่น จะต้องดำเนินการโดยการหาค่าบริการราคารายเดือนและค่าบริการรายปีที่ลดแล้วโดยใช้ค่าของ

ร้อยละที่โจทย์กำหนดให้ จากนั้นทำให้ค่าบริการอยู่ในขอบเขตเวลาเดียวกันซึ่งคือ 1 ปี 10 เดือน โดยค่าบริการรายปีต้องกำหนดเป็น 2 ปี แล้วจึงนำมาเปรียบเทียบกัน และหาผลต่างของสองจำนวนนั้น

ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 (ทดสอบท้ายคาบ 4)

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 1 โดยผลการทดสอบใน พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการในการวางแผนและกำกับตรวจสอบได้ดีขึ้นเล็กน้อย เขียนขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่มีรายละเอียดมากขึ้น แต่ยังเป็นแผนการอย่างกว้าง ๆ โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 26

ภาพ 26 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1


5. อารียาต้องการนำความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้หรือแนวคิดคณิตศาสตร์ที่ได้มาใช้วางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ขั้นตอนคร่าว ๆ ในแผนของเขาควรเป็นอย่างไร

1. กำหนดตัวแปร
2. แก้สมการหาผลต่างปีตรแรกหลัง
3. ปีตรแรกหน้า บวกปีตรแรกหลัง

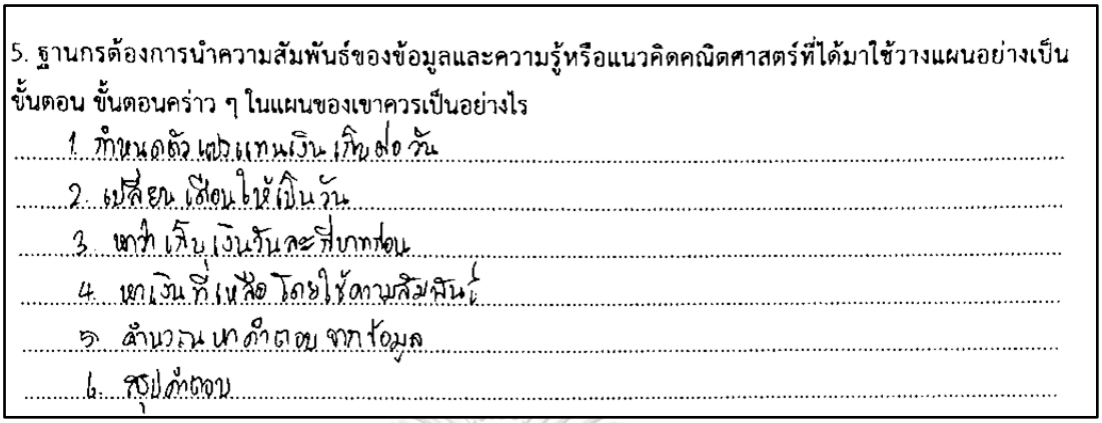
จากภาพ 26 นักเรียนระบุขั้นตอนต่าง ๆ เป็นลำดับขั้นได้ถูกต้อง แสดงให้เห็นว่าในการแก้ปัญหาข้อนี้ต้องนำความรู้เรื่องสมการมาใช้ในการหาคำตอบ อย่างไรก็ตามพบว่าแผนการนี้ยังขาดรายละเอียดที่ชัดเจนของขั้นตอนที่ได้ระบุมา เช่น การกำหนดตัวแปรแทนสิ่งใด หรือการอธิบายที่มาของสมการ

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมสรุปได้ว่านักเรียนสามารถวางแผนได้ดีขึ้นเล็กน้อย และอาศัยความคุ้นเคยจากประสบการณ์ที่เคยแก้โจทย์ปัญหา เช่น สังเกตได้ว่าเรื่องนี้น่าจะนำแนวคิดเรื่อง สมการ มาเป็นส่วนหนึ่งในการแก้ปัญหาก็จะเขียนขั้นตอนการแก้สมการคร่าว ๆ

ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2 (ทดสอบท้ายคาบ 8)

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 2 โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้น สามารถเขียนอธิบายขั้นตอนและแสดงรายละเอียดของขั้นตอนได้ถูกต้องและชัดเจน อย่างไรก็ตามพบว่านักเรียนบางคนสามารถเขียนอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจน แต่รายละเอียดของขั้นตอนบางขั้นตอนที่ระบุนั้นไม่ถูกต้อง โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 27

ภาพ 27 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2

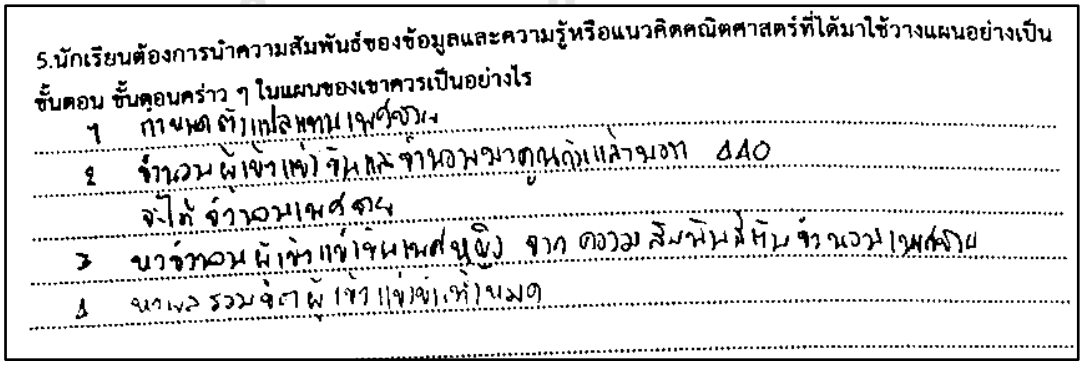

5. ฐานกรต้องการนำความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้หรือแนวคิดคณิตศาสตร์ที่ได้มาใช้วางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ขั้นตอนคร่าว ๆ ในแผนของเขาควรเป็นอย่างไร

1 กำหนดตัวแปรแทนเงินเก็บต่อวัน
2. เปลี่ยนเดือนให้เป็นวัน
3 หาที่เก็บเงินวันละกี่บาทก่อน
4 หาเงินที่เหลือโดยใช้ความสัมพันธ์
5 คำนวณหาคำตอบจากข้อมูล
6. สรุปคำตอบ

จากภาพ 27 นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ เป็นลำดับขั้นตอนได้ถูกต้องและแสดงรายละเอียดของขั้นตอนที่เพียงพอในการกำหนดแผนการคร่าว ๆ ที่นำไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้องชัดเจน

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมสรุปได้ว่า นักเรียนสังเกตลักษณะของโจทย์ เช่น ถ้าโจทย์ดูเหมือนกับมีการใช้ความรู้เรื่องสมการ ก็จะเริ่มจากการกำหนดตัวแปร จากนั้นจึงพิจารณาประเด็นอื่น ๆ ว่ามีหน่วยที่ต้องเปลี่ยนหรือไม่ แล้วพิจารณาที่ความสัมพันธ์ เพราะความสัมพันธ์ที่โจทย์กำหนดให้จะนำไปสู่คำตอบได้

ภาพ 28 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2


5.นักเรียนต้องการนำความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้หรือแนวคิดคณิตศาสตร์ที่ได้มาใช้วางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ขั้นตอนคร่าว ๆ ในแผนของเขาควรเป็นอย่างไร

1 กำหนดตัวแปรแทนเพศชาย
2 จำนวนผู้เข้าแข่งขันและจำนวนมาตุณดังแล้วมอก 440
จะได้จำนวนเพศชาย
3 บวกจำนวนผู้เข้าแข่งขันเพศหญิง จาก ความสัมพันธ์ที่ทับจำนวนเพศชาย
4 หาผลรวมจำนวนผู้เข้าแข่งขันทั้งหมด

จากภาพ 28 นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนเป็นลำดับขั้น มีรายละเอียดที่ชัดเจนขึ้นและขั้นตอนที่ระบุนั้นนำไปสู่การหาคำตอบได้ แต่นักเรียนในกลุ่มนี้มีความรู้ที่คลาดเคลื่อนทำให้ขั้นตอนที่ระบุนั้นไม่ถูกต้อง เห็นได้จากรายละเอียดของขั้นตอน เช่น *จำนวนผู้เข้าแข่งขันและจำนวน*

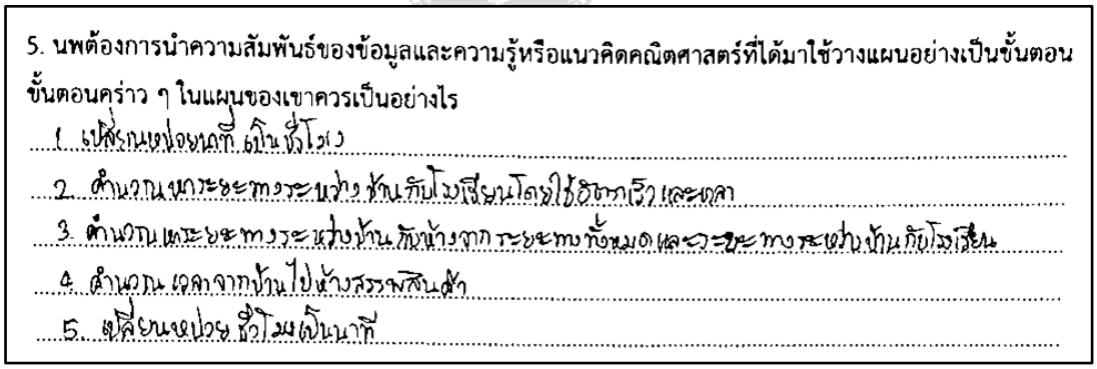
มาคูณกันแล้วบวก 440 จะได้จำนวนเพศชาย เป็นต้น ซึ่งเป็นการนำทุกจำนวนที่โจทย์กำหนดมาคำนวณ

จากสัมภาษณ์เพิ่มเติมสรุปได้ว่า นักเรียนยังมีความสับสนเกี่ยวกับความสัมพันธ์กับข้อมูล พอเข้าใจแนวทางคร่าว ๆ ว่าต้องทำสิ่งใดเพื่อให้ได้ขั้นตอนสุดท้าย แต่ไม่มั่นใจในรายละเอียดของขั้นตอนอื่น ๆ เพราะยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับการดำเนินการ และเมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนอ่านโจทย์ซ้ำอีกครั้ง เพื่อให้นักเรียนพิจารณาเกี่ยวกับการวางแผน พบว่านักเรียนบอกลำดับก่อนหลังของสิ่งที่ต้องการหา โดยอาศัยข้อมูลจากโจทย์ได้ แต่ยังไม่สามารถบอกรายละเอียดของวิธีการได้อย่างชัดเจนในทันที ต้องอาศัยคำอธิบายเพิ่มเติมในบางประเด็น

หลังการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนสามารถเขียนแผนคร่าว ๆ ที่มีขั้นตอน และรายละเอียดที่สามารถนำไปใช้ในการหาคำตอบได้ถูกต้องและชัดเจน โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 29

ภาพ 29 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนหลังการทดลอง


5. นพต้องการนำความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้หรือแนวคิดคณิตศาสตร์ที่ได้มาใช้วางแผนอย่างเป็นขั้นตอน ขั้นตอนคร่าว ๆ ในแผนของเขาควรเป็นอย่างไร

1. เปลี่ยนหน่วยนาทีเป็นชั่วโมง
2. คำนวณหาระยะทางระหว่างบ้านกับโรงเรียนโดยใช้อัตราเร็วและเวลา
3. คำนวณหาระยะทางระหว่างบ้านกับห้างจากระยะทางทั้งหมดและระยะทางระหว่างบ้านกับโรงเรียน
4. คำนวณเวลาจากบ้านไปห้างสรรพสินค้า
5. เปลี่ยนหน่วยชั่วโมงเป็นนาที

จากภาพ 29 นักเรียนระบุขั้นตอนต่าง ๆ เป็นลำดับขั้นได้ถูกต้องชัดเจน มีรายละเอียดของขั้นตอนที่สามารถนำไปใช้กำหนดเป็นแผนในการหาคำตอบได้ถูกต้อง

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมสรุปได้ว่า นักเรียนกำหนดแผนการจากการพิจารณาความสัมพันธ์ที่ระบุไว้ และคิดว่าต้องทำอะไรก่อนหลังโดยพิจารณาจากข้อมูลปริมาณทั้งหมดที่มี จากนั้นจึงกำหนดคร่าว ๆ เพียงเท่านี้ เพราะเห็นว่าสัมพันธ์ต่อเวลาและเพียงพอที่จะนำไปดำเนินการหาคำตอบต่อไปได้เอง แต่ถ้าส่วนไหนของขั้นตอนทำโจทย์ทำให้สับสนง่าย จึงจะเขียนรายละเอียด เช่น เปลี่ยนหน่วยนาทีเป็นชั่วโมง

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่านักเรียนมีแนวโน้มความสามารถขององค์ประกอบของการวางแผนและกำกับตรวจสอบที่ดีขึ้นตามลำดับ โดยสามารถสรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบที่ 3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบของนักเรียนในการทดลองระยะต่าง ๆ ดังตาราง 17

ตาราง 17 สรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามองค์ประกอบที่ 3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบตามระยะการเก็บข้อมูล

องค์ประกอบที่ 3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบ			
ก่อนการทดลอง	**ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1**	**ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2**	**หลังการทดลอง**
นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ไม่ชัดเจน ยังขาดรายละเอียดและความต่อเนื่องของขั้นตอน ระบุขั้นตอนโดยเน้นสิ่งที่โจทย์ถามซึ่งเป็นส่วนสุดท้ายของขั้นตอนการแก้ปัญหา	นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่มีรายละเอียดมากขึ้นเล็กน้อย แต่ยังเป็นแผนกว้าง ๆ ที่ไม่ชัดเจน	นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนและรายละเอียดได้ชัดเจนขึ้น ขณะเดียวกันพบว่าขั้นตอนที่มีรายละเอียดนี้แสดงให้เห็นว่านักเรียนยังมีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในบางเรื่อง	นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนและรายละเอียดต่าง ๆ ที่สำคัญได้ถูกต้อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

จากตาราง 17 สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ นักเรียนเขียนอธิบายขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ไม่ชัดเจน ยังขาดรายละเอียดและความต่อเนื่องของขั้นตอน ระบุขั้นตอนโดยเน้นไปที่สิ่งที่โจทย์ถามซึ่งเป็นส่วนสุดท้ายของขั้นตอนการแก้ปัญหา ในช่วงต่อ ๆ มา นักเรียนสามารถแสดงการประยุกต์นำความรู้มาใช้วางแผนที่มีขั้นตอนและรายละเอียดได้ชัดเจนขึ้น

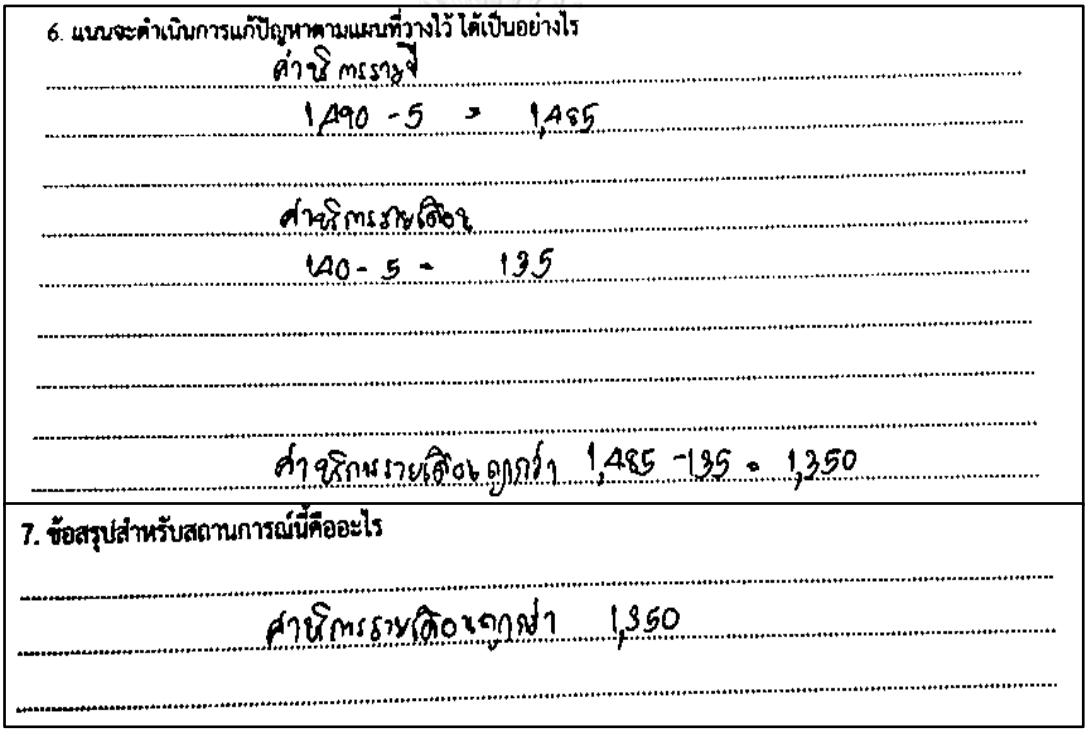
2.2.2.4 องค์ประกอบที่ 4 การดำเนินการตามแผน

ผู้วิจัยวิเคราะห์ความสามารถของนักเรียนในการดำเนินการตามแผนโดยการพิจารณาความสามารถของนักเรียนในการเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาตามหลักคณิตศาสตร์จนได้คำตอบที่ถูกต้องและสรุปคำตอบของปัญหาได้ถูกต้อง จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอตามระยะของการทดลอง ดังนี้

ก่อนการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนโดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า มีนักเรียนสามารถดำเนินการได้สอดคล้องกับแผนที่วางไว้ แต่ยังใช้ความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์บางเรื่องไม่ถูกต้อง ส่งผลให้วิธีการหาคำตอบและคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง อย่างไรก็ตามพบว่านักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับสถานการณ์ โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 30

ภาพ 30 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนก่อนการทดลอง


6. แบบจะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ได้เป็นอย่างไร

ค่าบริการรายปี

1,490 - 5 = 1,485

ค่าบริการรายเดือน

140 - 5 = 135

ค่าบริการรายเดือนถูกลง 1,485 - 135 = 1,350

7. ข้อสรุปสำหรับสถานการณ์นี้คืออะไร

ค่าบริการรายเดือนถูกลง 1,350

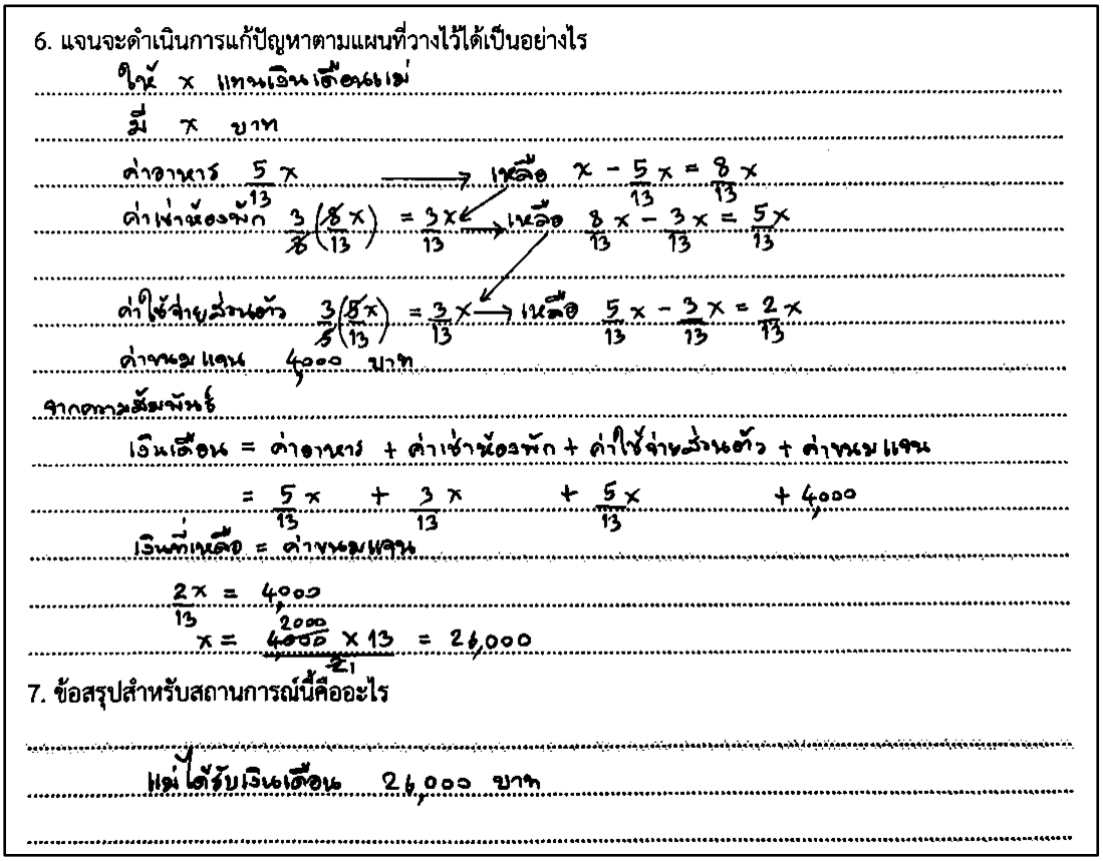
จากภาพ 30 นักเรียนแสดงวิธีหาคำตอบโดยนำ 5 ซึ่งเป็นร้อยละของส่วนลดค่าบริการ มาลบออกจากค่าบริการรายเดือนและรายปี โดยไม่ได้สนใจความหมายของร้อยละ และไม่ได้นำช่วงเวลาที่ต้องการใช้บริการมาใช้เป็นตัวแปรหนึ่งในการคำนวณ ทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้อง เมื่อพิจารณาการสรุปคำตอบพบว่า นักเรียนเขียนสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา แต่ยังมีรายละเอียดไม่ชัดเจน โดยไม่ระบุหน่วยของคำตอบ

ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 (ทดสอบท้ายคาบ 4)

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 1 โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการใน

การดำเนินการตามแผนที่ดีขึ้น ส่วนใหญ่สามารถแสดงการคำนวณได้สอดคล้องกับแผนที่วางไว้ สามารถแสดงให้เห็นขั้นตอนการคำนวณอย่างเป็นลำดับขั้นชัดเจนและถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ มีการนำความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ระบุไว้มาใช้ในการแสดงการดำเนินการจนได้คำตอบที่ถูกต้อง และสามารถสรุปได้ถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา ขณะเดียวกันพบว่านักเรียนบางคนยังคำนวณไม่ถูกต้อง โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 31

ภาพ 31 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1


6. แจนจะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้เป็นอย่างไร

ให้ x แทนเงินเดือนแม่

มี x บาท

ค่าอาหาร $\frac{5}{13}x$ → เหลือ $x - \frac{5}{13}x = \frac{8}{13}x$

ค่าเช่าห้องพัก $\frac{3}{\cancel{8}}\left(\frac{\cancel{8}x}{13}\right) = \frac{3x}{13}$ → เหลือ $\frac{8}{13}x - \frac{3}{13}x = \frac{5x}{13}$

ค่าใช้จ่ายส่วนตัว $\frac{3}{\cancel{5}}\left(\frac{\cancel{5}x}{13}\right) = \frac{3}{13}x$ → เหลือ $\frac{5}{13}x - \frac{3}{13}x = \frac{2}{13}x$

ค่าขนมแจน 4,000 บาท

จากความสัมพันธ์

เงินเดือน = ค่าอาหาร + ค่าเช่าห้องพัก + ค่าใช้จ่ายส่วนตัว + ค่าขนมแจน

$= \frac{5}{13}x + \frac{3}{13}x + \frac{5}{13}x + 4000$

เงินที่เหลือ = ค่าขนมแจน

$\frac{2}{13}x = 4000$

$x = \frac{\overset{2000}{\cancel{4000}}}{\cancel{2}_{1}} \times 13 = 26,000$

7. ข้อสรุปสำหรับสถานการณ์นี้คืออะไร

แม่ได้รับเงินเดือน 26,000 บาท

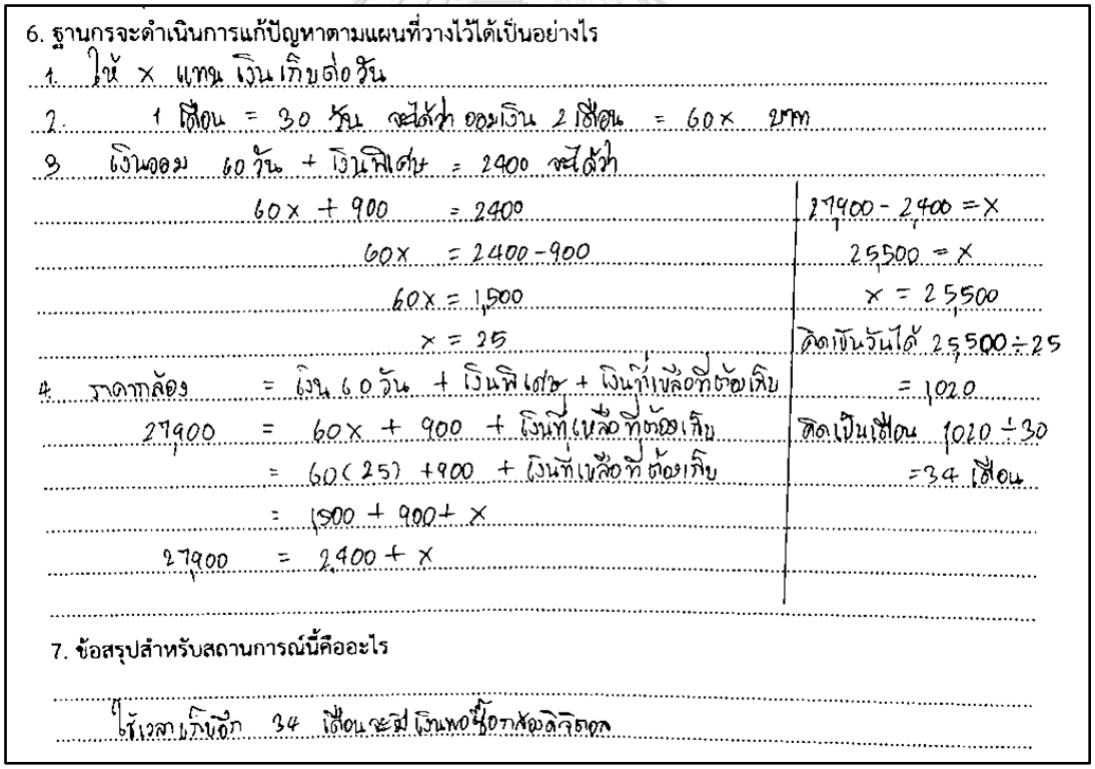
จากภาพ 31 นักเรียนเขียนอธิบายแนวคิดได้สอดคล้องกับแผนและความสัมพันธ์ของข้อมูลตามที่ได้ระบุไว้ได้ชัดเจน เขียนแสดงวิธีทำโดยแยกคำนวณทีละรายการตามลำดับขั้น ซึ่งสอดคล้องกับหัวข้อที่ได้ระบุไว้ในแผนและความสัมพันธ์ แสดงวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ ทำให้คำตอบที่ได้ถูกต้อง และนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมสรุปได้ว่านักเรียนสามารถอธิบายรายละเอียดในงานของตนเองได้ถูกต้อง และยึดความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็นหลักเพื่อเขียนขั้นตอนการคำนวณ เพราะนักเรียนคิดว่าจะช่วยให้หาคำตอบได้ถูกต้อง

ระหว่างการทดลองครั้งที่ 2 (ทดสอบท้ายคาบ 8)

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 2 โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาสอดคล้องกับแผนจนได้คำตอบ และสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องคล้องกับสถานการณ์ และมีนักเรียนบางส่วนสามารถเริ่มต้นขั้นตอนการแก้ปัญหาได้ แสดงแนวคิดที่ได้ชัดเจน แต่ยังใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ส่งผลให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 32

ภาพ 32 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2


6. ฐานกรจะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้เป็นอย่างไร

1. ให้ x แทน เงินเก็บต่อวัน
2. 1 เดือน = 30 วัน จะได้ว่า ออมเงิน 2 เดือน = 60x บาท
3. เงินออม 60 วัน + เงินพิเศษ = 2400 จะได้ว่า

60x + 900 = 2400
60x = 2400 - 900
60x = 1,500
x = 25

4. ราคากล้อง = เงิน 60 วัน + เงินพิเศษ + เงินที่เหลือที่ต้องเก็บ
27,900 = 60x + 900 + เงินที่เหลือที่ต้องเก็บ
= 60(25) + 900 + เงินที่เหลือที่ต้องเก็บ
= 1500 + 900 + x
27,900 = 2400 + x

27,900 - 2,400 = x
25,500 = x
x = 25,500
คิดเป็นวันได้ 25,500 ÷ 25
= 1020
คิดเป็นเดือน 1020 ÷ 30
= 34 เดือน

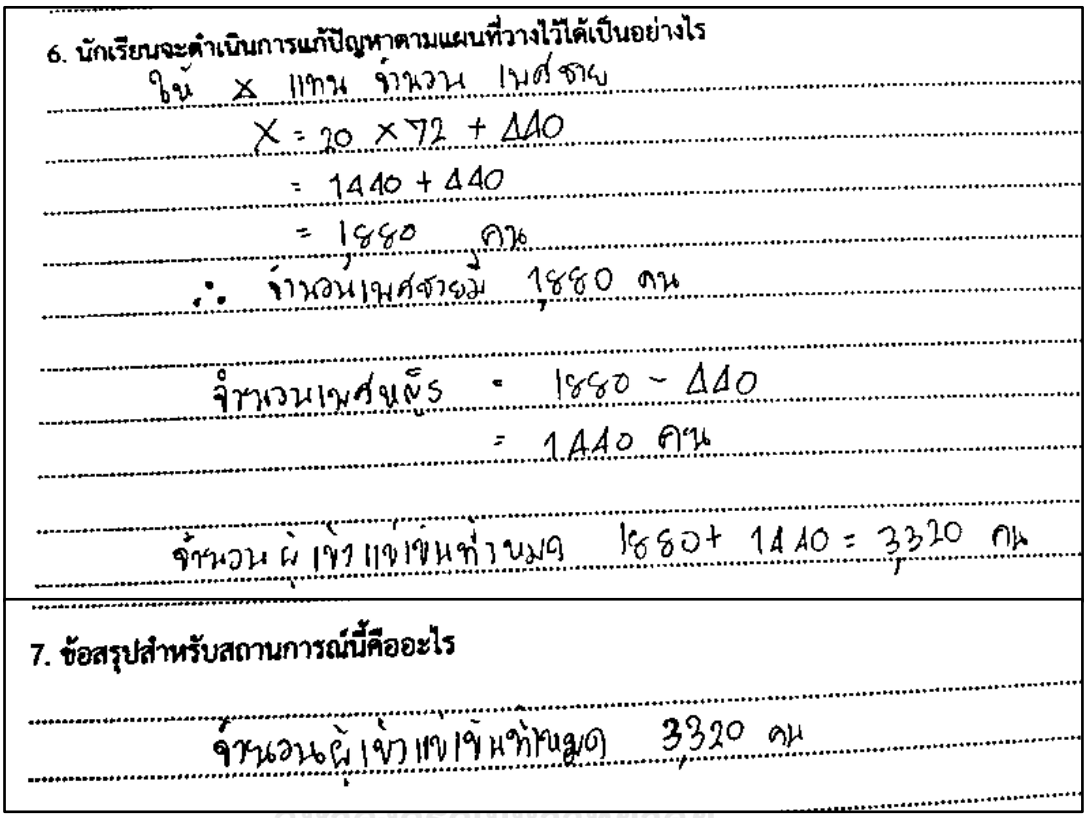
7. ข้อสรุปสำหรับสถานการณ์นี้คืออะไร

ใช้เวลาเก็บอีก 34 เดือนจะมีเงินพอซื้อกล้องดิจิตอล

จากภาพ 32 นักเรียนเขียนแสดงวิธีการหาคำตอบได้สอดคล้องกับแผนที่วางไว้ และแสดงรายละเอียดต่าง ๆ ของขั้นตอนในการหาคำตอบได้ถูกต้องชัดเจน โดยมีการนำความสัมพันธ์ของ

ข้อมูลมาใช้เป็นส่วนหนึ่งในการลำดับขั้นตอนการหาคำตอบ จนได้คำตอบที่ถูกต้อง และเขียนสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

ภาพ 33 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2


6. นักเรียนจะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้เป็นอย่างไร

ให้ x แทน จำนวน เพศชาย

$X = 20 \times 72 + 440$

$= 1440 + 440$

$= 1880$ คน

∴ จำนวนเพศชายมี 1880 คน

จำนวนเพศหญิง $= 1880 - 440$

$= 1440$ คน

จำนวนผู้เข้าแข่งขันทั้งหมด $1880 + 1440 = 3320$ คน

7. ข้อสรุปสำหรับสถานการณ์นี้คืออะไร

จำนวนผู้เข้าแข่งขันทั้งหมด 3320 คน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

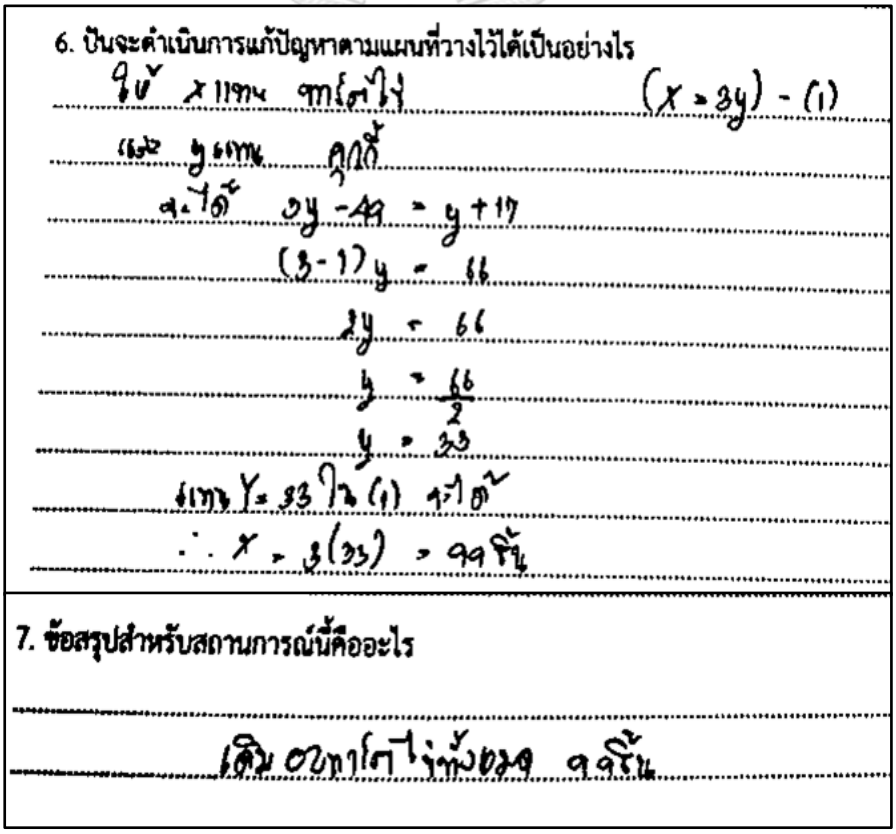
จากภาพ 33 นักเรียนเขียนแสดงรายละเอียดของขั้นตอนในการหาคำตอบอย่างเป็นเหตุเป็นผล แต่ยังมีบางส่วนไม่ถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ใน เรื่อง ความหมายของร้อยละ ส่งผลให้ผลลัพธ์ที่ได้จากการคำนวณไม่ถูกต้องและไม่สอดคล้องกับสถานการณ์ อย่างไรก็ตามจะสังเกตว่านักเรียนสามารถนำความสัมพันธ์ของข้อมูลมาใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและสอดคล้องกัน เช่น ความสัมพันธ์ของจำนวนผู้ชมเพศชายและเพศหญิง และความสัมพันธ์ของผลรวมผู้เข้าร่วมงานทั้งหมด (ซึ่งประกอบด้วยผู้ชมและผู้เข้าแข่งขัน) สำหรับการสรุปคำตอบ พบว่า นักเรียนสรุปคำตอบได้สอดคล้องกับสถานการณ์

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมเกี่ยวกับแนวคิดในการแก้ปัญหาสรุปได้ว่า นักเรียนพอรู้แนวคิดคร่าว ๆ ว่าต้องทำอย่างไร โดยคำนวณตามความสัมพันธ์ที่ระบุไว้ แต่ทำต่อไม่ได้และไม่แน่ใจในบางขั้นตอน โดยเฉพาะในขั้นตอนที่ต้องใช้ความรู้พื้นฐานอื่น ๆ

2.2.4.4 หลังการทดลอง

ผู้วิจัยให้นักเรียนกลุ่มตัวอย่างทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน โดยผลการทดสอบในภาพรวม พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นมากกว่าในระยะที่ผ่านมา โดยนักเรียนสามารถดำเนินการตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง สามารถเขียนแสดงขั้นตอนการหาคำตอบได้เป็นเหตุเป็นผล และเป็นลำดับขั้นที่ถูกต้องชัดเจน จนได้คำตอบที่ถูกต้อง และสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องสอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา โดยมีตัวอย่างคำตอบของนักเรียนในแบบวัด ดังภาพ 34

ภาพ 34 ตัวอย่างการตอบแบบวัดที่แสดงความสามารถ
ในการดำเนินการตามแผนของนักเรียนหลังการทดลอง


6. ปันจะดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้เป็นอย่างไร

จะ x แทน จากโจทย์ได้ $(x = 3y) - (1)$

และ y แทน คุกกี้

จะได้ $3y - 49 = y + 17$

$(3-1)y = 66$

$2y = 66$

$y = \frac{66}{2}$

$y = 33$

แทน $Y = 33$ ใน (1) จะได้

$\therefore x = 3(33) = 99$ ชิ้น

7. ข้อสรุปสำหรับสถานการณ์นี้คืออะไร

เดิม ขนมโดนัททั้งหมด 99 ชิ้น

จากภาพ 34 นักเรียนเขียนวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้อง โดยมีการประยุกต์ความรู้ที่ได้เรียน เรื่องสมการเชิงเส้นสองตัวแปรมาใช้เป็นวิธีในการหาคำตอบ และสามารถแสดงรายละเอียดขั้นตอนการหาคำตอบได้อย่างเป็นขั้นตอนถูกต้องตามหลักคณิตศาสตร์ จนได้คำตอบที่ถูกต้อง และเมื่อพิจารณาในการสรุปคำตอบ พบว่านักเรียนในกลุ่มนี้สรุปคำตอบได้สอดคล้องกับสถานการณ์ปัญหา

จากการสัมภาษณ์เพิ่มเติมสรุปได้ว่านักเรียนสามารถอธิบายขั้นตอนต่าง ๆ ของการดำเนินการอย่างเป็นลำดับขั้นตอน โดยถ้าเป็นลักษณะโจทย์ที่คุ้นเคยจะพอรู้วิธีการหาคำตอบ

จากที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปได้ว่า นักเรียนมีแนวโน้มความสามารถขององค์ประกอบของการดำเนินการตามแผนที่ดีขึ้นตามลำดับ โดยสามารถสรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามองค์ประกอบที่ 4 การดำเนินการตามแผนที่ดีขึ้นของนักเรียนในการทดลองระยะต่าง ๆ ดังตาราง 18

ตาราง 18 สรุปพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนตามองค์ประกอบที่ 4 การดำเนินการตามแผนตามระยะการเก็บข้อมูล

องค์ประกอบที่ 4 การดำเนินการตามแผน			
ก่อนการทดลอง	**ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1**	**ระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 2**	**หลังการทดลอง**
นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถดำเนินการได้สอดคล้องกับแผน เนื่องจากมีส่วนที่ผิดพลาดจากการขาดความรอบคอบในการคำนวณหรือความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเขียนมุ่งเน้นแสดงการคำนวณเป็นหลัก ขาดการอธิบายรายละเอียด และสามารถแปลความหมายของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับสถานการณ์	นักเรียนสามารถดำเนินการได้สอดคล้องกับแผน และดำเนินการได้อย่างถูกต้อง ขณะเดียวกัน พบว่ามีนักเรียนขาดความรอบคอบในการคำนวณหรือความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้ได้คำตอบไม่ถูกต้อง แต่เขียนอธิบายขั้นตอนการคำนวณที่มีรายละเอียดที่ชัดเจนขึ้น และสามารถแปลความหมายของผลลัพธ์ได้สอดคล้องกับสถานการณ์	นักเรียนส่วนสามารถดำเนินการสอดคล้องกับแผนอย่างได้ถูกต้อง มีความรอบคอบในการคำนวณมากขึ้น แต่ยังมีความคลาดเคลื่อนของมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ทำให้คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง และเขียนอธิบายขั้นตอนการคำนวณที่มีรายละเอียดที่ชัดเจน และสามารถแปลความหมายของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับสถานการณ์	นักเรียนสามารถดำเนินการตามแผนได้ แสดงวิธีการคำนวณโดยอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจนขึ้น มีการนำความสัมพันธ์ที่ระบุไว้มาใช้ในการคำนวณหาคำตอบจนนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง และสามารถแปลความหมายของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับสถานการณ์

จากตาราง 18 สรุปได้ว่า ในช่วงแรก ๆ นักเรียนส่วนใหญ่ยังไม่สามารถดำเนินการได้อย่างถูกต้อง เนื่องจากมีส่วนที่ดำเนินการผิดพลาดจากการขาดความรอบคอบในการคำนวณหรือความคลาดเคลื่อนทางมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ และเขียนมุ่งเน้นแสดงการคำนวณเป็นหลัก ขาดการอธิบายรายละเอียด แต่ในระยะต่อ ๆ มา นักเรียนสามารดำเนินการตามแผนได้ แสดงวิธีการคำนวณโดยอธิบายรายละเอียดได้ชัดเจนขึ้น มีการนำความสัมพันธ์ที่ระบุไว้มาใช้ในการคำนวณหาคำตอบ จนนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง และสามารถแปลความหมายของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ได้สอดคล้องกับสถานการณ์ได้

จากการวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยจำแนกรายองค์ประกอบ สรุปได้ว่า นักเรียนมีพัฒนาการที่ดีขึ้นในทุกองค์ประกอบ โดยองค์ประกอบที่ 2 การบูรณาการข้อมูล เป็นองค์ประกอบที่นักเรียนมีพัฒนาการมากที่สุด ตามด้วย องค์ประกอบที่ 1 การแปลความหมายของปัญหา องค์ประกอบที่ 3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบ และองค์ประกอบที่ 4 ความสามารถในการดำเนินการตามแผน ตามลำดับ

เมื่อวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการบูรณาการข้อมูล ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่มีพัฒนาการมากที่สุด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ถูกต้องและในรูปแบบที่หลากหลายตามความถนัดของตนเอง โดยนักเรียนที่มีพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าจะนำเสนอความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปของสมการ ขณะเดียวกันนักเรียนที่มีพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์น้อยกว่าจะเน้นการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลเป็นแผนภาพก่อนเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของสมการ และเมื่อวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการดำเนินการตามแผน ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่มีพัฒนาการน้อยที่สุด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการในด้านนี้ค่อนข้างน้อย โดยสามารถอธิบายแนวคิดและวิธีการในการดำเนินการได้ แต่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่ถูกต้อง

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา มีวัตถุประสงค์ของการวิจัยเพื่อ

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาก่อนและหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษาหลังการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม

3. ศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ระหว่างการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

ประชากรที่ใช้ในงานวิจัยนี้เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา โรงเรียนในสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา ร้อยเอ็ด สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ และกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกแบบเจาะจง (Purposive Sampling) เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จำนวน 31 คน จากห้องเรียนเดียวกันและจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถของโรงเรียนแห่งหนึ่ง สำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา สังกัดสำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐานกระทรวงศึกษาธิการ

การวิจัยนี้ มีการออกแบบการวิจัยแบบกึ่งการทดลองแบบอนุกรมเวลา (Time-series quasi-experimental design) โดยมีการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนการทดลอง และหลังการทดลองสำหรับเก็บรวบรวมข้อมูลเชิงปริมาณ และใช้การเก็บข้อมูลเพิ่มเติมจากการทดสอบระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 (ท้ายการจัดการเรียนรู้คาบที่ 4) และครั้งที่ 2 (ท้ายการจัดการเรียนรู้คาบที่ 8) ร่วมกับการสัมภาษณ์และบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้เพื่อศึกษาพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยนี้ แบ่งออกเป็น 2 ประเภท ได้แก่ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียด ดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ จำนวน 10 แผน ซึ่งเป็นแผนการจัดการเรียนรู้ที่มีเนื้อหาคณิตศาสตร์เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลางกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 1 ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 2 และฉบับหลังเรียน ซึ่งแบบวัดนี้พิจารณาลักษณะที่แสดงออกถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 4 องค์ประกอบ ได้แก่ การแปลความหมาย การบูรณาการ การวางแผน และการดำเนินการตามแผน แบบวัดความสามารถทั้ง 4 ฉบับเป็นแบบอัตนัย โดยที่ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียนมีข้อสอบจำนวนฉบับละ 4 ข้อ ข้อละ 15 คะแนน รวมเป็นฉบับละ 60 คะแนน สำหรับฉบับระหว่างครั้งที่ 1 และฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 2 มีข้อสอบจำนวนฉบับละ 2 ข้อ ข้อละ 15 คะแนน รวมเป็นฉบับละ 30 คะแนน แบบสัมภาษณ์ที่ข้อคำถามสอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

การวิจัยนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างด้วยตนเอง โดยมีขั้นตอนการดำเนินงาน ดังนี้

ช่วงก่อนการทดลอง ผู้วิจัยออกแบบ พัฒนาเครื่องมือทั้งหมดที่ใช้ในการวิจัย และนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทั้ง 4 ฉบับเสนออาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ แล้วนำแบบวัดให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน ตรวจสอบความตรงต่อเนื้อหา ความเหมาะสมด้านภาษาของข้อคำถามและข้อเสนอแนะเพิ่มเติม เมื่อผู้วิจัยดำเนินการปรับปรุงตามคำแนะนำแล้วจึงนำแบบวัดไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างของการวิจัย พบว่า ค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) เป็นดังนี้

1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.93 ค่าความยากเป็น 0.46 – 0.58 อำนาจจำแนกมีค่าเป็น 0.54 – 0.65

2. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 1 มีค่าความเที่ยงเป็น 0.79 ค่าความยากเป็น 0.46 – 0.48 อำนาจจำแนกมีค่าเป็น 0.52 – 0.56

3. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 2 มีค่าความเที่ยงเป็น 0.91ค่าความยากเป็น 0.44 – 0.49 อำนาจจำแนกมีค่าเป็น 0.50 – 0.63

4. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียน มีค่าความเที่ยงเป็น 0.90 ค่าความยากเป็น 0.46 – 0.55 และอำนาจจำแนกมีค่าเป็น 0.49 – 0.68

ในช่วงระหว่างการทดลอง ผู้วิจัยดำเนินการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้แบบวัดที่พัฒนาขึ้นฉบับก่อนเรียน จากนั้นผู้วิจัยจะจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้น เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรกับนักเรียนกลุ่มตัวอย่างของงานวิจัย จนในท้ายคาบเรียนที่ 4 นักเรียนกลุ่มตัวอย่างจะได้ทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 1 และทำการสุ่มเพื่อสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับงานเขียนและแนวคิดของนักเรียนในแบบวัด และดำเนินการจัดการเรียนรู้ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร จนถึงท้ายคาบเรียนที่ 8 นักเรียน

จะได้ทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียน ครั้งที่ 2 และทำการสุ่มเพื่อสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับงานเขียนและแนวคิดของนักเรียนในแบบวัด และดำเนินการจัดการเรียนรู้ที่พัฒนาขึ้นจนถึงคาบเรียนที่ 10 ซึ่งเป็นคาบเรียนสุดท้าย หลังจากนั้นผู้วิจัยจะดำเนินการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยใช้แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาฉบับหลังเรียน และทำการสุ่มเพื่อสัมภาษณ์นักเรียนเกี่ยวกับงานเขียนและแนวคิดของนักเรียนในแบบวัด

หลังจากเก็บรวบรวมข้อมูล ผู้วิจัยนำคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งฉบับก่อนเรียนและหลังเรียนมาวิเคราะห์ด้วยโปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป ตามวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยใช้คะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียนและฉบับหลังเรียนมาหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยเลขคณิตด้วยการทดสอบค่าที (*t*-test)

2. เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็ม โดยใช้คะแนนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับหลังเรียนมาหาค่าเฉลี่ย ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (*SD*) และค่าการทดสอบที (*t*-test)

จากนั้นนำบันทึกหลังการจัดการเรียนรู้ ร่องรอยแบบวัดของนักเรียนที่ได้จากการสุ่มสัมภาษณ์จำนวน 6 คน และการสัมภาษณ์นักเรียนรายบุคคล 6 คนที่ได้จากการสุ่มในประเด็นที่ยังไม่ชัดเจน และประเด็นที่จะสามารถสืบกลับไปถึงแนวคิดในการตอบคำถามในประเด็นต่าง ๆ มาวิเคราะห์เชิงเนื้อหาเพื่อศึกษาพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

สรุปผลการวิจัย

การวิจัย เรื่อง กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา สามารถสรุปผลการศึกษา ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2. นักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบ โดยขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบเป็นขั้นที่ส่งผลต่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากที่สุด และพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนในแต่ละองค์ประกอบซึ่งประกอบด้วย การแปลความหมายของปัญหาการบูรณาการข้อมูล การวางแผนและกำกับตรวจสอบ และการดำเนินการตามแผน มีแนวโน้มเปลี่ยนแปลงไปในทิศทางที่ดีขึ้น โดยนักเรียนมีพัฒนาการของความสามารถในการบูรณาการข้อมูลมากที่สุด ตามด้วยการแปลความหมายของปัญหา การวางแผนและกำกับตรวจสอบ และการดำเนินการตามแผน ตามลำดับ และเมื่อวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการบูรณาการข้อมูล ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่มีพัฒนาการมากที่สุด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ถูกต้องและในรูปแบบที่หลากหลายตามความถนัดของตนเอง โดยนักเรียนที่มีพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าจะนำเสนอความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบที่เป็นนามธรรม ขณะเดียวกันนักเรียนที่มีพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์น้อยกว่าจะเน้นการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบรูปภาพก่อนเปลี่ยนให้อยู่ในรูปของสมการ และเมื่อวิเคราะห์พัฒนาการของความสามารถในการดำเนินการตามแผน ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่มีพัฒนาการน้อยที่สุด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการในด้านนี้ค่อนข้างน้อย โดยสามารถแสดงแนวคิดวิธีการในการดำเนินการได้ แต่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่ถูกต้อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

อภิปรายผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา ผู้วิจัยมีประเด็นในการอภิปรายผลการวิจัย 4 ประเด็น โดยประเด็นที่ 1 และประเด็นที่ 2 เกี่ยวข้องกับผลการวิจัยเชิงปริมาณ และประเด็นที่ 3 และ ประเด็นที่ 4 เกี่ยวข้องกับผลการวิจัยเชิงคุณภาพ มีรายละเอียด ดังนี้

1. การที่คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มตัวอย่างมากกว่าคะแนนเฉลี่ยความสามารถของนักเรียนกลุ่มเดิมในช่วงก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อาจเนื่องมาจากการที่นักเรียนคุ้นชินกับลักษณะการเรียนรู้ที่ทำให้ได้รับประสบการเรียนรู้และการฝึกฝนการแก้ปัญหาผ่านบริบทชีวิตจริงมากขึ้นทั้งจากแนวคิดของตนเองและของผู้อื่นที่อาจส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสูงขึ้น

ดังคำกล่าวที่ว่าการแก้ปัญหาเป็นกระบวนการนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้งาน จึงควรส่งเสริมให้นักเรียนได้รับการเรียนรู้ ฝึกฝน ใช้ความคิดและประสบการณ์ในการแก้ปัญหา และทบทวนอยู่เสมอ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2555; NCTM, 2000) เพราะการมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และดำเนินการแก้ปัญหาอย่างเป็นระบบและต่อเนื่องมีความสำคัญต่อการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาได้ยิ่งขึ้น (อัมพร ม้าคนอง, 2553) และการแก้ปัญหาด้วยตนเองเป็นสิ่งที่เกิดขึ้นภายหลังจากการแก้ปัญหาร่วมกับผู้อื่นที่ได้ใช้ปัจจัยการคิดทางสังคมที่ช่วยให้นักเรียนเข้าใจถึงความหมายของแนวคิดและการแก้ปัญหา ทำให้นักเรียนได้เรียนรู้และยอมรับวิธีที่แตกต่าง เกิดเป็นการแก้ปัญหาโดยใช้วิธีที่สามารถทำได้จริงด้วยตนเอง (Vygotsky, 1978)

2. การที่คะแนนเฉลี่ยของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนมากกว่าเกณฑ์ร้อยละ 65 ของคะแนนเต็มอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 อาจเนื่องมาจากการที่นักเรียนได้รับการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ซึ่งการจัดการเรียนรู้ที่มีขั้นตอนของการทำความเข้าใจในประเด็นต่าง ๆ ของสถานการณ์ และการฝึกฝนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนแนวคิดกับครูและเพื่อนในชั้นเรียน ผ่านขั้นตอน 3 ขั้นตอนอาจเป็นสาเหตุหลักที่ช่วยส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหา ดังนี้

ขั้นเรียนรู้ปัญหา เป็นขั้นที่นักเรียนได้แลกเปลี่ยนประสบการณ์ร่วมกันเกี่ยวกับสถานการณ์ที่สามารถพบเจอได้ในชีวิตจริง ตอบคำถามที่เกี่ยวข้องกับสถานการณ์นั้นเพื่อทำความเข้าใจ และร่วมกันแลกเปลี่ยนเกี่ยวกับปัจจัยต่าง ๆ ที่อาจส่งผลต่อปัญหา กำหนดข้อตกลงเบื้องต้น และระบุตัวแปรของปัญหา ผ่านการตอบคำถามไต่ระดับความคิด ซึ่งสอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการแปลความหมายของปัญหา จากที่กล่าวข้างต้นสอดคล้องกับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่ว่า ครูควรให้นักเรียนฝึกอ่านข้อความ อ่านปัญหา ทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และข้อความในปัญหาที่ครูยกตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งหาคำตอบ โดยใช้การถามตอบกับนักเรียนเพื่อพัฒนาความเข้าใจปัญหา (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537; ทรงชัย อักษรคิด, 2555)

ขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบ เป็นขั้นที่นักเรียนนำข้อมูลที่จำเป็นทั้งหมดที่ได้จากขั้นก่อนหน้ามาสร้างความสัมพันธ์กันผ่านการตอบคำถามเพื่อพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ต้องการกับข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้ซึ่งอาจเป็นข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ชัดเจนและไม่ชัดเจน และร่วมกันสรุปภาพรวมของความสัมพันธ์ของข้อมูลทั้งหมดเพื่อนำไปกำหนดเป็นแผนการในการหาคำตอบ และในขั้นนี้นักเรียนจะได้รับการสอบถามพื้นฐานความรู้และมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ ๆ รวมถึงขั้นตอนวิธีการคำนวณที่ต้องนำมาใช้ในการหาคำตอบ เช่น การบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน หรือ

การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เป็นต้น ซึ่งสอดคล้องกับองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการบูรณาการข้อมูลและการวางแผนและกำกับตรวจสอบ และการทำลักษณะนี้สอดคล้องกับแนวคิดในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ว่าครูต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง และสร้างลักษณะนิสัยให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอด้วยตนเองอยู่เสมอ อาจใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดด้วยตนเอง เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหานั้น ๆ และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผน ก่อนที่จะลงมือทำตามแผน ตนเอง (ปรีชา เนาว์เย็นผล, 2537; ทรงชัย อักษรคิด, 2555) และการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทำได้ด้วยการตรวจสอบความรู้เดิมของนักเรียน หากนักเรียนมีความรู้ไม่เพียงพอ ครูจะต้องเสริม หรือทบทวน เพื่อให้นักเรียนมีความรู้เพียงพอที่จะนำไปในการแก้ปัญหา (สิริพร ทิพย์คง, 2544)

หลังจากที่นักเรียนได้กำหนดแผนในการหาคำตอบแล้ว นักเรียนจะอยู่ใน**ขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์** โดยในขั้นนี้นักเรียนจะได้ใช้รับการถามตอบตลอดขั้นตอนการคำนวณ และในบางครั้งนักเรียนจะได้ออกมาแสดงขั้นตอนการคำนวณเป็นตัวอย่างให้กับเพื่อนร่วมชั้นซึ่งสอดคล้ององค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการดำเนินการตามแผน

จะเห็นว่าการจัดการเรียนรู้ดังกล่าวสอดคล้องกับคำกล่าวที่ว่า การพัฒนาทักษะการแก้ปัญหาจึงต้องเน้นที่การคิดวิเคราะห์ข้อมูลในปัญหาหรือสถานการณ์ที่กำหนด เพื่อให้ผู้เรียนมีทักษะในการทำความเข้าใจหรือวิเคราะห์ปัญหา โดยเฉพาะอย่างยิ่ง การวิเคราะห์ปัญหาที่ไม่คุ้นเคย ความเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้จะทำให้ผู้เรียนเห็นแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหา (อัมพร ม้าคนอง, 2553) และแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาที่ว่า นักเรียนควรได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาในสถานการณ์ที่แปลกใหม่ น่าสนใจ และท้าทาย รวมถึงได้ร่วมกันอภิปรายวิธีการแก้ปัญหาอย่างสม่ำเสมอ (Bitter, 1989)

3. การจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ส่งผลต่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทุกองค์ประกอบ โดยขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบเป็นขั้นที่ส่งผลต่อพัฒนาการของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากที่สุด อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้นี้เป็นการจัดการเรียนรู้ที่ปรับมาจากกระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ NCTM (2017) ซึ่งหน้าที่หลักของกระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ คือ การแปลงสถานการณ์ปัญหาของโลกความจริงไปสู่ปัญหาในรูปแบบคณิตศาสตร์ (Cheng, 2009; Hirsch et al., 2016) โดยขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบเป็นขั้นที่ว่าด้วยการนำข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้จากขั้นเรียนรู้ปัญหา รวมถึงความรู้และกระบวนการทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาเชื่อมโยงเป็นความสัมพันธ์ทางคณิตศาสตร์หรือตัวแบบทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะสร้างหรือเลือกใช้ตัวแบบที่เหมาะสมกับสถานการณ์ และตัวแบบที่ได้มานั้นจะช่วยทำให้นักเรียนเข้าใจปัญหาได้เป็นอย่างดี เนื่องจาก

จุดประสงค์หนึ่งของกระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ คือการใช้คณิตศาสตร์หรือสถิติเป็นเครื่องมือเพื่อให้เข้าใจสถานการณ์โลกจริง (Cheng, 2009; Hirsch et al., 2016) และยังสามารถนำไปใช้ในการแก้ปัญหาได้ สอดคล้องกับที่ Usiskin (2015) กล่าวถึงประโยชน์ของตัวแบบทางคณิตศาสตร์ว่าสามารถช่วยในการแก้ปัญหาได้

ทั้งนี้ ขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบเป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญและส่งผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยกิจกรรมสำคัญของขั้นตอนนี้ คือ การนำข้อมูลต่าง ๆ จากสถานการณ์มาวิเคราะห์และค้นหาความสัมพันธ์ แล้วแสดงความสัมพันธ์โดยใช้ตัวแบบต่าง ๆ เช่น ตาราง แผนภาพ ข้อความ และสมการ เป็นต้น ซึ่งกิจกรรมที่กล่าวมานี้ช่วยฝึกฝนให้นักเรียนได้เชื่อมโยงข้อมูลต่าง ๆ ในสถานกาณ์ปัญหาจนเกิดเป็นความสามารถในการบูรณาการข้อมูล (องค์ประกอบที่ 2 ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์) และความสัมพันธ์ของข้อมูลที่นักเรียนได้ในขั้นเชื่อมโยงเพื่อนำไปสู่ตัวแบบนั้น ยังมีส่วนช่วยในการลำดับความคิดของนักเรียนเพื่อวางแผนและคิดค้นวิธีการในการแก้ปัญหา ตลอดจนสามารถเลือกใช้ตัวแบบที่เหมาะสมกับปัญหานั้น ๆ ได้ ซึ่งเป็นความสามารถในการวางแผนและกำกับตรวจสอบ (องค์ประกอบที่ 3 ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์)

นอกจากนี้ยังมีขั้นตรวจสอบผลอีกขั้นหนึ่งที่ส่งผลต่อความสามารถในการบูรณาการข้อมูล (องค์ประกอบที่ 2 ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์) เนื่องจากในขั้นนี้นักเรียนจะได้ร่วมกันอภิปรายและสรุปข้อดีและข้อจำกัดต่าง ๆ ของตัวแบบและวิธีการที่ใช้ในแก้ปัญหา ซึ่งมีส่วนสำคัญในการตัดสินใจเลือกตัวแบบไปใช้ในการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยนักเรียนบางคนอาจใช้ตัวแบบที่ตนเองเข้าใจได้ง่าย เช่น แผนภาพ ตาราง เป็นต้น ก่อนที่จะเปลี่ยนตัวแบบนั้นที่เป็นสมการ และยังมีขั้นรายงานผลอีกขั้นหนึ่งที่ส่งผลต่อความสามารถในการวางแผนและกำกับตรวจสอบ (องค์ประกอบที่ 3 ของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์) เนื่องจากในขั้นนี้นักเรียนจะได้สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการทำกิจกรรมหรือเรียนรู้จากสถานการณ์ปัญหา ซึ่งนักเรียนต้องนำไปใช้เป็นเครื่องมือสำคัญที่ในการแก้ปัญหาอื่น ๆ ต่อไป อีกทั้งยังได้ฝึกฝนการนำตัวแบบหรือวิธีการที่ได้เรียนรู้ไปใช้เพื่อทำแบบฝึกหัดหรือแก้ปัญหาที่มีลักษณะคล้ายกัน ซึ่งช่วยให้นักเรียนมีประสบการณ์การแก้ปัญหามากขึ้น สามารถจัดกลุ่มปัญหาที่มีลักษระคล้ายกันได้ ตลอดจนวางแผนหรือคิดค้นวิธีการในการแก้ปัญหาโดยประยุกต์ใช้ตัวแบบหรือวิธีการที่เคยเรียนรู้มาก่อนหน้า

