

4-1-2017

การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

จงกล ทำสวน

Follow this and additional works at: <https://digital.car.chula.ac.th/educujournal>



Part of the [Education Commons](#)

---

## Recommended Citation

ทำสวน, จงกล (2017) "การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ," *Journal of Education Studies*: Vol. 45: Iss. 2, Article 8.

Available at: <https://digital.car.chula.ac.th/educujournal/vol45/iss2/8>

This Article is brought to you for free and open access by Chula Digital Collections. It has been accepted for inclusion in Journal of Education Studies by an authorized editor of Chula Digital Collections. For more information, please contact [ChulaDC@car.chula.ac.th](mailto:ChulaDC@car.chula.ac.th).

# การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ

## Mathematics Curriculum Development for Talented Students

จงกล ทำสวน

### บทคัดย่อ

แนวโน้มหนึ่งของการจัดการศึกษาไทยคือการส่งเสริมให้มีการจัดโครงการห้องเรียนพิเศษด้านวิทยาศาสตร์ในทุกโรงเรียน วัตถุประสงค์หลักของโครงการคือการพัฒนาและสนับสนุนนักเรียนที่มีศักยภาพในด้านคณิตศาสตร์ วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์จึงเป็นหนึ่งในกลุ่มเป้าหมายสำคัญของโครงการ การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษให้สอดคล้องกับระดับความสามารถทางคณิตศาสตร์ ความต้องการและความสนใจของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษนั้นจึงมีความสำคัญอย่างยิ่ง ดังนั้นบทความวิชาการนี้จึงมุ่งนำเสนอแนวคิดเกี่ยวกับการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษแก่ครูและนักการศึกษาคณิตศาสตร์ สำหรับการพัฒนาความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ได้เต็มตามศักยภาพ ในช่วงแรกจะเป็นการศึกษาและทำความเข้าใจเกี่ยวกับความหมายและลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ต่อมาจะเป็นการศึกษาเกี่ยวกับวิธีการและขั้นตอนในการคัดเลือกนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบด้วย ขั้นตอนการสำรวจและเสนอรายชื่อ ขั้นตอนการคัดกรองและสรุปข้อมูลเบื้องต้น และขั้นตอนวินิจฉัยและให้คำปรึกษาโดยผู้เชี่ยวชาญ จากนั้นเป็นการศึกษารูปแบบหลักสูตรบูรณาการสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ นั่นคือ หลักสูตรระยะระยะเวลา หลักสูตรเพิ่มพูนประสบการณ์ และหลักสูตรขยายประสบการณ์ ซึ่งมีหลักการสำคัญในการออกแบบหลักสูตรบูรณาการคือ เนื้อหาคณิตศาสตร์มีความเข้มข้นและเป็นการศึกษาในชั้นสูง จัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่ส่งเสริมการฝึกฝนอย่างเป็นระบบและพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง เน้นการประยุกต์ใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์โลกจริงและประเด็นอื่นที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่ศึกษา และการประเมินผลที่เน้นการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์

**คำสำคัญ:** หลักสูตร/การพัฒนาหลักสูตร/หลักสูตรคณิตศาสตร์/นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์/หลักสูตรระยะระยะเวลา/หลักสูตรเพิ่มพูนประสบการณ์/หลักสูตรขยายประสบการณ์

## Abstract

One Thai educational trend is to promote enrichment science classrooms programs in schools. The objectives of this type of program are to develop and support students' potential in mathematics, science and technology. Talented students in mathematics are the target group of this program. The development of a mathematics curriculum corresponding with levels of mathematics abilities, interest, and needs of these talented students are important. Consequently, this article aims to propose to teachers and educators an approach of mathematics curriculum development for talented students, in order to promote and enrich them to the fullest. Firstly, the definitions and the characteristics of mathematically talented students are provided. Secondly, the methods and processes for selecting talented students in mathematics are investigated and synthesized. There are three steps of methods and processes: 1) the survey and nomination 2) screening, and 3) mentoring and diagnostic. Thirdly, the models of integrated curriculum for talented students in mathematics are selected i.e. Acceleration Program, Enrichment Program, and Extension Program. In addition, the specific principles of this integrated curriculum design are identified in terms of advanced and in-depth mathematics content, providing the learning experience by enhancing practice and higher order thinking skills, and focusing on the application of real-world situations and issues related to the topic of study. Finally, the assessment of the curriculum focused in students' mathematical reasoning ability and creativity are also shown.