4. นักเรียนมีพัฒนาการในการแก้ปัญหาที่ดีขึ้นในทุกองค์ประกอบ ซึ่งมีความสามารถในการบูรณาการมากที่สุด และมีความสามารถในการดำเนินการตามแผนน้อยที่สุด

พัฒนาการในการแก้ปัญหาแต่ละองค์ประกอบดีขึ้น อาจเนื่องมาจากสาเหตุ ดังนี้

4.1 องค์ประกอบที่ 1 การแปลความหมายของปัญหาดีขึ้น อาจเนื่องมาจากการที่นักเรียนได้ฝึกฝนการวิเคราะห์ข้อมูลของสถานการณ์ปัญหาผ่านการเชื่อมโยงกับประสบการณ์ในการแก้ปัญหาและสถานการณ์ชีวิตจริง รวมถึงการได้นำเสนอแนวคิดของตนเองเกี่ยวกับข้อมูลและปัจจัยที่ส่งผลต่อปัญหาอย่างต่อเนื่องดังคำกล่าวที่ว่า การที่นักเรียนได้สังเกตและคิดเกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง จะทำให้เกิดการเชื่อมโยงข้อมูลจากประสบการณ์เดิมที่เกี่ยวข้องกับข้อมูลที่กำลังพบเจอ (Vygotsky, 1989) และการให้โอกาสนักเรียนได้แสดงออกทางความคิดเห็นกับสิ่งที่เลือก จะทำให้นักเรียนเห็นถึงการเชื่อมโยงความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์กับข้อมูลสำคัญเพื่อใช้เป็นแนวทางในการวิเคราะห์ปัญหา (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.), 2546) โดยผู้วิจัยเห็นว่าในระยะก่อนการทดลอง มีเพียงนักเรียนส่วนน้อยสามารถแปลความหมายของปัญหาได้ดี และนักเรียนอีกส่วนไม่สามารถแปลความหมายของปัญหาในส่วนของการระบุข้อมูลที่จำเป็นได้และในระยะระหว่างเรียน ครั้งที่ 1 หลังจากได้รับการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ พบว่านักเรียนทุกคนสามารถแปลความหมายของปัญหาได้ดีขึ้น โดยสามารถระบุข้อมูลที่จำเป็นได้ถูกต้องแต่ไม่ครบถ้วน กระทั่งในช่วงหลังการทดลอง พบว่า นักเรียนทุกคนสามารถแปลความหมายได้ถูกต้องและครบถ้วน

4.2 องค์ประกอบที่ 2 การบูรณาการข้อมูลดีขึ้น และเป็นองค์ประกอบที่ดีขึ้นมากที่สุดนั้น อาจเนื่องมาจากในช่วงแรกของการจัดการเรียนรู้เป็นเรียนเกี่ยวกับการทบทวนความรู้ที่เกี่ยวข้องและแนวคิดพื้นฐานของเนื้อหาของ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยความสัมพันธ์ของข้อมูลที่วิเคราะห์ได้จะเน้นนำเสนอให้อยู่ในรูปแบบของกราฟ ข้อความ และมีสมการบ้าง ซึ่งสอดคล้องกับผลการตอบแบบวัดของนักเรียนในช่วงก่อนการทดลองและระหว่างการทดลอง ครั้งที่ 1 และเมื่อระยะเวลาผ่านไปนักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับการนำเสนอความสัมพันธ์ในรูปแบบรูปภาพแสดงปริมาณและได้รับการฝึกฝนมากขึ้นโดยใช้ตัวแบบเหล่านี้ในการทำโจทย์ปัญหา ซึ่งอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนสามารถนำเสนอความสัมพันธ์ของข้อมูลได้หลากหลายขึ้น โดยผู้วิจัยเห็นว่าจากเดิมที่นักเรียนเพียงบางกลุ่มที่สามารถระบุความสัมพันธ์โดยการระบุข้อความจากโจทย์ได้บ้าง แต่ยังไม่ครบถ้วนและนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถระบุได้เลย หลังจากการจัดการเรียนรู้พบว่า นักเรียนทุกคนสามารถระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ชัดเจนมากขึ้น และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถนำเสนอความสัมพันธ์ได้ในรูปแบบหลากหลาย ทั้งในรูปแบบข้อความ รูปภาพ และสมการ

นอกจากนี้พบว่านักเรียนมีพัฒนาการในองค์ประกอบนี้มากที่สุด อาจเนื่องมาจากนักเรียนได้มีประสบการณ์ในสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ผ่านกระบวนการสร้างตัวแบบในการจัดการเรียนรู้อยู่

บ่อยครั้ง ซึ่งการที่มีประสบการณ์ในการใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาสถานการณ์ชีวิตจริงเป็นส่วนสำคัญที่ช่วยให้นักเรียนสามารถบูรณาการคณิตศาสตร์ได้ง่ายขึ้น สามารถทำความเข้าใจปัญหา และแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ที่ไม่เคยมีประสบการณ์ (Greefrath, 2015) อีกทั้งยังสอดคล้องกับผลการวิจัยการใช้ตัวแทนความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดของวีรพล เทพบรรหาร (2560a) ที่พบว่าเมื่อได้จัดการเรียนรู้ดังกล่าวสามารถช่วยให้นักเรียนฝึกการวิเคราะห์ข้อมูล และหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเพื่อให้เข้าใจปัญหาได้ชัดเจนขึ้น

สำหรับการบูรณาการข้อมูล ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่มีพัฒนาการมากที่สุด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ถูกต้องและเขียนในรูปแบบที่หลากหลายตามความถนัดของตนเอง โดยนักเรียนที่มีพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มากกว่าจะนำเสนอความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบที่เป็นนามธรรม ในขณะเดียวกันนักเรียนที่มีพื้นฐานความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์น้อยกว่าจะเน้นการระบุความสัมพันธ์ของข้อมูลในรูปแบบรูปภาพเพื่อช่วยให้เข้าใจข้อมูลเป็นหลักก่อนจะเปลี่ยนให้อยู่ในรูปสมการ สอดคล้องกับที่ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) ได้กล่าวว่าวิธีการวาดภาพ แผนภาพ และการสร้างแบบจำลองช่วยทำให้มองเห็นปัญหาอย่างเป็นรูปธรรม ช่วยให้ผู้แก้ปัญหาทำความเข้าใจกับปัญหาได้ง่าย เมื่อเด็กมีวุฒิภาวะขึ้นสิ่งที่แทนด้วยรูปภาพจะเปลี่ยนไปตัวเลขและนิพจน์อย่างอื่นทางคณิตศาสตร์

4.3 องค์ประกอบที่ 3 การวางแผนและกำกับตรวจสอบดีขึ้น แต่เด่นชัดขึ้นในคาบท้าย ๆ ของการจัดการเรียนรู้ ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้ในช่วงต้นเป็นการเรียนรู้เกี่ยวกับมโนทัศน์พื้นฐานและการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยมีลักษณะของการดำเนินการที่ไม่แตกต่างกันทำให้นักเรียนได้ฝึกฝนการวางแผนที่ไม่หลากหลาย ซึ่งอาจเป็นสาเหตุให้พัฒนาการของนักเรียนไม่ได้เด่นชัดในช่วงต้นของการทดลอง และเมื่อนักเรียนได้รับประสบการณ์ที่หลากหลายขึ้นโดยเฉพาะในช่วงของการเรียนโจทย์ปัญหา ซึ่งผู้วิจัยเลือกใช้โจทย์ปัญหาที่มีความหลากหลายในการสร้างระบบสมการ ตัวอย่างเช่น สถานการณ์เกี่ยวกับการสมัครใช้บริการสระว่ายน้ำ สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ในรูป $y = ax + b$ และสถานการณ์เกี่ยวกับการลงทุน สามารถเขียนความสัมพันธ์ได้ในรูป $ax + by = c$ นอกจากนี้โจทย์ปัญหาแต่ละข้อยังใช้บริบทที่แตกต่างกัน และโจทย์ปัญหาเหล่านั้นยังกระตุ้นให้นักเรียนเลือกใช้วิธีการในการแก้ระบบสมการได้อย่างเหมาะสม นักเรียนได้ฝึกฝนและนำเสนอขั้นตอนการแก้ปัญหาที่มีรายละเอียดที่แตกต่างกันมากขึ้น นั่นอาจเป็นสาเหตุที่ทำให้นักเรียนสามารถวางแผนได้ดีขึ้นตั้งแต่ระยะระหว่างการทดลองครั้งที่ 2

4.4 องค์ประกอบที่ 4 การดำเนินการตามแผนดีขึ้น แต่เป็นองค์ประกอบที่ดีขึ้นน้อยที่สุดนั้นอาจเนื่องมาจากนักเรียนได้รับประสบการณ์ที่มากขึ้นในการแก้ปัญหาด้วยตนเอง และการแลกเปลี่ยนแนวคิดกับเพื่อนในชั้นเรียน ดังคำกล่าวที่ว่า แนวทางในการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงเป็นการพัฒนาให้นักเรียนมีมโนทัศน์ที่ดีขึ้น และการให้นักเรียนได้มีปฏิสัมพันธ์ แลกเปลี่ยนความรู้

หรือวิธีการซึ่งกันและกันจะทำให้นักเรียนสามารถนำมาปรับปรุงวิธีการหรือวิธีคิดของตนเองให้ดีขึ้น (Van den Heuvel Panhuize, 2001)

นอกจากนี้พบว่า นักเรียนมีพัฒนาการในองค์ประกอบที่ 4 น้อยที่สุด อาจเนื่องมาจากการจัดการเรียนรู้นี้มุ่งเน้นไปที่การเสริมสร้างมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทำให้นักเรียนได้ฝึกฝนการแก้ปัญหาที่ไม่หลากหลาย ซึ่งการที่จะเป็นผู้แก้ปัญหาที่ดีจะต้องได้รับประสบการณ์ที่หลากหลาย (สิริพร ทิพย์คง, 2545) สอดคล้องกับแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ทำได้โดยการสอนผ่านการแก้ปัญหา สอนให้แก้ปัญหา หรือสอนกระบวนการแก้ปัญหาที่น่าสนใจและมีความยากง่ายหลายระดับ ตลอดฝึกให้นักเรียนหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย (อัมพร ม้าคนอง, 2553)

สำหรับการดำเนินการตามแผน ซึ่งเป็นองค์ประกอบที่มีพัฒนาการน้อยที่สุด พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีพัฒนาการในด้านนี้ค่อนข้างน้อย โดยสามารถแสดงแนวคิดวิธีการในการดำเนินการได้ แต่ไม่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาจนได้คำตอบที่ถูกต้อง ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากนักเรียนขาดความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ของบางเนื้อหาที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา จึงที่ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้ถูกต้อง ทำให้พัฒนาการในการด้านการดำเนินการตามแผนของนักเรียนน้อย สอดคล้องกับที่ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2544) กล่าวว่า เมื่อพบปัญหาต้องทำความเข้าใจกับปัญหา ซึ่งต้องอาศัยองค์ความรู้เกี่ยวกับศัพท์ บทนิยาม มโนมติ และข้อเท็จจริงต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เนื่องจากปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความเชื่อมโยงกับความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ ผู้แก้ปัญหาต้องมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ที่ดีพอ และสามารถนำความรู้นั้นมาใช้ได้อย่างสอดคล้องกับสาระของปัญหาจึงจะสามารถแก้ปัญหาได้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ข้อเสนอแนะ

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำผลวิจัยไปใช้

1. ในการออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้ ครูผู้สอนควรศึกษาพื้นฐานความรู้ความเข้าใจในบริบทของนักเรียนอย่างถี่ถ้วน เพื่อให้สถานการณ์ที่นำเสนอแก่นักเรียนทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น ลดช่วงเวลาในการอธิบายเพื่อปูพื้นฐานบริบทใหม่ และยังเอื้อต่อการให้นักเรียนสามารถนำเสนอความคิดในประเด็นต่าง ๆ ที่หลากหลาย

2. การจัดการเรียนการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานี้ เน้นให้นักเรียนได้เรียนรู้มโนทัศน์ทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรผ่านกระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ อย่างไรก็ตาม การนำการจัดการเรียนรู้ไปใช้ต้องคำนึงถึงความสอดคล้องและความเหมาะสมกับธรรมชาติของเนื้อหา โดยเนื้อหาที่เหมาะสมกับการนำกระบวนการสร้างตัวแบบ

ทางคณิตศาสตร์ไปใช้นั้นต้องเป็นเนื้อหาที่สามารถประยุกต์การสอนให้สอดคล้องกับสถานการณ์ในชีวิตจริงได้

3. นักเรียนไม่คุ้นชินกับการเรียนรู้โดยใช้ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ในช่วงเริ่มต้น จึงทำให้นักเรียนมีส่วนร่วมน้อย ดังนั้นครูควรอธิบายแนวทางในการเรียนรู้ ประโยชน์ของวิธีการ หาวิธีสนับสนุนให้นักเรียนกล้าแสดงออกทางความคิด และลองผิดลองถูกในการตอบคำถาม โดยทำให้เห็นถึงโอกาสในการเรียนรู้จากข้อผิดพลาด

ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยครั้งต่อไป

1. ในระหว่างการศึกษา ผู้วิจัยสังเกตเห็นว่านักเรียนสามารถอธิบายความคิดของตนเองในระหว่างเรียนเกี่ยวกับแนวคิดพร้อมให้เหตุผลในการตอบคำถาม และพบว่ามีนักเรียนอธิบาย และแสดงเหตุผลได้ ด้วยเหตุนี้ผู้วิจัยจึงเห็นว่าควรมีการศึกษาเกี่ยวกับการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดการเรียนรู้นี้

2. ควรให้ระยะเวลาในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบคณิตศาสตร์อย่างต่อเนื่อง ซึ่งอาจส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเด่นชัดและดียิ่งขึ้น และเป็นการพัฒนาไปอย่างต่อเนื่อง

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

บรรณานุกรม

Asempapa, R. S. (2015). Mathematical Modeling: Essential for Elementary and Middle School Students. *Journal of Mathematical Education, 8*(1), 16-29. Retrieved from https://educationforatoz.com/images/Asempapa_2015-Spring_.pdf

Bitter, G. G., Edwards, N. T., & Hatfield, M. M. . (1989). *Mathematics Methods for the Elementary & Middle School: A Comprehensive Approach.*

: Allyn & Bacon.

Bliss, K. M., Fowler, K. R., & Galluzzo, B. J. (2014). *Math modeling: Getting started & Getting solutions*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM).

Chamberlin, S., & Moon, S. (2005). Model-Eliciting Activities as a Tool to Develop and Identify Creatively Gifted Mathematicians. *Journal of Secondary Gifted Education, 17*(1).

Cheng, A. K. (2001). Teaching mathematical modeling in Singapore schools. *The Mathematics Educator, 6*(1), 63-75.

Cheng, A. K. (2009). Mathematical problem solving yearbook 2009 association of mathematics educators. In *Mathematical Modelling and Real Life Problem Solving*. Singapore: World Scientific Publishing.

Common core state standards initiative (CCSSI). (n.d.). High School: Modeling. Retrieved from http://www.corestandards.org/Math/Content/HSM/

Consortium for Mathematics and Its Applications & Society for Industrial and Applied Mathematics (CMA & SIAM). (2019). Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education Retrieved from https://www.siam.org/Portals/0/Publications/Reports/GAIMME_2ED/GAIMME-2nd-ed-final-online-viewing-color.pdf?ver=2020-05-06-013912-660

D. D. Bock, N. Veracx, & W. V. Dooren. (2015). HOW STUDENTS CONNECT MATHEMATICAL MODELS TO DESCRIPTIONS OF REAL-WORLD SITUATIONS? Retrieved from www.nottingham.ac.uk/ICTMA17

E. Lisa. (2010). Raise the bar on problem solving. *Teaching children mathematics, 17*(3),

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

156 - 163.

Erbas, A., Kertil, M., Cetinkaya, B., Cakiroglu, E., Alacacı, C., & Baş Ader, S. (2014). Mathematical Modeling in Mathematics Education: Basic Concept and Approaches. *Educational Science: Theory & Practice 14*(4), 1621-1627.

Hernández, M. L., Levy, R., Felton-Koestler, M. D., & Zbiek, R. M. (2017). Mathematical modeling in the high school curriculum. *Mathematics teacher, 110(5).*

Hirsch, C. R., McDuffie, A. R., & National Council of Teachers of Mathematics. (2016). *Mathematical modeling and modeling mathematics*. Reson, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1992). *Reasoning and Problem Solving: A Handbook for Elementary School Teachers*: Allyn & Bacon.

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, Problem Solving, Cognition*: Worth Publishers.

Ministry of Education Singapore. (2019). MATHEMATICS SYLLABUS Secondary One to Four Normal (Technical) Cours. Retrieved from https://library.nie.edu.sg/sites/default/files/2020-01/2020-nt-maths_syllabus.pdf

Mumcu H. Y. (2016). Using Mathematics, Mathematical Applications, Mathematical Modeling, and Mathematical Literacy: A Theoretical Study. *Journal of Education and Practice, 7*(36), 80-96.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics* Reston, Va: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Priciples and Standards for School Mathematics*. Reston, Va.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2017). *The Common Core Mathematics Companion: The Standards Decoded, High School*: Corwin Publishers.

Pollak, H. O. (2012). Introduction What is mathematical modeling. In *Mathematical Modeling Handbook*. Bedford, MA: COMAD.

Polya, G. (1957). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. United States of America: Princeton University Press.

Stohlmann, M. S. (2017). Mathematical Modeling with Middle School Students: The Robot Art Model-Eliciting Activity. *European Journal of STEM Education, 2*(2).

Retrieved from https://www.researchgate.net/publication/319568262_Mathematical_Modeling_with_Middle_School_Students_The_Robot_Art_Model-Eliciting_Activity/citation/download

Swetz, F., & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum*. Reston, VA: The National Council of Teachers of Mathematics.

Usiskin, Z. (2015). Mathematical modeling. *Mathematics teaching in the middle school, 20(8),* 476 - 482.

กรมวิชาการ. (2545). คู่มือจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

กระทรวงศึกษาธิการ. (2552). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช *2551*. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์ชุมชนสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช. (2559). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์และการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. (ครุศาสตรดุษฎีบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

ทรงชัย อักษรคิด. (2555). การแก้ปัญหาและการตั้งปัญหาทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ ภาควิชาการศึกษา สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์.

ธัชพล พลรัตน์, รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์, & พิศุทธวรรณ ศรีภิรมย์ สิรินิลกุล. (2561). การศึกษาสภาพการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาสถานการณ์จริง เรื่องการประยุกต์ของแคลคูลัส ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย. *Humanities, Social Sciences, and Arts (September – October 2019) 12*(5). Retrieved from https://he02.tci-thaijo.org/index.php/Veridian-E-Journal/article/view/187826/150418

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2537). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.

ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2544). กิจกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์โดยใช้การแก้ปัญหาปลายเปิดสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ *1.* (วิทยานิพนธ์ดุษฎีบัณฑิต). มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ,

พงศธร มหาวิจิตร. (2559). จิตนิสัยทางคณิตศาสตร์. นิตยสาร สสวท., *201,* 20 - 23.

ยุพิน พิพิธกุล. (2542). การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

วิฬาร์ เลิศสมิตพร. (2558). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนว *Model-Eliciting Activities* ที่มีต่อความสามารถในการถ่ายโยงการเรียนรู้ และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ *2.* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). คณะครุศาสตร์ จุฬา

ลงกรมหาวิทยาลัย,

วีรพล เทพบรรหาร. (2560a). ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิด ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,

วีรพล เทพบรรหาร. (2560b). ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (ครุศาสตรมหาบัณฑิต). จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ.

ศิรัชชรินทร์ ยศสวรินทร์, รุ่งฟ้า จันท์จารุภรณ์, เสริมศรี ไทยแท้, & สุกัญญา หะยีสาและ. (2560). กิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างความสามารถในการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์เพื่อแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับพีชคณิตสำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4. วารสารวิทยาศาสตร์ มศว, *33*(1). Retrieved from http://ejournals.swu.ac.th/index.php/ssj/article/view/8944

สกล ตั้งเก้าสกุล. (2560). การพัฒนาชุดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการใช้บริบทเป็นฐานร่วมกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ *3.* (วิทยานิพนธ์มหาบัณฑิต). คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555a). ครูคณิตศาสตร์มืออาชีพเส้นทางสู่ความสำเร็จ. กรุงเทพฯ: สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555b). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: 3-คิว มีเดีย จำกัด.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555c). การวัดผลประเมินผลคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: ซีเอ็ดยูเคชั่น.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2562). การแถลงข่าวผลการประเมิน PISA 2018. Retrieved from https://drive.google.com/file/d/18DKqGcld1dN6lWF07TXG8YZsQOg-NlWZ/view

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ. (2560). ตัวชี้วัดและสาระการเรียนรู้แกนกลาง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. *2560)* ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช *2551*. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่ง

ประเทศไทย จำกัด.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

สุนีย์ คล้ายนิล. (2558). การศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนไทย : การพัฒนา - ผลกระทบ - ภาวะถดถอยในปัจจุบัน: สถานบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.).

สุรสาล ผาสุข. (2546). การศึกษาความสามารถแลพะการคิดเกี่ยวกับการใช้ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์และผลในด้านเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย. (ปริญญานิพนธ์ กศ.ด.). บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ, กรุงเทพฯ,

อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาการเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

อัมพร ม้าคนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ภาคผนวก ก
รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจคุณภาพเครื่องมือการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจคุณภาพเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความตรงเชิงเนื้อหา ความถูกต้องและระดับความยากง่ายของภาษาที่ใช้ พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีรายนามดังนี้

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วันดี เกษมสุขพิพัฒน์	อาจารย์สังกัดคณะศึกษาศาสตร์ สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย	อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้ คณิตศาสตร์ ระดับมัธยมศึกษา โรงเรียนสาธิตแห่ง มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา
3. ดร.พุดเตย ตาฬวัฒน์	นักวิชาการอาวุโส สาขาการวัดและ ประเมินผลระดับนานาชาติ สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์ และเทคโนโลยี (สสวท.)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก ข

หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ที่ อว ๖๔.๖/๕๑๑๒

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กทม. ๑๐๓๓๐

๒๑ กันยายน ๒๕๖๔

เรื่อง ขอทดลองใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนพนมไพรวิทยาคาร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายคณาธิป นรสิงห์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา” โดยมีผู้ช่วยศาสตรจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

การนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ ๓ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

คณะครุศาสตร์ กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิรัชกิจ ฝ่ายวิชาการ
เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: ๐๘๙-๗๐๙๖๑๓๖ ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ khananors@gmail.com

ที่ อว ๖๔.๖/๕๖๓๕

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กทม. ๑๐๓๓๐

๒๖ ตุลาคม ๒๕๖๔

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสุวรรณภูมิวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายคณาธิป นรสิงห์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา” โดยมีผู้ช่วยศาสตรจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

การนี้นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แผนการจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้การสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ และแบบสัมภาษณ์ ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้เก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

คณะครุศาสตร์ กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิรัชกิจ ฝ่ายวิชาการ
เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: ๐๘๙-๗๐๙๖๑๓๖ ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ khananors@gmail.com

ที่ อว ๖๔.๖/๔๙๒๑

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กทม. ๑๐๓๓๐

๘ กันยายน ๒๕๖๔

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ศูนย์วิจัยและพัฒนาการศึกษา

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายคณาธิป นรสิงห์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา” โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

การนี้จึงขอเชิญผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุนทรีย์ ปาลวัฒน์ชัย เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

คณะครุศาสตร์ กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิรัชกิจ ฝ่ายวิชาการ
เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: ๐๘๙-๗๐๙๖๑๓๖ ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ khananors@gmail.com

ที่ อว ๖๔.๖/๔๙๒๒

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กทม. ๑๐๓๓๐

๘ กันยายน ๒๕๖๔

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายคณาธิป นรสิงห์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา" โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

การนี้ จึงขอเชิญผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วันดี เกษมสุขพิพัฒน์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วันดี เกษมสุขพิพัฒน์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

คณะครุศาสตร์ กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิรัชกิจ ฝ่ายวิชาการ
เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: ๐๘๙-๗๐๙๖๑๓๖ ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ khananors@gmail.com

ที่ อว ๖๔.๖/๔๙๒๐

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กทม. ๑๐๓๓๐

๘ กันยายน ๒๕๖๔

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นายคณาธิป นรสิงห์ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง "กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์กับการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับมัธยมศึกษา" โดยมีผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จิณดิษฐ์ ละออปักษิณ เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา

การนี้จึงขอเชิญ ดร.พุดเตย ตาหวัฒน์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ดร.พุดเตย ตาหวัฒน์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัยดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป

ขอแสดงความนับถือ

(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย เสวกงาม)
รองคณบดี
ปฏิบัติการแทนคณบดี

คณะครุศาสตร์ กลุ่มภารกิจบริการการศึกษาระดับบัณฑิตศึกษาและวิรัชกิจ ฝ่ายวิชาการ
เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: ๐๘๙-๗๐๙๖๑๓๖ ไปรษณีย์อิเล็กทรอนิกส์ khananors@gmail.com

ภาคผนวก ค

คุณภาพของเครื่องมือและสถิติที่ใช้

ในการตรวจสอบคุณภาพของเครื่องมือ

1. คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

1. คุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการวิจัยนี้ได้มีการตรวจสอบคุณภาพของแบบวัดและได้ผลการตรวจสอบคุณภาพ ดังนี้

1.1 ความตรงต่อเนื้อหาและความเหมาะสมของภาษา

ผู้วิจัยวิเคราะห์ความตรงต่อเนื้อหา ความเหมาะสมของภาษาที่ใช้และความชัดเจนของข้อคำถาม โดยใช้ค่าดัชนีความสอดคล้อง (Index of Objective Congruenceหรือ IOC) ซึ่งผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาแต่ละฉบับเสนอต่อผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องของข้อคำถามกับคำจำกัดความที่ใช้ในการวิจัย และตรวจสอบความเหมาะสมของภาษาที่ใช้ โดยกำหนดระดับคะแนนดังนี้

คะแนน 1 หมายถึง สอดคล้อง

คะแนน 0 หมายถึง ไม่แน่ใจว่าสอดคล้องหรือไม่

คะแนน -1 หมายถึง ไม่สอดคล้อง

จากนั้นคำนวณหาค่าดัชนีความสอดคล้อง และปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้เชี่ยวชาญทั้ง 3 ท่าน โดยให้ข้อสอบแต่ละข้อมีดัชนีความสอดคล้องตั้งแต่ 0.5 ขึ้นไป ได้ผลการวิเคราะห์ ดังตาราง 16-19

ตาราง 19 ผลการประเมินคุณภาพ (IOC) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับก่อนเรียน

ปัญหาที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1

ตาราง 20 ผลการประเมินคุณภาพ (IOC) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 1

ปัญหาที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1

ตาราง 21 ผลการประเมินคุณภาพ (IOC) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 2

ปัญหาที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1

ตาราง 22 ผลการประเมินคุณภาพ (IOC) แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ปัญหาที่	ความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ			IOC
	ท่านที่ 1	ท่านที่ 2	ท่านที่ 3	
1	1	1	1	1
2	1	1	1	1
3	1	1	1	1
4	1	1	1	1

1.2 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัด

ผู้วิจัยนำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงตามคำแนะนำของผู้ทรงคุณวุฒิไปทดลองใช้กับนักเรียนที่มีลักษณะคล้ายกลุ่มตัวอย่างจำนวน 30 คน เพื่อวิเคราะห์ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัด มีผลการวิเคราะห์ดังตาราง 20-23

CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตาราง 23 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยง (α)
1	0.58	0.56	0.93
2	0.46	0.54	
3	0.55	0.65	
4	0.58	0.55	

ตาราง 24 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 1

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยง (α)
1	0.46	0.52	0.79
2	0.48	0.56	

ตาราง 25 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับระหว่างเรียนครั้งที่ 2

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยง (α)
1	0.49	0.63	0.91
2	0.44	0.50	

ตาราง 26 ค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังเรียน

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยง (α)
1	0.55	0.63	0.90
2	0.46	0.56	
3	0.49	0.68	
4	0.51	0.49	

2. สถิติที่ใช้ในการตรวจสอบคุณภาพของแบบวัด

2.1 ค่าดัชนีความสอดคล้อง

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC คือ ค่าดัชนีความสอดคล้อง

$\sum R$ คือ ผลรวมของคะแนนที่ได้จากการพิจารณาของผู้ทรงคุณวุฒิ

N คือ จำนวนผู้ทรงคุณวุฒิทั้งหมด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

2.2 ค่าความยากง่าย

$$p = \frac{S_u + S_i - (2NX_{max})}{2N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ p คือ ค่าความยากง่าย

S_u คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มสูง

S_i คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มต่ำ

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มต่ำหรือกลุ่มสูง

X_{max} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

และ X_{min} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

2.3 ค่าอำนาจจำแนก

$$r = \frac{S_u - S_i}{N(X_{max} - X_{min})}$$

เมื่อ r คือ ค่าอำนาจจำแนก

S_u คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มสูง

S_i คือ ผลรวมของคะแนนนักเรียนในกลุ่มต่ำ

N คือ จำนวนนักเรียนทั้งหมดในกลุ่มต่ำหรือกลุ่มสูง

X_{max} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้สูงสุด

และ X_{min} คือ คะแนนที่นักเรียนทำได้ต่ำสุด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก ง

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. แบบสัมภาษณ์ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ตัวอย่างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาที่ 1 นนท์ซื้อกล้องถ่ายรูปจากร้านค้าแห่งหนึ่งซึ่งมีการจัดการส่งเสริมการขายโดยลดลงเหลือ 75% ของราคาเดิม เขาจ่ายเงินไปทั้งหมด 25,359 บาท ซึ่งเป็นราคาที่รวมภาษีมูลเพิ่ม 7% แล้ว นนท์อยากทราบว่าเดิมกล้องถ่ายรูปตัวนี้เมื่อไม่รวมภาษีมูลค่าเพิ่มมีราคาเท่าใด

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. นนท์ต้องการแก้ปัญหาในประเด็นใด

.....

.....

.....

2. ในการตอบข้อสงสัยดังกล่าวมีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้างที่นนท์ต้องนำมาใช้

.....

.....

.....

.....

3. หากนนท์นำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ จะได้ความสัมพันธ์อะไรเกิดขึ้นมาบ้าง (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. นนท์จะสามารถนำความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้าง มาใช้ในการแก้ปัญหาที่เขาสงสัยและใช้อย่างไร

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง..... ไปใช้.....

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง..... ไปใช้.....

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง..... ไปใช้.....

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง..... ไปใช้.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5. นนท์ต้องการนำความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้หรือแนวคิดคณิตศาสตร์ที่ได้มาใช้วางแผนอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อให้เห็นถึงความเป็นไปได้ว่าจะพบข้อสรุปสำหรับข้อสงสัย ขั้นตอนคร่าว ๆ ในแผนของเขาควรเป็นอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. หลังจากที่นนท์เห็นถึงความเป็นไปได้จากแผนแล้ว เขาจึงดำเนินการทางคณิตศาสตร์ตามแผนที่ได้ระบุไว้เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่แท้จริงสำหรับข้อสงสัย การดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียดเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องของเขาเป็นอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

7. จากคำตอบที่ได้จากการดำเนินการ นนท์จะสรุปคำตอบนี้ให้กับข้อสงสัยของเขาอย่างไร

.....

.....

.....

.....

เฉลยแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ปัญหาที่ 1 นนท์ซื้อกล้องถ่ายรูปจากร้านค้าแห่งหนึ่งซึ่งมีการจัดการส่งเสริมการขายโดยลดลงเหลือ 75% ของราคาเดิม เขาจ่ายเงินไปทั้งหมด 25,359 บาท ซึ่งเป็นราคาที่รวมภาษีมูลเพิ่ม 7% แล้ว นนท์อยากทราบว่าเดิมกล้องถ่ายรูปตัวนี้เมื่อไม่รวมภาษีมูลค่าเพิ่มมีราคาเท่าใด

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนตอบคำถามแต่ละข้อต่อไปนี้

1. นนท์ต้องการแก้ปัญหาในประเด็นใด

.....

ราคาเดิมของกล้องถ่ายรูป

.....

.....

2. ในการตอบข้อสงสัยดังกล่าวมีข้อมูลหรือเงื่อนไขอะไรบ้างที่นนท์ต้องนำมาใช้

.....

1) สินค้าลดราคาเหลือ 75% ของราคาเดิม

.....

2) ต้องจ่ายภาษีมูลค่าเพิ่ม 7%

.....

.....

3. หากนนท์นำข้อมูลตามข้อ 1 และข้อ 2 มาสร้างเป็นความสัมพันธ์ จะได้ความสัมพันธ์อะไรเกิดขึ้นมาบ้าง (ความสัมพันธ์อาจอยู่ในรูปของข้อความ รูปภาพ หรือตาราง)

.....

75% ของราคาดั้งเดิม เท่ากับ ราคาขาย

.....

ราคาขาย รวมกับ 7%ของราคาขาย เท่ากับ ราคาที่ต้องจ่าย

.....

.....

.....

.....

4. นนท์จะสามารถนำความรู้หรือแนวคิดทางคณิตศาสตร์เรื่องใดบ้าง มาใช้ในการแก้ปัญหาที่เขาสงสัยและใช้อย่างไร

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง.....*ร้อยละ*..... ไปใช้.....*คิดราคา*.....

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง.....*สมการ*..... ไปใช้.....*การแก้สมการหาค่าของตัวแปรราคา*.....

นำความรู้หรือแนวคิดเรื่อง.....-..... ไปใช้.....-.....

5. นนท์ต้องการนำความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้หรือแนวคิดคณิตศาสตร์ที่ได้มาใช้วางแผนอย่างเป็นขั้นตอน เพื่อให้เห็นถึงความเป็นไปได้ว่าจะพบข้อสรุปสำหรับข้อสงสัย ขั้นตอนคร่าว ๆ ในแผนของเขาควรเป็นอย่างไร

1. กำหนดตัวแปร

2. หาราคา 75% ของราคาเดิม (ในรูปของตัวแปร x)

3. หาราคารวมภาษีมูลค่าเพิ่ม เทียบกับราคาที่จ่าย (สมการ)

4. แก้สมการ

6. หลังจากที่นนท์เห็นถึงความเป็นไปได้จากแผนแล้ว เขาจึงดำเนินการทางคณิตศาสตร์ตามแผนที่ได้ระบุไว้เพื่อให้ได้ข้อสรุปที่แท้จริงสำหรับข้อสงสัย การดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างละเอียดเพื่อให้ได้คำตอบที่ถูกต้องของเขาเป็นอย่างไร

กำหนดให้ x แทน ราคาเดิมของกล้องถ่ายรูป

พิจารณาราคาสินค้าที่จ่าย จะได้ $\frac{107}{100}\left(\frac{75}{100}\right)x = 25{,}359$

$$\frac{107}{100}\left(\frac{3}{4}\right)x = 25{,}359$$

$$\frac{321}{400}x = 25{,}359$$

$$x = \cancel{25{,}359}^{79}\left(\frac{400}{\cancel{321}}\right)_{1}$$

$$x = 31{,}600$$

7. จากคำตอบที่ได้จากการดำเนินการ นนท์จะสรุปคำตอบนี้ให้กับข้อสงสัยของเขาอย่างไร

.....

ตอบ *ราคาเดิมของกล้องถ่ายรูปเมื่อไม่รวมภาษีมูลค่าเพิ่ม คือ 31,600 บาท*

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แบบสัมภาษณ์การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

รหัส :	วัน/เดือน/ปี: ..... การสัมภาษณ์ครั้งที่ .....

องค์ประกอบที่ 1

แนวคำถาม:

- ถ้านักเรียนต้องสรุปปัญหานี้ออกมาเป็นคำพูดของตนเองให้กระชับ และให้คนอื่นเข้าใจเพื่อจะให้คนอื่นมาร่วมมือกับเราเพื่อแก้ปัญหานี้ด้วยกัน นักเรียนจะบอกข้อมูลอะไรบ้าง อย่างไร

.....

.....

องค์ประกอบที่ 2

แนวคำถาม:

- นักเรียนเล็งเห็นถึงประเด็นใดบ้าง จึงตัดสินใจเลือกใช้นิยาม ทฤษฎีบท กฎ สูตร ประโยคสัญลักษณ์ หรือวิธีการนี้ในการแก้ปัญหา

.....

.....

.....

.....

- นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าในการแก้ปัญหานี้ต้องใช้ข้อมูลใดบ้าง

.....

.....

.....

.....

องค์ประกอบที่ 3

แนวคำถาม:

- นักเรียนคิดว่าขั้นตอนแรกและพื้นฐานที่สุดในการหาคำตอบของปัญหานี้คืออะไร เพราะเหตุใดจึงคิดเช่นนั้น

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

- นักเรียนทราบได้อย่างไรว่าแนวทางที่วางแผนไว้จะนำไปสู่คำตอบที่ถูกต้อง ....
องค์ประกอบที่ 4 แนวคำถาม: - เกิดอุปสรรคอะไรขึ้นบ้าง ในระหว่างที่นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหานี้ .... - ระหว่างดำเนินการแก้ปัญหานี้ นักเรียนมีการปรับเปลี่ยนแผนหรือไม่ เพราะเหตุใด ....

หมายเหตุ ในการสัมภาษณ์จริงมีการปรับใช้ภาษาของคำถามให้เหมาะสมกับนักเรียน

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ภาคผนวก จ

ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

แผนการจัดการเรียนรู้โดยใช้กระบวนการสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 3

วิชา: คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เรื่อง การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

โดยวิธีการกำจัดตัวแปร (Elimination method)

ผู้สอน คณาธิป นรสิงห์ เวลา 50 นาที

---

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการและอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

1.2 ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม. 3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. สาระการเรียนรู้แกนกลาง สาระสำคัญ และสาระการเรียนรู้

2.1 สาระการเรียนรู้แกนกลาง

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2.2 สาระสำคัญ

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปร (Elimination method)

ทำได้โดยการทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งให้เป็นจำนวนตรงข้ามหรือเป็นจำนวนที่เท่ากัน จากนั้นจึงนำจำนวนที่อยู่ข้างเดียวกันของเครื่องหมายเท่ากับของสมการทั้งสองมาบวกหรือลบกัน เพื่อให้ได้สมการใหม่ที่เหลือตัวแปรเพียงตัวเดียว แล้วจึงแก้สมการนี้เพื่อให้ได้ค่าของตัวแปรนั้น หลังจากนั้นจึงนำค่าของตัวแปรที่ได้นี้ไปแทนในสมการที่เหมาะสม เพื่อให้ได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่งที่เหลือ แล้วสรุปเป็นคำตอบของระบบสมการ

2.3 สาระการเรียนรู้

ตัวอย่างที่ 1 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$3x + 2y = 114$

$3x + 4y = 156$

วิธีทำ $3x + 2y = 114$ _____ (1)

$3x + 4y = 156$ _____ (2)

(2) – (1) ; $(3x + 4y) - (3x + 2y) = 156 - 114$

$2y = 42$

$y = 21$

แทน y ด้วย 21 ในสมการ (1) จะได้

$3x + 2(21) = 114$

$3x + 42 = 114$

$3x = 72$

$x = 24$

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบ คือ (24, 21)

ตัวอย่างที่ 2 จงแก้ระบบสมการต่อไปนี้

$5x + 3y = 71$

$5x - 3y = 29$

วิธีที่ 1 กำจัดตัวแปร x

$5x + 3y = 71$ _____ (1)

$5x - 3y = 29$ _____ (2)

(1) - (2) ; $(5x + 3y) - (5x - 3y) = 71 - 29$

$6y = 42$

$y = 7$

แทน y ด้วย 7 ในสมการ (1) จะได้

$5x + 3(7) = 71$

$5x + 21 = 71$

$5x = 50$

$x = 10$

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบ คือ (10, 7)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

วิธีที่ 2 กำจัดตัวแปร y

$5x + 3y = 71$ _____ (1)

$5x - 3y = 29$ _____ (2)

(1) + (2) ; $(5x + 3y) + (5x - 3y) = 71 + 29$

$10x = 100$

$x = 10$

แทน x ด้วย 10 ในสมการ (1) จะได้

$5(10) + 3y = 71$

$50 + 3y = 71$

$3y = 21$

$y = 7$

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบ คือ (10, 7)

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

3.1 ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. บอกขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร

3.2 ด้านทักษะและกระบวนการ: นักเรียนสามารถ

1. แก้ระบบสมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปร
2. สื่อสารและนำเสนอแนวคิดในการแก้ระบบสมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปร

CHULALONGKORN UNIVERSITY

3.3 ด้านคุณลักษณะ: นักเรียน

1. มีส่วนร่วมในการเรียนรู้
2. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นเรียนรู้ปัญหา

1. ครูให้นักเรียนทบทวนความรู้เกี่ยวกับการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยการเขียนกราฟ พร้อมทั้งอภิปรายถึงข้อจำกัดของวิธีการดังกล่าว ดังนี้

1.1 ครูยกตัวอย่างระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ดังนี้

$8x - 5y = 1$

$2x + 10y = 7$

1.2 ครูและนักเรียนร่วมกันเขียนกราฟของสมการทั้งสองโดยใช้แกนคู่เดียวกันขึ้นบนกระดาน จากนั้นสุ่มนักเรียน 5 คน ให้บอกคำตอบของระบบสมการจากจุดตัดกราฟ (คำตอบ คือ $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{5}\right)$)

1.3 ครูตั้งประเด็นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า “นักเรียนแต่ละคนอาจจะได้คำตอบจากการอ่านกราฟไม่เท่ากันเพราะเหตุใด” โดยครูอาจอธิบายเพิ่มเติมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปว่า มีบางระบบสมการที่นำไปเขียนกราฟแล้วได้พิกัดของจุดตัดไม่ชัดเจน ซึ่งจะทำให้อ่านพิกัดของจุดตัดคลาดเคลื่อนได้ จากนั้นครูจึงชี้ประเด็นว่านักเรียนจึงต้องเรียนรู้การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วยวิธีการอื่น ๆ