**KEYWORDS:** CURRICULUM/CURRICULUM DEVELOPMENT/MATHEMATICS CURRICULUM/  
MATHEMATICALLY TALENTED STUDENTS/ACCELERATION PROGRAM/  
ENRICHMENT PROGRAM/EXTENSION PROGRAM

## บทนำ

เป้าหมายของการจัดการศึกษาในศตวรรษที่ 21 คือการพัฒนาผู้เรียนให้มีทักษะแห่งอนาคตใหม่ โดยผู้เรียนจะต้องใช้ความรู้ในสาระหลักไปบูรณาการกับทักษะ 3 ทักษะ เพื่อการดำรงชีวิตในศตวรรษที่ 21 อันได้แก่ ทักษะด้านการเรียนรู้และนวัตกรรม ทักษะสารสนเทศ สื่อสารและเทคโนโลยี และทักษะชีวิตและอาชีพ (สำนักบริหารงานการมัธยมศึกษาตอนปลาย สพฐ., 2559: 9) นับเป็นเรื่องที่ทำทายนักการศึกษาในปัจจุบันเป็นอย่างมากที่จะหาวิธีการหรือแนวทางในการออกแบบและพัฒนารูปแบบการเรียนการสอนให้สามารถพัฒนาผู้เรียนไปสู่เป้าหมายดังกล่าวข้างต้นซึ่งส่วนใหญ่แล้วมักจะเป็นการมองภาพรวมทั้งระบบ แต่ในความเป็นจริงแล้วผู้เรียนแต่ละคนมีความหลากหลายในด้านความสามารถและความต้องการในลักษณะที่แตกต่างกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่งผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษซึ่งจะเป็นทรัพยากรและกำลังสำคัญในการพัฒนาประเทศในอนาคต แม้ว่าจะเป็นคนส่วนน้อยเมื่อเทียบกับจำนวนประชากรในวัยเดียวกันของประเทศ แต่ก็ไม่ควรละเลยผู้เรียนกลุ่มนี้ เนื่องจากในพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 และ (ฉบับที่ 3) พ.ศ. 2553 หมวด 2 สิทธิและหน้าที่ทางการศึกษา วรรค 4 หมวด 4 แนวการจัดการศึกษาและหมวด 8 ทรัพยากรและการลงทุนเพื่อการศึกษา ได้ระบุว่า การจัดการศึกษาสำหรับบุคคลซึ่งมีความสามารถพิเศษ ต้องจัดด้วยรูปแบบที่เหมาะสมโดยคำนึงถึงความสามารถของบุคคลนั้น หลักสูตรการศึกษาระดับต่าง ๆ รวมถึงหลักสูตรการศึกษาสำหรับบุคคลที่มีความสามารถพิเศษต้องมีลักษณะหลากหลาย ทั้งนี้ให้จัดตามความเหมาะสมของแต่ละระดับโดยมุ่งพัฒนาคุณภาพชีวิตบุคคลให้เหมาะสมแก่วัยและศักยภาพ อีกทั้งต้องจัดสรรงบประมาณและทรัพยากรทางการศึกษาให้สอดคล้องกับความจำเป็นในการจัดการศึกษาและคำนึงถึงความเสมอภาคในโอกาสทางการศึกษาและความเป็นธรรม (กระทรวงศึกษาธิการ, 2553)

หลายประเทศได้ให้ความสำคัญกับการพัฒนาผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ ด้วยตระหนักเห็นถึงความจำเป็นในการพัฒนาทรัพยากรที่เป็นปัจจัยพื้นฐานสำคัญในการพัฒนาประเทศนั่นคือทรัพยากรมนุษย์ โดยมีเป้าหมายในการสร้างคนรุ่นใหม่ที่มีความคิดริเริ่มสร้างสรรค์และมีฝีมือเป็นเลิศในด้านต่าง ๆ ที่สามารถตอบสนองต่อความจำเป็นและความต้องการของประเทศในการสร้างทรัพยากรชั้นนำระดับโลก ประเทศที่ประสบความสำเร็จในการพัฒนาผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ เช่น สหรัฐอเมริกา สหราชอาณาจักร หรือออสเตรเลีย ได้มีการจัดตั้งหน่วยงานเพื่อดำเนินการจัดการศึกษาสำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษอย่างเป็นทางการ มีระบบและกลไกเชื่อมโยงการปฏิบัติทั้งระดับประเทศ รัฐท้องถิ่นและโรงเรียน หนึ่งในนั้นคือการกำหนดมาตรฐานการศึกษาจากส่วนกลางเพื่อให้หน่วยงานที่เกี่ยวข้องดำเนินการอย่างเป็นระบบ (เฉลียวศรี พิบูลชล, อรุณี วิริยะจิตรา และอุษณีย์ อนุรุทธ์วงศ์, 2554: 1-2)

สำหรับประเทศไทยนั้น มีหน่วยงาน องค์กรและสถานศึกษาทั้งของภาครัฐและเอกชนดำเนินการจัดการศึกษาสำหรับผู้ที่มีความสามารถพิเศษด้วยรูปแบบและวิธีการที่หลากหลาย เช่น สำนักพัฒนาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยีแห่งชาติ (สวทช.) โรงเรียนมหิดลวิทยานุสรณ์ โรงเรียนจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย โรงเรียนเตรียมอุดมศึกษา ฯลฯ โดยเน้นไปที่กระบวนการเสาะหา กระบวนการเรียนการสอน หลักสูตร สื่อการสอน การวัดและประเมินผล การจัดสภาพแวดล้อมที่จะช่วยให้ผู้ที่มีความสามารถพิเศษได้รับ