2. ครูชวนนักเรียนสนทนาเกี่ยวกับการกินผลไม้ชนิดต่าง ๆ เพื่อนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถามต่อไปนี้

- นักเรียนชอบกินผลไม้ชนิดใดบ้าง
- นักเรียนคิดว่าผลไม้มีประโยชน์อย่างไร
- นักเรียนเคยสังเกตหรือไม่ว่าในห้างสรรพสินค้าบอกราคาผลไม้ไว้อย่างไร (แนวคำตอบ ราคาต่อผล และราคาต่อกิโลกรัม)

3. ครูนำเสนอสถานการณ์ ดังนี้

เต้เป็นคนชอบกินผลไม้ โดยผลไม้ที่เต้มักจะกินเป็นประจำ คือ ส้ม และแอปเปิล ช่วงสัปดาห์นี้ส้มแมนดารินและแอปเปิลเอนวีราคาถูกกว่าปกติ เต้จึงซื้อมากินบ่อย ๆ โดยเต้จำราคาของผลไม้ทั้ง 2 ชนิดไม่ได้ แต่ทราบจำนวนเงินที่จ่าย ดังนี้
เมื่อวานนี้เต้ซื้อส้มแมนดาริน 3 ผล และแอปเปิลเอนวี 2 ผล รวมเป็นเงิน 114 บาท
และวันนี้เต้ซื้อส้มแมนดาริน 3 ผล และแอปเปิลเอนวี 4 ผล รวมเป็นเงิน 156 บาท

3.1 ครูตั้งประเด็นปัญหาจากสถานการณ์ ดังนี้ “ถ้าเต้ต้องการซื้อส้มแมนดาริน 5 ผล และแอปเปิลเอนวี 4 ผล จะต้องจ่ายเงินกี่บาท” จากนั้นตั้งคำถามย่อยเพื่อระบุข้อมูลที่จำเป็นในการตอบประเด็นปัญหา

- นักเรียนต้องทราบอะไรบ้างจึงจะสามารถตอบประเด็นปัญหาได้ (ราคาต่อผลของส้มแมนดาริน และราคาต่อผลของแอปเปิลเอนวี)

3.2 ครูตั้งคำถามเพื่อนำไปสู่การสร้างข้อตกลงเบื้องต้น ดังนี้

- เราทราบหรือไม่ว่าห้างสรรพสินค้าขายผลไม้แต่ละชนิดอย่างไร เช่น ขายเป็นผล ขายเป็นแพ็ค หรือขายเป็นกิโลกรัม (ไม่ทราบ)

- ถ้าห้างสรรพสินค้าขายผลไม้เป็นผล แล้วผลไม้แต่ละผลราคาเท่ากันหรือไม่ (ราคาอาจจะเท่ากัน ถ้าทั้ง 2 วันตั้งราคาขายเท่ากัน)

- ถ้าห้างสรรพสินค้าขายส้มเป็นกิโลกรัม แล้วส้มแต่ละผลราคาเท่ากันหรือไม่ อย่างไร (ส้มแต่ละผลอาจจะมีราคาไม่เท่ากัน ขึ้นอยู่กับน้ำหนักของส้มผลนั้น)

- ถ้าห้างสรรพสินค้าขายแอปเปิลเป็นแพ็ค แล้วแอปเปิลแต่ละผลราคาเท่ากันหรือไม่ (แอปเปิลแต่ละผลอาจจะมีราคาไม่เท่ากัน)

3.3 ครูตั้งประเด็นให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่า “ควรกำหนดข้อตกลงเบื้องต้นอย่างไร จึงจะสะดวกต่อการคำนวณหาราคาของผลไม้ทั้งสองชนิด” โดยครูชี้แนะเพิ่มเติมเพื่อให้ได้ข้อสรุปว่าควรกำหนดข้อตกลงเบื้องต้น คือ 1) ส้มแต่ละผลราคาเท่ากัน และ 2) แอปเปิลแต่ละผลราคาเท่ากัน

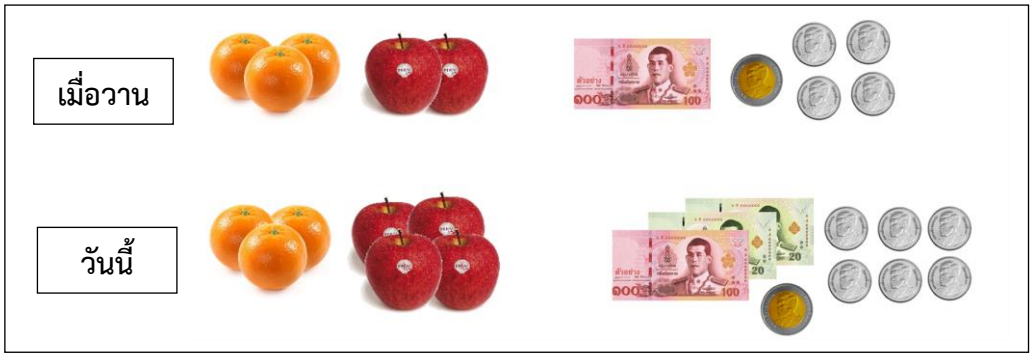
ขั้นสร้างตัวแบบ

4. ครูแบ่งนักเรียนเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4-5 คน แล้วแจกใบกิจกรรมและชุดแผ่นภาพ เพื่อให้นักเรียนระดมความคิดสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์หรือตัวแทนของสถานการณ์จากชุดแผ่นภาพที่กำหนดให้ แล้วบันทึกลงในใบกิจกรรม ระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมครูเดินสำรวจและให้คำแนะนำ

4.1 ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดเพื่อตรวจสอบความเข้าใจเกี่ยวกับตัวแบบทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นตัวแทนของสถานการณ์ ดังนี้

- แผ่นภาพผลไม้แต่ละผลใช้นำเสนอหรือเป็นตัวแทนของสิ่งใดในสถานการณ์นี้ (แผ่นภาพผลไม้แทนราคาของผลไม้แต่ละผล)

4.2 ครูติดแผ่นภาพบนกระดานเพื่อนำเสนอตัวแทนของสถานการณ์ปัญหา หลังจากที่สังเกตว่านักเรียนส่วนใหญ่นำเสนอตัวแทนของสถานการณ์จากชุดแผ่นภาพเรียบร้อยแล้ว ดังภาพ



ขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์

5. ครูจะเดินสังเกตในระหว่างที่นักเรียนดำเนินกิจกรรมกลุ่ม หากกลุ่มใดต้องการความช่วยเหลือ ครูอาจใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดเพื่อนำไปสู่วิธีการหาคำตอบ ดังนี้

- เมื่อวานและวันนี้เต้ซื้อผลไม้แต่ละชนิดจำนวนเท่ากันหรือไม่ อย่างไร (ซื้อส้มจำนวนเท่ากันและซื้อแอปเปิลจำนวนเท่ากัน)
- วันใดที่ซื้อแอปเปิลมากกว่ากัน และมากกว่ากันกี่ผล (วันนี้ซื้อแอปเปิลมากกว่าเมื่อวาน 2 ผล)
- วันใดที่จ่ายเงินมากกว่ากัน และมากกว่ากันกี่บาท (วันนี้จ่ายเงินมากกว่าเมื่อวาน 42 บาท)
- ถ้าหากเปรียบเทียบจำนวนผลไม้ที่ซื้อทั้งสองวัน แล้วเงิน 42 บาทเป็นราคาของผลไม้ชนิดใดและกี่ผล (ราคาแอปเปิล 2 ผล)
- แอปเปิลราคาผลละเท่าไร มีวิธีคิดอย่างไร (แอปเปิลราคาผลละ 42 ÷ 2 = 21 บาท)
- ถ้าทราบราคาของแอปเปิล แล้วจะหาราคาของส้มได้อย่างไร (ตัวอย่างคำตอบ : หักราคาแอปเปิล 2 ผลออกจากเงินจ่ายเมื่อวาน 114 บาท จะได้ราคาของส้ม 3 ผลรวมกันเท่ากับ 72 บาท จากนั้นหารด้วย 3 จะได้ราคาของผลแต่ละผล เท่ากับ 24 บาท)

ขั้นตรวจสอบและรายงานผล

6. ครูสุ่มนักเรียน 1 กลุ่มให้นำเสนอแนวคิดในการหาคำตอบ และให้กลุ่มอื่น ๆ แลกเปลี่ยนแนวคิดในการหาคำตอบที่แตกต่างกัน (ถ้ามี) จากนั้นครูและนักเรียนร่วมกันสรุปแนวคิดที่ได้จากการทำกิจกรรม

6.1 ครูตั้งคำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิด ดังนี้

- สถานการณ์นี้มีจำนวนที่ยังไม่ทราบและต้องการหาอะไรบ้าง (ราคาส้ม และราคาแอปเปิล)
- วิธีการที่สำคัญในการหาคำตอบของปัญหาคืออะไร (การเปรียบเทียบจำนวนผลไม้แต่ละชนิด และจำนวนเงินที่จ่าย)

6.2 ครูอธิบายเพิ่มเติมเพื่อนำไปสู่ข้อสรุปจากการทำกิจกรรม ดังนี้

- การเปรียบเทียบจำนวนผลไม้แต่ละชนิดที่ซื้อและจำนวนเงินที่จ่ายของเมื่อวานกับวันนี้ทำให้สามารถหาราคาของแอปเปิลได้ เพราะทำให้ทราบข้อมูลใหม่ว่าแอปเปิล 2 ผล ราคา 42 บาท ซึ่งเหลือจำนวนที่ยังไม่ทราบเพียงจำนวนเดียว คือ ราคาของแอปเปิล จากนั้นจึงสามารถเฉลี่ยราคาต่อผลได้

- การนำราคาของแอปเปิลไปหักออกจากจำนวนเงินที่จ่ายจะทำให้ทราบข้อมูลใหม่ ซึ่งเหลือจำนวนที่ยังไม่ทราบเพียงจำนวนเดียว คือ ราคาของส้ม จากนั้นสามารถเฉลี่ยราคาต่อผลได้เช่นกัน

6.3 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุป ดังนี้ การหาจำนวนที่ไม่ทราบค่า 2 จำนวนจากสถานการณ์เช่นนี้ ทำได้โดยใช้การเปรียบเทียบความสัมพันธ์เพื่อตัดจำนวนหนึ่งออกไปก่อน ซึ่งจะได้ความสัมพันธ์ใหม่ที่มีจำนวนที่ไม่ทราบค่าเพียงจำนวนเดียว เมื่อหาค่าของจำนวนนั้นได้ก็จะสามารถนำไปใช้หาค่าของอีกจำนวนหนึ่งได้

7. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบาย

7.1 ครูเขียนระบบสมการขึ้นบนกระดาน ดังนี้

$3x + 2y = 114$ _____ (1)

$3x + 4y = 156$ _____ (2)

7.2 ครูใช้คำถามและอธิบาย ดังนี้

- ข้างซ้ายของสมการ (1) และ (2) มีอะไรที่แตกต่างกันบ้าง (สัมประสิทธิ์ของตัวแปร y)

- สัมประสิทธิ์ของตัวแปร y ต่างกันเท่าไร และทราบได้อย่างไร ($4y - 2y = 2y$ ทำให้ทราบว่าสัมประสิทธิ์ของตัวแปร y ต่างกัน 2)

- จำนวนที่อยู่ข้างขวาของสมการต่างกันเท่าไร ($156 - 114 = 42$)

- ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าการเปรียบเทียบสมการ (1) และ (2) ทำได้โดย (2) – (1) ซึ่งหมายถึงนำจำนวนที่อยู่ข้างเดียวกันของเครื่องหมายเท่ากับของสมการ (2) และ (1) มาลบกัน ซึ่งจะได้สมการใหม่ที่มี y เป็นตัวแปรเพียงตัวเดียว ดังนี้

(2) – (1) ; $(3x + 4y) - (3x + 2y) = 156 - 114$

$2y = 42$

- ครูอธิบายเพื่อเชื่อมโยงให้เห็นแนวคิดว่า การนำสมการ (2) และ (1) มาลบกัน เพื่อกำจัดตัวแปร x ออกไปก่อน เรียกว่า “การกำจัดตัวแปร” คล้ายกับแนวคิดการเปรียบเทียบจำนวนผลไม้และจำนวนเงินที่จ่ายของสถานการณ์ที่ผ่านมา เพื่อตัดจำนวนหนึ่งที่ยังไม่ทราบค่าออกไปก่อน

- สมการ $2y = 42$ เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวใช่หรือไม่ (ใช่)

- หาคำตอบของสมการ $2y = 42$ ได้อย่างไร และได้คำตอบคือเท่าไร (นำ $\frac{1}{2}$ คูณทั้ง 2 ข้างของสมการ จะได้คำตอบ คือ 21)

- ถ้าแทนค่า y ด้วย 21 ลงในสมการ (1) จะได้สมการใหม่เป็นอย่างไร (จะได้สมการ $3x + 42 = 114$ ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

- สามารถแก้สมการหาค่า x ได้เท่าไร (x เท่ากับ 24)

7.3 ครูตั้งคำถามเพื่อให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ว่า การแทนค่า y ด้วย 21 แล้วแก้สมการเพื่อหาค่าของ x คล้ายกับขั้นตอนใดในการหาราคาผลไม้ของสถานการณ์ที่ผ่านมา (คล้ายกับการนำราคาของแอปเปิลไปหักออกจากจำนวนเงินที่ต้องจ่าย เพื่อหาราคาของส้ม)

7.4 ครูสุ่มนักเรียน 1 คน ให้แทนค่า y ด้วย 21 ในสมการ (2) พร้อมทั้งแก้สมการเพื่อหาค่า x แล้วเปรียบเทียบคำตอบที่ได้กับคำตอบก่อนหน้า

7.5 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่าในการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ถ้าทราบค่าของตัวแปรหนึ่ง แล้วสามารถนำมาแทนค่าในสมการใดก็ได้ โดยสมการใหม่ที่ได้จะเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งสามารถแก้สมการเพื่อหาค่าของตัวแปรที่เหลือได้

7.6 ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปคำตอบของระบบสมการ จากนั้นสรุปขั้นตอนการหาคำตอบของระบบสมการในตัวอย่างที่ 1 ดังนี้

- นำสมการ (2) และ (1) มาลบกัน เพื่อกำจัดตัวแปร x และได้สมการใหม่ที่มี y เป็นตัวแปรเพียงตัวเดียว

- แก้สมการใหม่ ซึ่งเป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเพื่อหาค่า y

- แทนค่า y ในสมการ (1) หรือ (2) ซึ่งจะได้สมการใหม่เป็นสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

- แก้สมการเพื่อหาค่า x

ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า ในการกำจัดตัวแปรนอกจากจะทำได้โดยการนำทั้ง 2 สมการมาลบกันแล้ว นักเรียนยังสามารถนำมาบวกกันได้ด้วย ซึ่งจะได้เรียนรู้ในตัวอย่างถัดไป

8. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนร่วมกันทำและครูเป็นผู้ชี้แนะโดยใช้คำถามกระตุ้นการคิด

8.1 ครูเขียนระบบสมการขึ้นบนกระดาน ดังนี้

$5x + 3y = 71$ _____ (1)

$5x - 3y = 29$ _____ (2)

8.2 ครูใช้การถาม-ตอบประกอบการอธิบายวิธีการกำจัดตัวแปร x และ y ดังนี้

- สัมประสิทธิ์ของตัวแปร x ในสมการ (1) และ (2) เท่ากันหรือไม่ (เท่ากัน)

- สัมประสิทธิ์ของตัวแปร y ในสมการ (1) และ (2) เท่ากันหรือไม่และสัมพันธ์กันอย่างไร (ไม่เท่ากัน และเป็นจำนวนตรงข้ามกันหรืออินเวอร์สการบวก)

- การนำ (1) – (2) สามารถกำจัดตัวแปรใดได้ (ตัวแปร x)

- การนำ (1) + (2) สามารถกำจัดตัวแปรใดได้ (ตัวแปร y)

- ทราบได้อย่างไรว่าจะต้องนำสมการมาบวกหรือลบกันเพื่อกำจัดตัวแปร (ถ้าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเท่ากัน แล้วสามารถกำจัดตัวแปรได้โดยนำสมการมาลบกัน และถ้าสัมประสิทธิ์ของตัวแปรเป็นจำนวนตรงข้ามกัน แล้วสามารถกำจัดตัวแปรได้โดยนำสมการมาบวกกัน)

8.3 ครูแบ่งนักเรียนเป็น 2 กลุ่ม แล้วมอบหมายให้กลุ่มแรกหาคำตอบระบบสมการโดยกำจัดตัวแปร x และกลุ่มที่ 2 หาคำตอบระบบสมการโดยกำจัดตัวแปร y จากนั้นครูเดินสำรวจและให้คำแนะนำในระหว่างที่นักเรียนกำลังหาคำตอบด้วยตนเอง

8.4 ครูสุ่มนักเรียนกลุ่มละ 1 คน ให้นำเสนอวิธีการหาคำตอบตามที่ได้รับมอบหมาย และเขียนแสดงวิธีทำบนกระดาน จากนั้นร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

8.5 ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า การหาคำตอบของระบบสมการที่นักเรียนได้เรียนรู้ในคาบเรียนนี้เรียกว่า “วิธีการกำจัดตัวแปร (elimination method)” สำหรับในคาบเรียนนี้นักเรียนได้เรียนรู้การหาคำตอบของระบบสมการที่สามารถกำจัดตัวแปรได้โดยการนำสมการมาบวกหรือลบกัน ซึ่งการกำจัดตัวแปรยังมีวิธีการอื่นที่แตกต่างกันไปตามลักษณะของระบบสมการ และนักเรียนจะได้เรียนรู้เพิ่มเติมในคาบเรียนถัดไป

9. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2 ข้อเป็นการบ้าน ดังนี้

จงหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรต่อไปนี้โดยวิธีการกำจัดตัวแปร

1) $3x - 4y = 0$
$3x + 4y = -24$

2) $x + y = \frac{1}{2}$
$x - 3y = \frac{1}{6}$

10. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปขั้นตอนการหาคำตอบของระบบสมการด้วยวิธีการกำจัดตัวแปร ดังนี้

การหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร โดยวิธีการกำจัดตัวแปร (Elimination method) ทำได้โดยการทำสัมประสิทธิ์ของตัวแปรตัวใดตัวหนึ่งให้เป็นจำนวนตรงข้ามหรือเป็นจำนวนที่เท่ากัน จากนั้นจึงนำจำนวนที่อยู่ข้างเดียวกันของเครื่องหมายเท่ากับของสมการทั้งสองมาบวกหรือลบกัน เพื่อให้ได้สมการใหม่ที่เหลือตัวแปรเพียงตัวเดียว แล้วจึงแก้สมการนี้เพื่อให้ได้ค่าของตัวแปรนั้น หลังจากนั้นจึงนำค่าของตัวแปรที่ได้นี้ไปแทนในสมการที่เหมาะสม เพื่อให้ได้ค่าของตัวแปรอีกตัวหนึ่งที่เหลือ แล้วสรุปเป็นคำตอบของระบบสมการ

5. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

5.1 ใบกิจกรรม

5.2 ชุดแผ่นภาพประกอบการทำกิจกรรมกลุ่ม กลุ่มละทั้งหมด 40 แผ่น ประกอบด้วย

- แผ่นภาพส้ม จำนวน 10 แผ่น
- แผ่นภาพแอปเปิล จำนวน 10 แผ่น
- แผ่นภาพธนบัตร 100 บาท จำนวน 2 แผ่น
- แผ่นธนบัตร 20 บาท จำนวน 4 แผ่น
- แผ่นภาพเหรียญ 10 บาท จำนวน 2 แผ่น
- แผ่นภาพเหรียญ 1 บาท จำนวน 12 แผ่น

6. การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	วิธีการวัดผล	เกณฑ์การประเมิน	ผลการประเมิน
ด้านความรู้: นักเรียนสามารถบอกขั้นตอนการแก้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรโดยวิธีการกำจัดตัวแปร	การถามตอบ	ผ่าน : ตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 70 ขึ้นไป ไม่ผ่าน : ตอบคำถามได้ถูกต้องน้อยกว่าร้อยละ 70	
ด้านทักษะและกระบวนการ: นักเรียนสามารถ 1. แก้ระบบสมการโดยวิธีการกำจัดตัวแปร	มอบหมายแบบฝึกหัด	ผ่าน : ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้อง 1-2 ข้อ ไม่ผ่าน : ทำแบบฝึกหัดไม่ถูกต้องทุกข้อ หรือไม่ทำ	
2. สื่อสารและนำเสนอแนวคิดการแก้ระบบสมการโดยวิธีการกำจัด ตัวแปร	การถามตอบ	ผ่าน : สามารถสื่อสารหรือนำเสนอแนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้ ไม่ผ่าน : ไม่สามารถสื่อสารหรือนำเสนอแนวคิดให้ผู้อื่นเข้าใจได้	
ด้านคุณลักษณะ: นักเรียน 1. มีส่วนร่วมในการเรียนรู้	การสังเกตพฤติกรรม	รายการพฤติกรรมที่ประเมิน 1) ตอบคำถาม 2) ตั้งคำถาม 3) มีส่วนร่วมในการอภิปราย ผ่าน : แสดงพฤติกรรมอย่างน้อย 1 รายการ	

CHULALONGKORN UNIVERSITY

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	วิธีการวัดผล	เกณฑ์การประเมิน	ผลการประเมิน
		ไม่ผ่าน : ไม่แสดงพฤติกรรมทุกรายการ	
2. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย	การสังเกตพฤติกรรม	รายการพฤติกรรมที่ประเมิน 1) ส่งงานตรงเวลา 2) ทำงานครบถ้วน ผ่าน : แสดงพฤติกรรมทุกรายการ ไม่ผ่าน : ไม่แสดงพฤติกรรมอย่างน้อย 1 รายการ	

7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

ใบกิจกรรม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม 1) ..... 2) .....

3) ..... 4) ..... 5) .....

1. อุปกรณ์ที่ใช้ในการทำกิจกรรม คือ ชุดแผ่นภาพซึ่งเป็นแผ่นกระดาษทั้งหมด 40 แผ่น ประกอบด้วย

1) แผ่นภาพส้ม จำนวน 10 แผ่น 2) แผ่นภาพแอปเปิล จำนวน 10 แผ่น

3) แผ่นภาพธนบัตร 100 บาท จำนวน 2 แผ่น 4) แผ่นธนบัตร 20 บาท จำนวน 4 แผ่น

5) แผ่นภาพเหรียญ 10 บาท จำนวน 2 แผ่น 6) แผ่นภาพเหรียญ 1 บาท จำนวน 12 แผ่น

2. คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้แผนภาพนำเสนอสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ แล้วหาคำตอบ พร้อมทั้งบอกขั้นตอนและเขียนภาพประกอบ

เต้เป็นคนชอบกินผลไม้ โดยผลไม้ที่เต้มักจะกินเป็นประจำ คือ ส้ม และแอปเปิล ช่วงสัปดาห์นี้ส้มแมนดารินและแอปเปิลเอนวีราคาถูกกว่าปกติ เต้จึงซื้อมากินบ่อย ๆ โดยเต้จำราคาของผลไม้ทั้ง 2 ชนิดไม่ได้ แต่ทราบจำนวนเงินที่จ่าย ดังนี้ เมื่อวานนี้เต้ซื้อส้มแมนดาริน 3 ผล และแอปเปิลเอนวี 2 ผล รวมเป็นเงิน 114 บาท และวันนี้เต้ซื้อส้มแมนดาริน 3 ผล และแอปเปิลเอนวี 4 ผล รวมเป็นเงิน 156 บาท

ขั้นที่ 1 นำเสนอภาพของสถานการณ์ข้างต้น

ขั้นที่ 2 .....

ขั้นที่ 3 .....

ขั้นที่ 4 .....

ขั้นที่ 5 .....

ผลไม้แต่ละชนิดมีราคา ดังนี้ 1) แอปเปิลเอนวี ราคาผลละ ..... บาท

และ 2) ส้มแมนดาริน ราคาผลละ .....บาท

ดังนั้น ถ้าเต้ต้องการซื้อส้มแมนดาริน 5 ผล และแอปเปิลเอนวี 4 ผล

แล้วจะต้องจ่ายเงิน ..... บาท

เฉลยใบกิจกรรม

รายชื่อสมาชิกในกลุ่ม 1) ..... 2) .....

3) ..... 4) ..... 5) .....

1. อุปกรณ์ที่ใช้ในการทำกิจกรรม คือ ชุดแผ่นภาพซึ่งเป็นแผ่นกระดาษทั้งหมด 40 แผ่น ประกอบด้วย

1) แผ่นภาพส้ม จำนวน 10 แผ่น 2) แผ่นภาพแอปเปิล จำนวน 10 แผ่น

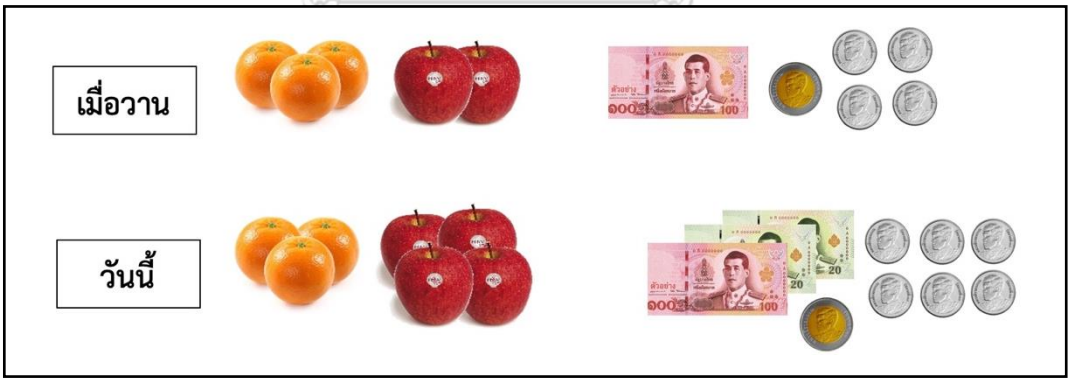
3) แผ่นภาพธนบัตร 100 บาท จำนวน 2 แผ่น 4) แผ่นธนบัตร 20 บาท จำนวน 4 แผ่น

5) แผ่นภาพเหรียญ 10 บาท จำนวน 2 แผ่น 6) แผ่นภาพเหรียญ 1 บาท จำนวน 12 แผ่น

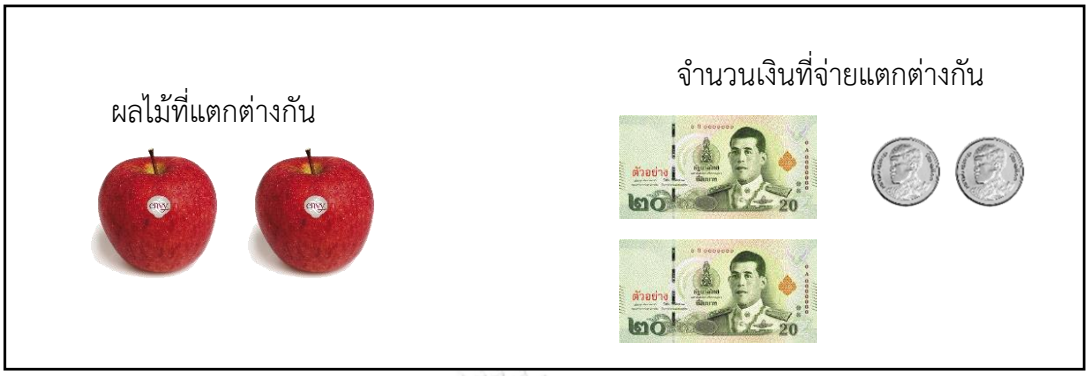
2. คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้แผนภาพนำเสนอสถานการณ์ที่กำหนดให้ต่อไปนี้ แล้วหาคำตอบ พร้อมทั้งบอกขั้นตอนและเขียนภาพประกอบ

> เต้เป็นคนชอบกินผลไม้ โดยผลไม้ที่เต้มักจะกินเป็นประจำ คือ ส้ม และแอปเปิล ช่วงสัปดาห์นี้ส้มแมนดารินและแอปเปิลเอนวีราคาถูกกว่าปกติ เต้จึงซื้อมากินบ่อย ๆ โดยเต้จำราคาของผลไม้ทั้ง 2 ชนิดไม่ได้ แต่ทราบจำนวนเงินที่จ่าย ดังนี้
> เมื่อวานนี้เต้ซื้อส้มแมนดาริน 3 ผล และแอปเปิลเอนวี 2 ผล รวมเป็นเงิน 114 บาท
> และวันนี้เต้ซื้อส้มแมนดาริน 3 ผล และแอปเปิลเอนวี 4 ผล รวมเป็นเงิน 156 บาท

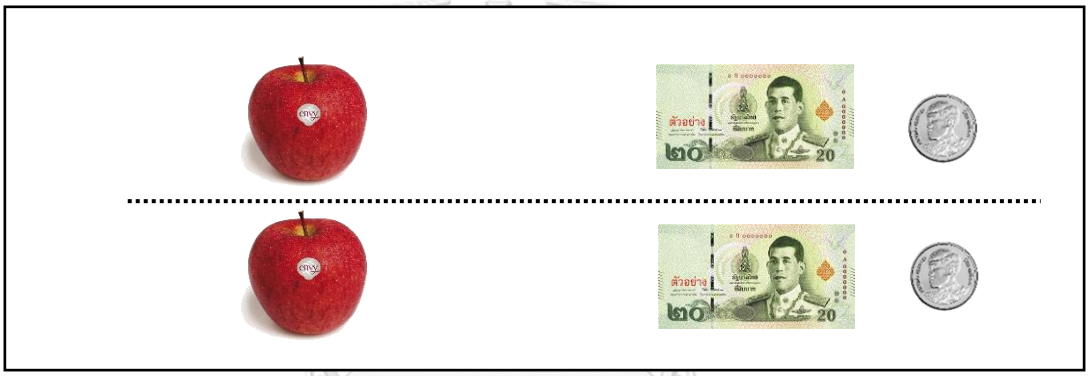
ขั้นที่ 1 นำเสนอภาพของสถานการณ์ข้างต้น



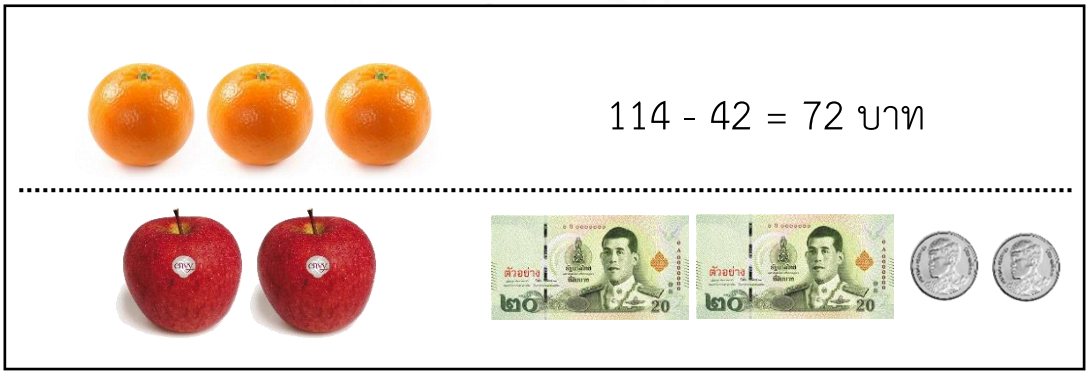
ขั้นที่ 2 เปรียบเทียบผลไม้แต่ละชนิดและจำนวนเงินที่จ่ายของเมื่อวานและวันนี้



ขั้นที่ 3 หาราคาแอปเปิลเฉลี่ยต่อผล



ขั้นที่ 4 นำราคาแอปเปิลไปหักออกจากจำนวนเงินที่จ่ายเมื่อวาน



ขั้นที่ 5 .....หาราคาส้มเฉลี่ยต่อผล.....

72 ÷ 3 = 24 บาท

ผลไม้แต่ละชนิดมีราคา ดังนี้ 1) แอปเปิลเอนวี ราคาผลละ .....21..... บาท

และ 2) ส้มแมนดาริน ราคาผลละ .....24.....บาท

ดังนั้น ถ้าเต้ต้องการซื้อส้มแมนดาริน 5 ผล และแอปเปิลเอนวี 4 ผล

แล้วจะต้องจ่ายเงิน .....204..... บาท

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 7

วิชา: คณิตศาสตร์พื้นฐาน ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาโดยใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

ผู้สอน คณาธิป นรสิงห์ เวลา 50 นาที

---

1. มาตรฐานการเรียนรู้/ตัวชี้วัด

1.1 มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 1.3 ใช้นิพจน์ สมการและอสมการ อธิบายความสัมพันธ์หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

1.2 ตัวชี้วัด

ค 1.3 ม. 3 ประยุกต์ใช้ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. สาระการเรียนรู้แกนกลาง สาระสำคัญ และสาระการเรียนรู้

2.1 สาระการเรียนรู้แกนกลาง

ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

2.2 สาระสำคัญ

การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทำได้โดยสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแทนสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหา และแก้สมการเพื่อหาคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

2.3 สาระการเรียนรู้

สถานการณ์ปัญหา

อาโป เพียงธาร และระรินเป็นเพื่อนกัน ทั้งสามเดินทางมาออกกำลังกายโดยการว่ายน้ำที่สระว่ายน้ำจุฬาภรณวลัยลักษณ์เป็นวันแรกจากคำชักชวนของคุณ อาโปซึ่งเป็นคนชอบว่ายน้ำเป็นทุนเดิมเห็นว่า ถ้าสมัครเป็นสมาชิกอาจจะคุ้มกว่า จึงเสนอเพื่อนไป แต่ระรินมองว่าไม่คุ้มค่าเพราะต้องเสีย

ค่าสมาชิกรายปีถึงปีละ 500 บาท และเธอไม่คิดว่าจะได้มาว่ายน้ำบ่อยขนาดนั้น เพียงธารจึงเสนอให้มาสอบถามคุณก่อนเพื่อช่วยตัดสินใจว่าการสมัครเป็นสมาชิกคุ้มค่าจริงหรือไม่

จากการสอบถามเจ้าหน้าที่ดูแลสระว่ายน้ำ อาโป เพียงธาร และระรินได้รายละเอียดเกี่ยวกับการสมัครเป็นสมาชิกของสระว่ายน้ำจุฬาภรณวลัยลักษณ์ ดังนี้

๓. สระจุฬาภรณวลัยลักษณ์

ประเภทสมาชิก	คุณสมบัติของสมาชิก	ค่าสมาชิก/ปี		ค่าธรรมเนียม/ครั้ง	
		เด็ก	ผู้ใหญ่	เด็ก	ผู้ใหญ่
๑.	นิสิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาว่ายน้ำ และใช้สระเฉพาะชั่วโมงเรียน	ค่าลงทะเบียนเรียน ๕๐ บาท/ภาคเรียน			
๒.	นิสิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ และนักเรียนโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์	๑๐๐ บาท		๑๐ บาท	
๓.	บุคลากร ศิษย์เก่า ของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ หรือบุคลากร ศิษย์เก่า ของโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ และครอบครัว	๑๐๐ บาท	๓๐๐ บาท	๒๐ บาท	๓๐ บาท
๔.	ประชาชนทั่วไป	๕๐๐ บาท	๗๐๐ บาท	๓๐ บาท	๕๐ บาท
๕.	นักกีฬาสโมสรกีฬาทางน้ำ และสมาชิกประเภทที่ ๒ , ๓ , ๔ หรือบุคคลภายนอกที่ได้รับคัดเลือกให้เป็นนักกีฬาของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โดยฝ่ายฝึกสอน และได้รับอนุญาตจากผู้จัดการสระ	๒๐๐ บาท		ค่าธรรมเนียมฝึกสอนว่ายน้ำ หรือโปโลน้ำ คนละ ๑,๕๐๐ บาท/เดือน	

หมายเหตุ : ๑. กรณีที่ไม่เป็นสมาชิกสระ คิดค่าธรรมเนียม ผู้ใหญ่ ครั้งละ ๘๐ บาท เด็ก ครั้งละ ๕๐ บาท
๒. กรณีแบบเหมาจ่ายสระ คิดค่าธรรมเนียม ชั่วโมงละ ๒,๐๐๐ บาท
๓. กรณีใช้ระบบไฟของสระ คิดค่าธรรมเนียม ชั่วโมงละ ๒,๐๐๐ บาท
๔. กรณีตามข้อ ๒ และข้อ ๓ หากใช้ไม่ครบชั่วโมง เศษของชั่วโมงให้คิดเป็น ๑ ชั่วโมง

โดยรายละเอียดเฉพาะส่วนค่าสมาชิกและค่าธรรมเนียมในการใช้บริการสระว่ายน้ำจุฬาภรณวลัยลักษณ์สำหรับบุคคลทั่วไปสามารถสรุปได้ตามตาราง ดังนี้

ประเภทของผู้ใช้บริการ	**ค่าสมาชิก/ปี**		**ค่าธรรมเนียม/ครั้ง**	
	เด็ก	**ผู้ใหญ่**	**เด็ก**	**ผู้ใหญ่**
บุคคลทั่วไปที่เป็นสมาชิก	500	700	30	50
บุคคลทั่วไปที่ไม่เป็นสมาชิก	-	-	50	80

ให้นักเรียนช่วยอธิบายว่าการสมัครสมาชิกคุ้มค่าหรือไม่ อย่างไร

ในการตัดสินใจว่าจะสมัครสมาชิกขึ้นอยู่กับพฤติกรรมการใช้งานรายบุคคลว่า จำนวนครั้งของการใช้งานมากกว่าหรือน้อยกว่าจำนวนครั้งที่ทำให้การสมัครสมาชิกและไม่สมัครสมาชิกจ่ายเงินเท่ากัน หาคำตอบได้โดยพิจารณาจำนวนครั้งในการใช้บริการซึ่งทำให้การสมัครสมาชิกและไม่สมัครสมาชิกจ่ายเงินเท่ากัน

กำหนดให้ x แทน จำนวนครั้งที่ใช้บริการ

และ y แทน จำนวนเงินรวมที่ต้องจ่าย

วิธีทำ $y = 500 + 30x$ _____ (1)

$y = 50x$ _____ (2)

แนวการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

พิจารณาเงินรวมที่ต้องจ่าย (เขียนตัวแปร y ในรูปของตัวแปร x)

แทนค่า y ด้วย 50x ในสมการ (1) จะได้

$50x = 500 + 30x$

$20x = 500$

$x = 25$

แทน x ด้วย 25 ในสมการ (2) จะได้

$y = 50(25)$

$= 1,250$

ดังนั้น ระบบสมการนี้มีคำตอบ (25, 1,250)

นั่นคือ ค่าใช้จ่ายของการใช้บริการแบบสมัครสมาชิกจะเท่ากับค่าใช้จ่ายของการใช้บริการแบบไม่สมัครสมาชิก เมื่อใช้บริการครบ 25 ครั้ง โดยมีค่าใช้จ่ายที่เท่ากัน คือ 1,250 บาท

สรุป ถ้าอาโป เพียงธาร และระรินมาใช้บริการมากกว่า 25 ครั้ง แล้วการสมัครเป็นสมาชิกสระว่ายน้ำจะคุ้มค่าในแง่ของค่าใช้จ่าย เพราะค่าใช้จ่ายของการใช้บริการแบบสมัครสมาชิกจะเท่ากับค่าใช้จ่ายของการใช้บริการแบบไม่สมัครสมาชิกซึ่งคือ 1,250 บาท นั่นคือ ถ้าใช้บริการสระว่ายน้ำตั้งแต่ครั้งที่ 26 เป็นต้นไป แล้วผู้เป็นสมาชิกสระว่ายน้ำจะเสียค่าใช้บริการน้อยกว่าผู้ไม่เป็นสมาชิก

3. จุดประสงค์การเรียนรู้

3.1 ด้านความรู้: นักเรียนสามารถ

1. บอกขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้

3.2 ด้านทักษะและกระบวนการ: นักเรียนสามารถ

1. แก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร

3.3 ด้านคุณลักษณะ: นักเรียน

1. มีส่วนร่วมในการเรียนรู้

2. มีความรับผิดชอบต่องานที่ได้รับมอบหมาย

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นเรียนรู้ปัญหา

1. ครูชวนนักเรียนสนทนาเกี่ยวกับการออกกำลังกายในชีวิตประจำวันของนักเรียนเพื่อนำเข้าสู่บทเรียนโดยใช้คำถามต่อไปนี้

- โดยปกติแล้ว นักเรียนออกกำลังกายอย่างไร
- นักเรียนไปออกกำลังกายที่ใด

2. ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาบนกระดาน ดังนี้

"อาโป เพียงธาร และระรินเป็นเพื่อนกัน ทั้งสามเดินทางมาออกกำลังกายโดยการว่ายน้ำที่สระว่ายน้ำจุฬาภรณวลัยลักษณ์เป็นวันแรกจากคำชักชวนของคุณ อาโปซึ่งเป็นคนชอบว่ายน้ำเป็นทุนเดิมเห็นว่า ถ้าสมัครสมาชิกเป็นอาจจะคุ้มกว่า จึงเสนอเพื่อนไป แต่ระรินมองว่าไม่คุ้มค่าเพราะต้องเสียค่าสมาชิกรายปีถึงปีละ 500 บาท และเธอไม่คิดว่าจะได้มาว่ายน้ำบ่อยขนาดนั้น เพียงธารจึงเสนอให้มาสอบถามคุณก่อนเพื่อช่วยตัดสินใจว่าการสมัครเป็นสมาชิกคุ้มค่าจริงหรือไม่ อย่างไร"

2.1 ครูแจกใบความรู้ และใช้คำถามกระตุ้นเพื่อให้นักเรียนเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ดังนี้