การพัฒนาอย่างเต็มตามศักยภาพสูงสุดของแต่ละบุคคล (สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา, 2548: 23-31) สำหรับโรงเรียนมหิตลวิทยานุสรณ์นั้นได้จัดตั้งโครงการส่งเสริมและพัฒนาอัจฉริยภาพด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในปีงบประมาณ 2547 เนื่องจากได้ตระหนักถึงความสำคัญของความสามารถพิเศษทางด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ของนักเรียนและเห็นว่าความเป็นอัจฉริยภาพหรือความสามารถพิเศษด้านต่าง ๆ ของคนมักแสดงออกให้สังเกตได้ตั้งแต่เด็ก หากได้รับการส่งเสริมและพัฒนาได้ด้วยรูปแบบที่เหมาะสมก็จะทำให้เด็กเหล่านั้นพัฒนาความเป็นอัจฉริยภาพที่แฝงเร้นอยู่ในตัวได้อย่างเต็มที่ ทั้งนี้ในปี 2548 ได้มีการขยายเครือข่ายออกไปยังส่วนภูมิภาค โดยได้รับความร่วมมือจากคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยของรัฐทั่วประเทศในการร่วมกันสรรหาและพัฒนาผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์และวิทยาศาสตร์ในเขตพื้นที่ของตน (สาคร บุญดาว, 2554: 11-6-11-9) หลังจากนั้นเป็นต้นมาจึงมีโรงเรียนทั้งของรัฐบาลและเอกชนทั่วภูมิภาคของประเทศไทยได้ตื่นตัวและส่งเสริมการจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ ภายใต้ชื่อว่า “โปรแกรม Gifted”

ด้วยเหตุที่กล่าวมาข้างต้นจึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจว่า การจัดการศึกษารูปแบบใดที่เหมาะสม สนองตอบความต้องการและความสนใจของผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษได้อย่างแท้จริง บทบาทที่สำคัญของครูและนักการศึกษาคณิตศาสตร์ที่ควรทำเริ่มจากการศึกษาเกี่ยวกับความหมายและลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ ลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ วิธีการและขั้นตอนในการคัดเลือกนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ รูปแบบหลักสูตรและการออกแบบหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษให้เข้าใจอย่างถ่องแท้เสียก่อน ทั้งนี้เพื่อให้สามารถพัฒนาหลักสูตร แผน หรือกิจกรรมสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพและตรงจุดมุ่งหมายในการพัฒนาอย่างสูงสุด

## เนื้อหา

สำหรับการนำเสนอเนื้อหาของบทความนี้ เพื่อให้ผู้อ่านสามารถศึกษาและทำความเข้าใจได้อย่างเป็นลำดับขั้นตอนจะขอนำเสนอเป็นหัวข้อตามลำดับดังต่อไปนี้ ความหมายและลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ วิธีการและขั้นตอนในการคัดเลือกนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ รูปแบบและการประเมินหลักสูตรสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

### 1. ความหมายและลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

การวางแผนการจัดการศึกษาสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ สิ่งแรกที่สำคัญและต้องคำนึงถึงคือการกำหนดเป้าหมายในการพัฒนาว่าต้องการพัฒนาผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษกลุ่มใดและพัฒนาในด้านใด เนื่องจากในปัจจุบันได้มีการให้ความหมายและลักษณะของผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษและความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ไว้ในหลายลักษณะ ดังจะกล่าวต่อไปนี้

กาย (Gagné, 2003) ได้ให้ความหมายเกี่ยวกับ “พรสวรรค์ (gifted)” และ “ความสามารถพิเศษtalented” ไว้ดังนี้

นักเรียนที่มีพรสวรรค์ (gifted students) คือผู้ที่มีศักยภาพ (potential) ที่สูงกว่าค่าเฉลี่ยของความสามารถในด้านใดด้านหนึ่งหรือหลายด้านของความสามารถมนุษย์นั้นคือ ด้านสติปัญญา ความคิดสร้างสรรค์ ด้านสังคมและด้านกายภาพ อยู่ในระดับ 10% บนของประชากรที่อยู่ในวัยเดียวกัน

นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ (talented students) คือผู้ที่มีทักษะที่สูงกว่าค่าเฉลี่ยของความสามารถในด้านใดด้านหนึ่งหรือหลายด้านของสมรรถนะมนุษย์ (human performance) อยู่ในระดับ 10% บนของประชากรที่อยู่ในวัยและความสามารถแบบเดียวกัน

คณะกรรมการการศึกษาของสหรัฐอเมริกา (U.S. Department of Education, 1993) กล่าวว่า “เด็กที่มีความสามารถพิเศษ หมายถึง เด็กที่แสดงออกซึ่งความสามารถอันโดดเด่นหรือแสดงให้เห็นถึงศักยภาพที่จะสามารถพัฒนาความสามารถได้อย่างเป็นที่ประจักษ์ เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับเด็กอื่น ๆ ที่อยู่ในวัยเดียวกันที่มีสภาพแวดล้อมหรือประสบการณ์ระดับเดียวกัน ความสามารถในที่นี้ได้แก่ ความสามารถในด้านสติปัญญา ความคิดสร้างสรรค์ ศิลปะและดนตรี ลักษณะความเป็นผู้นำ ทักษะกลไกและกีฬา และความสามารถทางการเรียนหรือความเป็นเลิศทางวิชาการ สาขาใดสาขาหนึ่ง”

สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ (2541) กล่าวว่า “เด็กและเยาวชนผู้มีความสามารถพิเศษ หมายถึง เด็กและเยาวชนที่แสดงออกซึ่งความสามารถอันโดดเด่นด้านใดด้านหนึ่งหรือหลายด้าน ในด้านสติปัญญา ความคิดสร้างสรรค์ การใช้ภาษา การเป็นผู้นำ การสร้างสรรค์งานทางทัศนศิลป์และศิลปะการแสดง ความสามารถด้านดนตรี ความสามารถทางกีฬา และความสามารถทางวิชาการสาขาใดสาขาหนึ่ง หรือหลายสาขา พฤติกรรมดังกล่าวแสดงให้เห็นถึงศักยภาพที่จะพัฒนาความสามารถได้อย่างเป็นที่ประจักษ์ เมื่อนำมาเปรียบเทียบกับเด็กและเยาวชนอื่นที่มีอายุระดับเดียวกัน สภาพแวดล้อมหรือประสบการณ์ระดับเดียวกัน” แม้ว่าจะมีการให้ความหมายไว้ในหลายลักษณะ แต่จะมีลักษณะสำคัญบางประการร่วมกันนั่นคือผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษจะมีความศักยภาพหรือความสามารถที่สูงกว่าค่าเฉลี่ยของความสามารถในด้านที่ใช้เป็นเกณฑ์ในการพิจารณาความสามารถพิเศษ อยู่ในระดับ 10% บนของประชากรที่อยู่ในวัยเดียวกันและบริบทใกล้เคียงกัน

สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์นั้น หมายถึง ผู้ที่มีความสามารถในด้านจำนวน ตัวเลขและสัญลักษณ์ การคำนวณอย่างต่อเนื่อง มีกลยุทธ์ในการคิดทางคณิตศาสตร์ที่พลิกแพลงแยบยล มีความคิดสร้างสรรค์และคิดอย่างมีเหตุผล มองเห็นความสัมพันธ์เชิงมิติได้เป็นอย่างดี สามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ได้หลายรูปแบบ มีความสามารถในการแก้ปัญหาที่แปลกใหม่และมีเอกลักษณ์ในการแก้ปัญหาเฉพาะตน ซึ่งผู้เรียนเหล่านี้อาจมีความถนัดหรือความสามารถในด้านใดด้านหนึ่งหรือหลายด้านอย่างโดดเด่นมากกว่าผู้เรียนในวัยเดียวกันและมีสภาพแวดล้อมเดียวกัน (มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2554: 11-12)

สำหรับลักษณะของนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์นั้นนักการศึกษาหลายท่านได้ให้ไว้ในทำนองเดียวกัน (Renzulli, 1981 อ้างถึงใน อุษณีย์ โพธิ์สุข, 2541; The New Zealand Association for Gifted Children: NZAGC. 2011 อ้างถึงใน มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช, 2554: 10; เกรียงศักดิ์ สังข์ชัย, 2542: 9-10; สาคร บุญดาว, 2554: 11-13) กล่าวคือมีลักษณะหรือสัญญาณที่บ่งบอกถึงความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ดังนี้

1. ความสามารถทางสติปัญญาสูงกว่าเด็กปกติ มีความอยากรู้อยากเห็นมาก ช่างสังเกต
2. ชอบถามคำถามที่หลักแหลม และเรียนรู้สิ่งต่าง ๆ ได้อย่างรวดเร็ว
3. มีความมานะ มุ่งมั่นและอดทนต่องานทั้งกับตนเองและคนอื่นในระยะยาว
4. มีความสามารถด้านภาษาสูง รู้คำศัพท์กว้างขวางปริมาณคำมาก มีความรู้กว้างและลึก
5. สามารถจับประเด็นได้อย่างรวดเร็วและมีสำนวนโวหารที่เป็นอารมณ์ขัน
6. มีความสามารถในการแก้ปัญหา การใช้สามัญสำนึกและนำความรู้ที่มีไปใช้ได้ในชีวิตจริง
7. มีพัฒนาการทางร่างกายและจิตใจที่เจริญเติบโตได้อย่างรวดเร็วกว่าเด็กปกติในวัยเดียวกัน
8. มีความรู้สึกไวต่อความรู้สึกตนเอง ผู้อื่นและสิ่งแวดล้อม พร้อมเรียนรู้ เนิบแหลม ว่องไว
9. มีความคิดริเริ่ม มีวิธีคิดและแนวคิดแปลกใหม่ และมีความคิดสร้างสรรค์อยู่ในเกณฑ์สูง
10. ชอบแสวงหาสิ่งท้าทาย แปลกใหม่ และชอบที่จะสังคมกับผู้ใหญ่หรือผู้ที่มีอายุมากกว่า

นอกจากลักษณะของผู้เรียนที่มีความสามารถดังที่กล่าวข้างต้นแล้ว ยังมีการแบ่งประเภทย่อย ๆ ของผู้เรียนกลุ่มนี้ออกเป็น 6 ประเภท ตามลักษณะและความต้องการพิเศษบางประการดังนี้

## 2. วิธีการและขั้นตอนในการคัดเลือกนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์

ในการพัฒนาผู้เรียนที่มีพรสวรรค์ (gifted students) ไปสู่การเป็นผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ (talented students) ผ่านรูปแบบหลักสูตรที่มีความเหมาะสมกับความสามารถ ความต้องการและความสนใจของผู้เรียนนั้น เนื่องจากผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษเองมีหลายประเภทและมีลักษณะเฉพาะที่สำคัญ ทำให้วิธีการและขั้นตอนในการคัดเลือกนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ มีความซับซ้อนมากตามไปด้วย จึงไม่สามารถสรุปได้ว่ามีวิธีการคัดเลือกรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งที่เหมาะสมที่สุดที่จะนำมาใช้ในการคัดเลือกหรือระบุผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษได้ครบทุกประเภท ดังนั้น ในกระบวนการคัดเลือกจึงต้องมีการนำเครื่องมือมาใช้ประกอบกันอย่างหลากหลาย เพื่อให้สามารถจำแนกระดับความสามารถและประเภทของผู้เรียนที่มีความสามารถให้ได้มากที่สุดเท่าที่จะทำได้ และประการสำคัญคือต้องสอดคล้องกับจุดมุ่งหมายในการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์นั้น ๆ

โดยทั่วไปแล้วขั้นตอนในการคัดเลือกนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์มี 3 ขั้นตอนหลัก ซึ่งวิธีการและเครื่องมือที่ใช้ในแต่ละขั้นตอนมีดังนี้

ตาราง 1 ประเภทลักษณะของผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ (Betts, & Neihart, 1988)

ประเภท	ลักษณะและความต้องการพิเศษ
I: High Achiever/ Successful	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ผู้ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง (พิจารณาโดยภาพรวมทุกวิชาและมักเป็นเกณฑ์ส่วนใหญ่ใช้ในการระบุผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ) การแสดงออกมักไม่เป็นอิสระจะขึ้นกับความต้องการของครู พ่อแม่ เพื่อนร่วมชั้นเรียนตั้งความคาดหวังไว้ ไม่ชอบงานที่เสี่ยง และไม่คอยได้รับโอกาสให้ฝึกหรือพัฒนาการคิดด้วยตนเองซึ่งแท้จริงแล้วผู้เรียนกลุ่มนี้จะมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่สูงขึ้น หากได้รับการฝึกให้คิดและทำทุกอย่างด้วยตนเองอย่างอิสระ</li> </ul>
II : Challenger	<ul style="list-style-type: none"> <li>• มีความคิดสร้างสรรค์ แต่มักจะขาดการสนับสนุน/ไม่ส่งเสริมในการคิดสร้างสรรค์นั้น เนื่องจากมีพฤติกรรมที่ต่อต้านสังคม การจัดการศึกษาให้นักเรียนกลุ่มนี้นับเป็นเรื่องที่ทำนายสำหรับครู พ่อแม่และผู้ปกครองอย่างมาก</li> </ul>
III : Underground Student	<ul style="list-style-type: none"> <li>• พยายามซ่อนหรือปิดบังความสามารถพิเศษของตนเองเพื่อให้เข้ากับผู้อื่นได้ มีความวิตกกังวล และรู้สึกไม่มั่นคงปลอดภัย มักเกิดกับผู้หญิงในช่วงการศึกษาระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากความรู้สึกขัดแย้งกันระหว่างการเลือกที่จะประสบความสำเร็จในทางการศึกษาหรือทางสังคม</li> </ul>
IV : Dropout	<ul style="list-style-type: none"> <li>• เป็นกลุ่มที่ได้รับการประเมินว่ามีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนต่ำ (ซึ่งความสามารถที่แท้จริงอาจจะสูงหรือต่ำก็ได้) ขาดแรงจูงใจในการเรียนอันเนื่องมาจากได้รับการจัดการเรียนการสอนที่ไม่เหมาะสมและต้องการการสนับสนุนเพื่อที่จะทำให้ประสบความสำเร็จในด้านการศึกษา</li> </ul>
V : Double Labelled	<ul style="list-style-type: none"> <li>• มีความบกพร่องในด้านกายภาพ อารมณ์หรือการเรียนรู้ (Physical, Emotional or Learning Difficulty) จึงมักจะถูกเฉลยความสนใจและถูกระบุว่าเป็นผู้ที่มีความบกพร่อง/ขาดความสามารถในการเรียนรู้แทนการระบุว่าเป็นผู้ที่มีความสามารถพิเศษ</li> </ul>
VI : Autonomous Learner	<ul style="list-style-type: none"> <li>• เรียนรู้ได้อย่างอิสระและกำกับขึ้นนำตนเอง (Self-directed Learners) และสามารถพัฒนาได้มากหากได้รับการจัดโปรแกรมการศึกษาที่เหมาะสม</li> </ul>



**ตาราง 2** ขั้นตอนและวิธีการในการคัดเลือกผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ (สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ, 2544; New South Wales Department of Education and Training, 2004: 10)

ขั้น	วิธีการและเครื่องมือ
<b>ขั้นที่ 1</b> การสำรวจและเสนอรายชื่อ (Survey and Nomination)	วิธีการ - การเสนอรายชื่อโดยพ่อแม่ ผู้ปกครอง ครู เพื่อนร่วมชั้นเรียน นักจิตวิทยาและตัวนักเรียนเอง การทดสอบสติปัญญาแบบกลุ่ม (Group Intelligence Quotient: Group IQ) เครื่องมือ - (Subjective) แบบเสนอรายชื่อ (Checklist) แบบประเมินความสามารถ การแข่งขัน รายงานจากครูและผลงานที่โดดเด่น (School Assessment product/performance) การทดสอบ - (Objective) การทดสอบสติปัญญาแบบกลุ่ม (Group Intelligence Quotient: Group IQ)
<b>ขั้นที่ 2</b> การคัดกรองและสรุปข้อมูลเบื้องต้น (Screening)	วิธีการ - การสรุปข้อมูลเบื้องต้นการสัมภาษณ์พ่อแม่/ผู้ปกครอง ครู เพื่อนร่วมชั้นเรียน การทดสอบ การแข่งขัน ฯลฯ เครื่องมือ - (Subjective) แบบฟอร์มสรุปข้อมูลเบื้องต้น แบบฟอร์มสัมภาษณ์ แบบทดสอบความคิดสร้างสรรค์ แบบทดสอบความถนัดเฉพาะทาง
<b>ขั้นที่ 3</b> การวินิจฉัยและการให้คำปรึกษาโดยผู้เชี่ยวชาญ	วิธีการ - ผู้เชี่ยวชาญตัดสิน เครื่องมือ - (Subjective) แบบฟอร์มการบันทึกการสังเกตแบบฟอร์มสัมภาษณ์ ข้อมูลที่ได้จะช่วยทำให้ทราบสมรรถนะ ความสนใจ จุดเด่น จุดด้อยและทักษะของผู้เรียน

ในการคัดเลือกผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ เมื่อสิ้นสุดกระบวนการในขั้นที่ 2 จะมีนักเรียนเหลืออยู่จำนวน 10% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด และสิ้นสุดกระบวนการในขั้นที่ 3 จะเหลืออยู่จำนวน 1% - 5% ของจำนวนนักเรียนทั้งหมด โดยหลังการระบุหรือคัดเลือกผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์แล้ว ขั้นตอนต่อไปที่มีความสำคัญอย่างยิ่งคือการเลือกรูปแบบหลักสูตรให้เหมาะสมกับระดับความสามารถ ความสนใจและความต้องการของผู้เรียน

**3. รูปแบบและการประเมินหลักสูตรสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์**

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของ “หลักสูตร” ไว้ในหลายลักษณะดังนี้ (สจด์ อูทรานันท์, 2532: 8-16; ใจทิพย์ เข็รรัตนพงษ์, 2539: 4-9) หลักสูตร คือรายวิชาหรือเนื้อหาวิชาที่เรียน (subjects

and subject matter) จุดมุ่งหมายที่ผู้เรียนพึงบรรลุ (objectives) แผนสำหรับจัดโอกาสการเรียนรู้หรือประสบการณ์ที่คาดหวังกับนักเรียน (plans) ประสบการณ์ทั้งหมดของผู้เรียนที่จัดโดยโรงเรียน (learners' experience) และกิจกรรมทางการศึกษาที่จัดให้กับผู้เรียน (educational activities)

ดังนั้นเมื่อก้าวถึงคำว่า “การพัฒนาหลักสูตร” จะมีความหมายอยู่ 2 ลักษณะคือ การสร้างหลักสูตรขึ้นมาใหม่ หรือการปรับปรุง/เปลี่ยนแปลงหลักสูตรเดิมให้ดีขึ้น โดยจะดำเนินการตามองค์ประกอบของหลักสูตรอันได้แก่ จุดหมาย เป้าหมายและจุดประสงค์ เนื้อหาวิชา การจัดประสบการณ์การเรียนรู้ และการประเมินผล

หลักสูตรสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษนั้นมีอยู่ 3 รูปแบบที่สำคัญคือ หลักสูตรย่นระยะเวลา (acceleration program) หลักสูตรเพิ่มพูนประสบการณ์ (enrichment program) และหลักสูตรขยายประสบการณ์ (extension program) โดยแต่ละรูปแบบมีลักษณะที่แตกต่างกัน สรุปได้ดังตาราง 3

**ตาราง 3** ลักษณะโครงสร้างของหลักสูตรที่จัดให้นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษ (อุษณีย์ โพธิ์สุข, 2541)

โครงสร้าง	หลักสูตรย่นระยะเวลา	หลักสูตรเพิ่มพูนประสบการณ์	หลักสูตรขยายประสบการณ์
ด้านหลักสูตร เนื้อหาและมาตรฐาน	<ul style="list-style-type: none"> <li>ยึดหลักสูตร เนื้อหา มาตรฐาน การวัดผลเชิงเปรียบเทียบ ระหว่างเด็ก</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ยึดหลักสูตร เนื้อหา มาตรฐาน การวัดผลให้แข่งกับตนเอง พัฒนาตนเองและงาน</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ไม่ยึดหลักสูตร ยึดความถนัด และความสนใจของนักเรียน</li> </ul>
ด้านเวลา สถานที่และ กิจกรรม	<ul style="list-style-type: none"> <li>มีกรอบจำกัดเรื่องเวลาและ สถานที่</li> <li>เด็กทุกคนที่ใช้หลักสูตรร่วมกัน ต้องทำตาม กิจกรรมส่วนใหญ่ จิงบังคับ</li> <li>ครอบคลุมหลักสูตรในเวลาจำกัด</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>มีกรอบจำกัดเรื่องเวลาและ สถานที่</li> <li>เด็กทุกคนใช้หลักสูตรร่วมกัน ต้องทำตาม กิจกรรมส่วนใหญ่ จิงบังคับ แต่มีโครงการให้เลือก ทำตามต้องการ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ไม่มีกรอบจำกัดเรื่องเวลาสถานที่ ที่ต้องสอดคล้องกับเด็กอื่นผู้เรียน จึงสามารถเลือกทำกิจกรรมได้ตามความสนใจ</li> </ul>
ด้านความรู้ ความจำ	<ul style="list-style-type: none"> <li>เน้นระดับความรู้ ความจำ การนำเสนอความรู้</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>เน้นการนำความรู้ไปใช้ใน อนาคต</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>เป็นการเตรียมเข้าสู่อาชีพหรือ วิชาชีพในชีวิตจริง</li> </ul>
ด้านการฝึกทักษะ	<ul style="list-style-type: none"> <li>ฝึกการศึกษาความรู้ภายใต้ ขอบเขตที่กำหนดและการนำเสนอ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>เป็นแบบฝึกในห้องเรียน แต่ เน้นการคิดระดับสูง</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>เป็นการเตรียมเข้าสู่อาชีพหรือ วิชาชีพในชีวิตจริง</li> </ul>
ด้านการประเมิน	<ul style="list-style-type: none"> <li>ประเมินโดยมาตรฐานของ โรงเรียนที่มีสภาพปกติ</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ประเมินโดยครูเป็นส่วนใหญ่ แม้ว่าจะให้เด็ก เพื่อนและพ่อแม่ช่วยประเมินก็ตาม</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>ประเมินโดยสังคม มีอาชีพหรือ ผู้เชี่ยวชาญในสถานการณ์จริง</li> </ul>
ลักษณะร่วมกันของ Enrichment และ Extension Program		<ul style="list-style-type: none"> <li>ซับซ้อนและยากกว่าหลักสูตรปกติ</li> <li>พัฒนาการคิดในระดับสูง โดยเฉพาะในการแก้ปัญหาในระดับการ คิดอย่างมีวิจารณ์ญาณและระดับความคิดสร้างสรรค์</li> <li>เน้นความหลากหลายและทางเลือกหลายๆ ทางตามความถนัดและความสนใจของผู้เรียน</li> <li>ไม่เน้นการแข่งขัน สอนความร่วมมือ เน้นการแข่งขันกับตนเอง และการพัฒนาตนเอง และพัฒนาผลงานไปสู่ความเป็นเลิศและความสมบูรณ์แบบ</li> <li>สอนให้เป็นผู้สร้าง ไม่ใช่ผู้บริโภค</li> </ul>	

หลักสูตรสำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์นั้นจะเป็นหลักสูตรบูรณาการ (integrated curriculum model) ที่มี 3 มิติสำคัญที่ต้องพิจารณาในการพัฒนาหลักสูตร (Van Tassel-Baska, 1993, 1996) นั่นคือ

- 1) เนื้อหาหรือรายวิชาที่มีความเข้มข้นและเป็นการศึกษาในชั้นสูง
- 2) จัดประสบการณ์การเรียนรู้ที่ส่งเสริมการฝึกฝนอย่างเป็นระบบและพัฒนาทักษะการคิดขั้นสูง
- 3) เน้นการประยุกต์ใช้ความรู้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์โลกจริงและประเด็นอื่นที่เกี่ยวข้องกับหัวข้อที่ศึกษา

ในการออกแบบหลักสูตรให้เนื้อหาหรือรายวิชาที่มีความเข้มข้นและเป็นการศึกษาในชั้นสูงนั้น มีองค์ประกอบสำคัญ 4 ประการที่ใช้เป็นเกณฑ์ดังนี้ (Gavin, & Sheffield, 2010: 58-64)

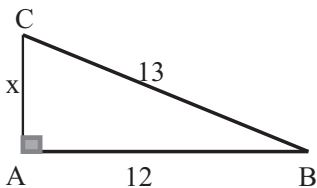
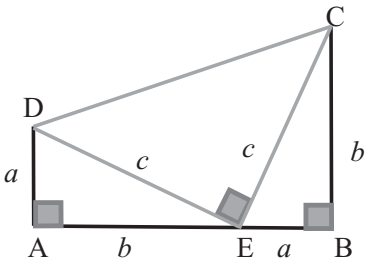
- 1) เน้นแก้ปัญหาที่ซับซ้อนและสร้างสรรค์
- 2) เน้นเชื่อมโยงทั้งภายในเนื้อหาคณิตศาสตร์และระหว่างศาสตร์สาขาอื่นในบริบทที่หลากหลาย
- 3) เน้นกระบวนการสืบสอบความรู้
- 4) มีการกำหนดจังหวะและช่วงเวลาในการเรียนรู้ที่เหมาะสม

เมื่อพิจารณาเกณฑ์/องค์ประกอบที่ใช้ในการออกแบบหลักสูตรให้เนื้อหาหรือรายวิชาที่มีความเข้มข้นและเป็นการศึกษาในชั้นสูงแล้ว จะเห็นว่าในการนำหลักสูตรไปใช้ในระดัห้องเรียน ผู้สอนมักจะดำเนินการใน 3 รูปแบบคือการปรับบทเรียน การปรับกิจกรรมและการปรับตารางเวลา (Roets, 2003) เพื่อให้สอดคล้องกับเกณฑ์ดังกล่าวส่วนใหญ่จึงจะเน้นไปที่การจัดการเรียนรู้ผ่านกิจกรรม อย่างไรก็ตามไม่ว่าจะเป็นการเลือกกิจกรรม การปรับกิจกรรมหรือการสร้างกิจกรรมสำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์นั้น จะต้องสอดคล้องกับเกณฑ์ต่อไปนี้ (Wilkins, Wilkins, & Oliver, 2006)

- 1) เป็นกิจกรรมที่เน้นการสำรวจ ตรวจสอบ
- 2) เป็นกิจกรรมที่สามารถนำเสนอได้ด้วยแนวทางที่หลากหลาย โดยอาจเป็นคำตอบเดียวที่มีวิธีการหลากหลายในการแก้ปัญหา หรือ มีคำตอบมากกว่า 1 คำตอบ
- 3) เป็นกิจกรรมที่มีความซับซ้อนที่ต้องใช้ทักษะทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายในแก้ปัญหา
- 4) เป็นกิจกรรมที่เอื้อให้ผู้เรียนที่มีระดับความสามารถพิเศษที่แตกต่างกันสามารถเริ่มต้นทำกิจกรรมได้ตามแต่ละระดับความสามารถของตนและไปสู่เป้าหมายเดียวกัน
- 5) เป็นกิจกรรมที่มีโครงสร้างยืดหยุ่นสามารถทำได้ทั้งรายบุคคลและแบบกลุ่มขนาดเล็ก
- 6) เน้นการสะท้อนการคิดและสื่อสารแนวคิดทางคณิตศาสตร์
- 7) ในแต่ละหน่วย (unit) ควรมีรูปแบบการเรียนรู้ที่แตกต่างกัน เน้นการฝึกการเรียนรู้ตามแนวคิดของ Bloom's Taxonomy

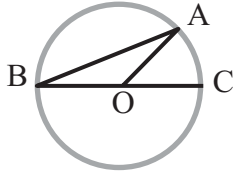
ในที่นี้จะยกตัวอย่างกิจกรรมที่เหมาะสมสำหรับการนำมาใช้ในห้องเรียนที่มีผู้เรียนที่มีระดับความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ที่แตกต่างกัน รายละเอียดของระดับความสามารถของผู้เรียนกับลักษณะการใช้ความรู้และทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหา ปรากฏดังตาราง 4

**ตาราง 4** ระดับของผู้เรียนกับลักษณะและความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาที่มีระดับความซับซ้อนที่ต่างกัน (Wong, & Bukalov, 2013)

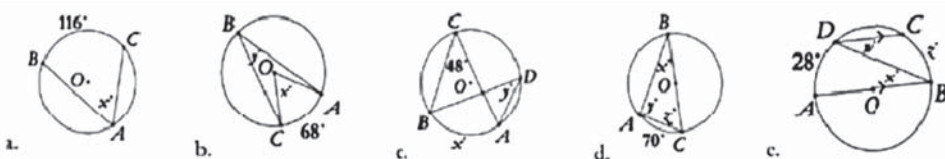

ระดับ	ลักษณะการใช้ความรู้และทักษะกระบวนการในการแก้ปัญหา	ตัวอย่างปัญหาในบทเรียน “ทฤษฎีบทพีทาโกรัส”
1	นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้การจดจำหรือระลึกได้เกี่ยวกับข้อเท็จจริง วิธีการหรือสูตรได้โดยตรง	<p>จงหาค่า <math>x</math> จากรูปสามเหลี่ยม <math>ABC</math> ที่กำหนดให้</p> 
2	นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้ขั้นตอนมากกว่าระดับที่ 1 โดยทั่วไปคำแนะนำ (Guidance) เกี่ยวกับวิธีการที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหานั้น ๆ	รูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีความยาวด้านเป็น 25, 24 และ 7 ตามลำดับ จงพิจารณาว่ารูปสามเหลี่ยมดังกล่าวเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉากหรือไม่
3	นักเรียนแก้ปัญหาโดยเลือกใช้ข้อมูลได้อย่างอิสระตามความเหมาะสม (อาจเป็นการเลือกใช้นิยาม ทฤษฎีบท สูตรหรือวิธีการที่มากกว่าหนึ่งแบบขึ้นไป)	รูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วคางหมูรูปหนึ่ง มีความยาวด้านคู่ขนานเท่ากับ 14 และ 30 นิ้ว ตามลำดับ ความยาวด้านที่