- จากปัญหาที่เกิดขึ้น นักเรียนคิดว่าคำว่า "คุ้มค่า" มีความหมายอย่างไรในสถานการณ์นี้ (เสียเงินน้อยที่สุด)
- นักเรียนคิดว่าจะสอบถามข้อมูลหรือประเด็นใดบ้างจากทั้ง 3 คนนี้ เพื่อใช้ช่วยในการตัดสินใจ (คุณสมบัติในการสมัครสมาชิกของแต่ละคนเป็นอย่างไร จำนวนครั้งในการใช้บริการที่คาดว่าจะมาว่ายน้ำในหนึ่งปีเป็นเท่าใด)
- ครูอธิบายกับนักเรียนว่า ทั้งสามคนไม่ใช่นิสิต นักเรียน ศิษย์เก่า หรือบุคคลกรของมหาวิทยาลัย และแต่ละคนต่างมีอายุ 14 ปีเท่ากัน ส่วนจำนวนครั้งในการใช้บริการ ทั้ง 3 คนต่างไม่มั่นใจแต่คิดว่ามีโอกาสที่จะใช้บริการอีก
- จากสถานการณ์ข้างต้น และคำอธิบายของครู จากใบความรู้ นักเรียนคิดว่าเราควรสนใจเฉพาะข้อมูลส่วนในใดเพื่อนำมาใช้ในการตัดสินใจ (สนใจเฉพาะข้อมูลของบุคคลทั่วไปที่เป็นสมาชิกและบุคคลทั่วไปที่ไม่เป็นสมาชิกและเป็นเด็กเท่านั้น)

2.2 ครูนำเสนอตารางข้อมูลค่าใช้บริการสระว่ายน้ำ เฉพาะในส่วนของบุคคลทั่วไปที่เป็นสมาชิก และบุคคลทั่วไปที่ไม่เป็นสมาชิกบนกระดาน ดังนี้

ตารางแสดงค่าสมาชิกและค่าธรรมเนียมในการใช้บริการสระว่ายน้ำจุฬาภรณวลัยลักษณ์สำหรับบุคคลทั่วไป

ประเภทของผู้ใช้บริการ	ค่าสมาชิก/ปี		ค่าธรรมเนียม/ครั้ง	
	เด็ก	ผู้ใหญ่	เด็ก	ผู้ใหญ่
บุคคลทั่วไปที่เป็นสมาชิก	500	700	30	50
บุคคลทั่วไปที่ไม่เป็นสมาชิก	-	-	50	80

3. ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนร่วมกันกำหนดตัวแปรและข้อตกลงเบื้องต้น ดังนี้

- ประเด็นที่เราต้องศึกษาหรือทำความเข้าใจในสถานการณ์นี้คืออะไร (ต้องใช้บริการสระว่ายน้ำอย่างน้อยกี่ครั้งจึงจะทำให้การสมัครสมาชิกคุ้มค่า)

- ครูอธิบายกับนักเรียนว่า ในการตัดสินใจว่าจะสมัครสมาชิกขึ้นอยู่กับพฤติกรรมการใช้งานรายบุคคลว่า จำนวนครั้งของการใช้งานมากกว่าหรือน้อยกว่าจำนวนครั้งที่ทำให้การสมัครสมาชิกและไม่สมัครสมาชิกจ่ายเงินเท่ากัน หาคำตอบได้โดยพิจารณาจำนวนครั้งในการใช้บริการซึ่งทำให้การสมัครสมาชิกและไม่สมัครสมาชิกจ่ายเงินเท่ากัน ดังนั้นนักเรียนสามารถตั้งคำถามทางคณิตศาสตร์จากสถานการณ์ปัญหาตั้งต้นได้ว่า

"การใช้บริการครั้งที่เท่าใดที่ทำให้การสมัครและไม่สมัครสมาชิกเสียค่าใช้จ่ายสะสมเท่ากัน"

- นักเรียนคิดว่า เพราะเหตุใด การทราบว่าใช้จ่ายเท่ากันที่การใช้บริการครั้งใดจะตอบคำถามที่เราสงสัยได้ (เพราะ เมื่อเราทราบจำนวนครั้งที่ใช้บริการที่ค่าใช้จ่ายของการใช้บริการรูปแบบต่าง ๆ เท่ากันแล้ว ครั้งต่อไป การใช้บริการแบบเป็นสมาชิกจะประหยัดกว่า)

- นักเรียนคิดว่า ในชีวิตจริงอาจเกิดปัญหาใดได้บ้างที่จะทำให้ เมื่อใช้บริการไม่น้อยกว่าจำนวนครั้งที่หาได้แต่ค่าใช้จ่ายสะสมของผู้ที่สมัครสมาชิกไม่น้อยกว่าผู้ไม่สมัครสมาชิก (มีบางครั้งที่ลืมเอาบัตรสมาชิกไปด้วย)

3.1 ครูตกลงร่วมกับนักเรียนว่า เราจะมีข้อตกลงร่วมกันว่า ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่เราจะได้ออกมาจะอยู่ในข้อตกลงเบื้องต้นที่ว่า 1) คิดเฉพาะใน 1 ปีเท่านั้น และ 2) เมื่อสมัครสมาชิกแล้วจะนำบัตรสมาชิกมาทุกครั้งหรือไม่ลืมนำบัตรมา

- จากปัญหาที่ว่า 'ค่าใช้จ่ายที่เสียไปเมื่อสมัครสมาชิกจะ**เท่ากับ**ค่าใช้จ่ายเมื่อไม่สมัครเป็นสมาชิก เมื่อใช้บริการครั้งที่เท่าใด' นักเรียนคิดว่าปัจจัยหรือตัวแปรที่เราสนใจคืออะไรบ้าง (จำนวนครั้งที่เข้าใช้บริการ และจำนวนเงินรวมที่ต้องจ่าย)

3.2 ครูกับนักเรียนร่วมกันกำหนดตัวแปรดังนี้ ให้ x แทน จำนวนครั้งที่เข้าใช้บริการ และ y แทน จำนวนเงินรวมที่ต้องจ่าย

ขั้นสร้างตัวแบบ

4. ครูใช้คำถามเพื่อเป็นการชี้แนะให้นักเรียนร่วมกันสร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

- นักเรียนจะยกตัวอย่างความสัมพันธ์ของจำนวนครั้งที่เข้าใจบริการและจำนวนเงินรวมที่ต้องจ่าย สำหรับกรณีที่ไม่สมัครเป็นสมาชิกได้อย่างไรบ้าง

4.1 ครูเขียนตารางบนกระดานประกอบการตอบคำถามของนักเรียน ดังนี้

จำนวนเงินรวมที่ต้องจ่าย	**จำนวนครั้งที่ใช้บริการ**
50 = 50(1)	1
100 = 50(2)	2
150 = 50(3)	3
...	...
y = 50(x)	x

- ดังนั้น สำหรับกรณีที่ไม่สมัครเป็นสมาชิก จะเขียนความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรได้อย่างไร (y = 50(x))

- และสำหรับกรณีที่สมัครสมาชิก นักเรียนจะเขียนความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรได้อย่างไร

4.2 ครูเขียนตารางบนกระดานประกอบการตอบคำถามของนักเรียน ดังนี้

จำนวนเงินรวมที่ต้องจ่าย	**จำนวนครั้งที่ใช้บริการ**
530 = 500 + 30(1)	1
560 = 500 + 30(2)	2
590 = 500 + 30(3)	3
...	...
y = 500 + 30(x)	x

- ดังนั้น สำหรับกรณีที่สมัครเป็นสมาชิก จะเขียนความสัมพันธ์ระหว่างสองตัวแปรได้อย่างไร (y = 500 + 50(x))

ขั้นดำเนินการทางคณิตศาสตร์

5. ครูเขียนความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรซึ่งเป็นตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับแต่ละกรณีบนกระดาน ดังนี้

<u>กรณีที่สมัครเป็นสมาชิก</u>	$y = 500 + 30(x)$	_____(1)
<u>กรณีที่ไม่สมัครเป็นสมาชิก</u>	$y = 50(x)$	_____(2)

6. ครูให้นักเรียนร่วมกันคิดและดำเนินการทางคณิตศาสตร์ผ่านตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้น พร้อมกับเขียนลงในใบงาน ระหว่างนักเรียนทำกิจกรรมครูเดินสำรวจและให้คำแนะนำ

7. ครูตรวจสอบการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน จากนั้นสุ่มนักเรียนที่ใช้วิธีการหาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรที่แตกต่างกัน (ถ้ามี) ให้ออกมาแสดงวิธีทำพร้อมอธิบายประกอบ

ขั้นแปลความหมาย

8. ครูใช้คำถามเพื่อให้นักเรียนร่วมกันแปลความหมายของผลลัพธ์ทางคณิตศาสตร์ให้กลับเข้าสู่สถานการณ์ตั้งต้น ดังนี้

- ผลลัพธ์ที่ได้สำหรับปัญหานี้คืออะไร (คำตอบของระบบสมการ คือ (25, 1,250) โดย $x = 25$ และ $y = 1,250$)

- ผลลัพธ์ที่ได้มานี้ มีหมายความว่าอย่างไร (ค่าใช้จ่ายที่เสียไปเมื่อสมัครสมาชิกจะ**เท่ากับ**ค่าใช้จ่ายเมื่อไม่สมัครเป็นสมาชิก เมื่อใช้บริการครบ 25 ครั้ง และมีค่าใช้จ่ายที่เท่ากันคือ 1,250 บาท)

ขั้นตรวจสอบและรายงานผล

9. ครูใช้คำถามให้นักเรียนร่วมกันตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ การรายงานผลเมื่อตอบปัญหาตั้งต้น และการพิจารณาข้อดีและข้อจำกัดของการใช้งานตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่ได้สร้างขึ้น ดังนี้

- นักเรียนจะมีวิธีการตรวจสอบอย่างไรว่า คำตอบที่ได้มานั้นเป็นค่าใช้จ่ายที่เสียไปเมื่อสมัครสมาชิกจะ**เท่ากับ**ค่าใช้จ่ายเมื่อไม่สมัครเป็นสมาชิก (แทน x ด้วย 25 หรือ y ด้วย 1,250 ตัวใดตัวหนึ่งลงในสมการใดสมการใดสมการหนึ่ง)

9.1 ครูสุ่มนักเรียน 2 คนให้ออกมาแสดงการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบบนกระดานด้วยการแทนค่าตัวแปรเดียวกันลงในสมการสำหรับแต่ละกรณี

แนวการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน

<u>กรณีที่สมัครเป็นสมาชิก</u>

แทนค่า x ด้วย 25 ลงใน (1) จะได้

$y = 500 + 30(25)$

$y = 500 + 750$

$y = 1,250$ บาท

<u>กรณีที่ไม่สมัครเป็นสมาชิก</u>

แทนค่า x ด้วย 25 ลงใน (2) จะได้

$y = 50(25)$

$y = 1,250$ บาท

9.2 ครูชี้ให้นักเรียนเห็นว่า จากการตรวจสอบความถูกต้อง คำตอบที่ได้เป็นจริงตามเงื่อนไขที่ว่าค่าใช้จ่ายที่เสียไปเมื่อสมัครสมาชิกจะ**เท่ากับ**ค่าใช้จ่ายเมื่อไม่สมัครเป็นสมาชิก เมื่อใช้บริการครบ 25 ครั้ง โดยมีค่าใช้จ่ายที่เท่ากัน คือ 1,250 บาท

- นักเรียนจะนำคำตอบที่ได้นี้ไปอธิบายให้กับ อาโป เพียงธาร และระรินเพื่อตอบปัญหาการตัดสินใจการสมัครสมาชิกสระว่ายน้ำอย่างไร (ถ้าอาโป เพียงธาร และระรินมาใช้บริการมากกว่า 25 ครั้ง แล้วการสมัครเป็นสมาชิกสระว่ายน้ำจะคุ้มค่าในแง่ของค่าใช้จ่าย เพราะค่าใช้จ่ายของการใช้บริการแบบสมัครสมาชิกจะเท่ากับค่าใช้จ่ายของการใช้บริการแบบไม่สมัครสมาชิกซึ่งคือ 1,250 บาท)

- นั่นหมายความว่าอย่างไร (ถ้าใช้บริการสระว่ายน้ำตั้งแต่ครั้งที่ 26 เป็นต้นไป แล้วผู้เป็นสมาชิกสระว่ายน้ำจะเสียค่าใช้บริการน้อยกว่าผู้ไม่เป็นสมาชิก)

- ถ้านักเรียนต้องอธิบายให้อาโป เพียงธาร และระรินรับรู้ถึงข้อดีหรือข้อจำกัดของคำแนะนำของนักเรียนในครั้งนี้ แล้วนักเรียนจะอธิบายอย่างไร (คำตอบที่ได้นี้คิดเฉพาะในแง่ของค่าใช้จ่ายรวมและจำนวนครั้งในการใช้บริการสระว่ายน้ำเท่านั้น การตัดสินใจว่า ‘คุ้มค่าหรือไม่’ อาจจำเป็นต้องพิจารณาปัจจัยอื่น ๆ ด้วย เช่น ความพร้อมที่จ่ายเงิน 530 บาททันทีในการใช้บริการครั้งแรก ความชื่นชอบในการออกกำลังกายด้วยการว่ายน้ำ เป็นต้น)

10. ครูมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดหน้า 38 - 39 ข้อ 2, 4 และ 6 ในหนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เป็นการบ้าน

11. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่ได้เรียนกันในวันนี้เรื่อง การแก้โจทย์ปัญหาด้วยระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรว่า การแก้ปัญหาเกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ทำได้โดยสร้างระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรแทนสถานการณ์หรือโจทย์ปัญหา และแก้สมการเพื่อหาคำตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบและความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5. สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

5.1 ใบงาน เรื่อง สมาชิกสระว่ายน้ำ

5.2 ใบความรู้ เรื่อง สมาชิกสระว่ายน้ำ

5.3 หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ตามมาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ

6. การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	วิธีการวัดผล	เกณฑ์การประเมิน	ผลการประเมิน
ด้านความรู้: นักเรียนสามารถบอกขั้นตอนในการแก้โจทย์ปัญหาที่เกี่ยวกับระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปรได้	การถามตอบ	ผ่าน : ตอบคำถามได้ถูกต้องร้อยละ 60 ขึ้นไป ไม่ผ่าน : ตอบคำถามได้ถูกต้องน้อยกว่าร้อยละ 60	
ด้านทักษะและกระบวนการ: นักเรียนสามารถแก้ปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้ความรู้เรื่องระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร	มอบหมายงาน	ผ่าน : ทำงานได้ถูกต้องร้อยละ 60 ขึ้นไป ไม่ผ่าน : ทำงานได้ถูกต้องน้อยกว่าร้อยละ 60	
ด้านคุณลักษณะ: นักเรียน 1. มีส่วนร่วมในการเรียนรู้	การสังเกตพฤติกรรม	รายการพฤติกรรมที่ประเมิน 1) ตอบคำถาม 2) ตั้งคำถาม 3) มีส่วนร่วมในการอภิปราย ผ่าน : แสดงพฤติกรรมอย่างน้อย 1 รายการ ไม่ผ่าน : ไม่แสดงพฤติกรรมทุกรายการ	
2. มีความรับผิดชอบต่องานที่	การสังเกต	รายการพฤติกรรมที่ประเมิน	

ผลการเรียนรู้ที่คาดหวัง	วิธีการวัดผล	เกณฑ์การประเมิน	ผลการประเมิน
ได้รับมอบหมาย	พฤติกรรม	1) ส่งงานตรงเวลา 2) ทำงานครบถ้วน ผ่าน : แสดงพฤติกรรมทุกรายการ ไม่ผ่าน : ไม่แสดงพฤติกรรมอย่างน้อย 1 รายการ	

7. บันทึกหลังการจัดการเรียนรู้

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ใบความรู้ เรื่อง สมาชิกสระว่ายน้ำ

ค่าบริการสระว่ายน้ำจุฬาภรณวลัยลักษณ์

๓. สระจุฬาภรณวลัยลักษณ์

ประเภทสมาชิก	คุณสมบัติของสมาชิก	ค่าสมาชิก/ปี		ค่าธรรมเนียม/ครั้ง	
		เด็ก	ผู้ใหญ่	เด็ก	ผู้ใหญ่
๑.	นิสิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ ที่ลงทะเบียนเรียนวิชาว่ายน้ำ และใช้สระเฉพาะชั่วโมงเรียน	ค่าลงทะเบียนเรียน ๕๐ บาท/ภาคเรียน			
๒.	นิสิตมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ และนักเรียนโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์	๑๐๐ บาท		๑๐ บาท	
๓.	บุคลากร ศิษย์เก่า ของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ หรือบุคลากร ศิษย์เก่า ของโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ และครอบครัว	๑๐๐ บาท	๓๐๐ บาท	๒๐ บาท	๓๐ บาท
๔.	ประชาชนทั่วไป	๕๐๐ บาท	๗๐๐ บาท	๓๐ บาท	๕๐ บาท
๕.	นักกีฬาสโมสรกีฬาทางน้ำ และสมาชิกประเภทที่ ๒ , ๓ , ๔ หรือบุคคลภายนอกที่ได้รับคัดเลือกให้เป็นนักกีฬาของมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ โดยฝ่ายฝึกสอน และได้รับอนุญาตจากผู้จัดการสระ	๒๐๐ บาท		ค่าธรรมเนียมฝึกสอนว่ายน้ำ หรือโปโลน้ำ คนละ ๑,๕๐๐ บาท/เดือน	

หมายเหตุ : ๑. กรณีที่ไม่เป็นสมาชิกสระ คิดค่าธรรมเนียม ผู้ใหญ่ ครั้งละ ๘๐ บาท เด็ก ครั้งละ ๕๐ บาท
๒. กรณีแบบเหมาจ่ายสระ คิดค่าธรรมเนียม ชั่วโมงละ ๒,๐๐๐ บาท
๓. กรณีใช้ระบบไฟของสระ คิดค่าธรรมเนียม ชั่วโมงละ ๒,๐๐๐ บาท
๔. กรณีตามข้อ ๒ และข้อ ๓ หากใช้ไม่ครบชั่วโมง เศษของชั่วโมงให้คิดเป็น ๑ ชั่วโมง

การเข้าใช้บริการสำหรับสมาชิก

ผู้ใช้บริการจะต้องนำมาบัตรมาแสดงบัตรสมาชิกต่อเจ้าหน้าที่ทุกครั้ง ก่อนเข้าใช้บริการสระจุฬาภรณวลัยลักษณ์เพื่อเสียค่าบริการในรูปแบบสมาชิก

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

ชื่อ - นามสกุล ..... เลขที่ .....

ใบงาน เรื่อง สมาชิกสระว่ายน้ำ

สถานการณ์ อาโป เพียงธาร และระรินเป็นเพื่อนกัน ทั้งสามเดินทางมาออกกำลังกายโดยการว่ายน้ำที่สระว่ายน้ำจุฬาภรณวลัยลักษณ์เป็นวันแรกจากคำชักชวนของคุณ อาโปด้วยเป็นคนชอบว่ายน้ำเป็นทุนเดิมเห็นว่า ถ้าสมัครสมาชิกเป็นอาจจะคุ้มกว่า จึงเสนอเพื่อนไป แต่ระรินมองว่าไม่คุ้มค่าเพราะต้องเสียค่าสมาชิกรายปีถึงปีละ 500 บาท และเธอไม่คิดว่าจะได้มาว่ายน้ำบ่อยขนาดนั้น เพียงธารจึงเสนอให้มาสอบถามคุณก่อนเพื่อช่วยตัดสินใจว่าการสมัครเป็นสมาชิกคุ้มค่าจริงหรือไม่

จากสถานการณ์ข้างต้น ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ปัจจัยหรือตัวแปรที่ใช้ในการตอบสถานการณ์ปัญหาของอาโป เพียงธาร และระรินคืออะไรบ้าง

.....

.....

.....

2. ข้อตกลงเบื้องต้นที่ใช้สร้างตัวแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับสถานการณ์ปัญหาของอาโป เพียงธาร และระรินคืออะไร

.....

.....

.....

.....

3. ปัญหาทางคณิตศาสตร์สำหรับสถานการณ์ปัญหานี้คืออะไร

.....

.....

.....

.....

4. ตัวแบบทางคณิตศาสตร์ของสถานการณ์ปัญหาของอาโป เพียงธาร และระรินคืออะไร

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

5. จากตัวแบบทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดไว้ข้างต้น จะต้องดำเนินการทางคณิตศาสตร์อย่างไรเพื่อให้ได้คำตอบสำหรับสถานการณ์ปัญหาของอาโป เพียงธาร และระริน และได้คำตอบเป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
Chulalongkorn University

6. นักเรียนจะนำคำตอบที่ได้นี้ไปอธิบายให้กับ อาโป เพียงธาร และระรินเพื่อตอบปัญหาการตัดสินใจการสมัครสมาชิกสระว่ายน้ำอย่างไร

.....

.....

.....

.....

.....

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	คณาธิป นรสิงห์
วัน เดือน ปี เกิด	5 มกราคม 2539
สถานที่เกิด	ร้อยเอ็ด
วุฒิการศึกษา	พ.ศ. 2562
	ศึกษาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาการสอนคณิตศาสตร์
	เกียรตินิยมอันดับสอง มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
ที่อยู่ปัจจุบัน	อำเภอเมืองร้อยเอ็ด จังหวัดร้อยเอ็ด

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY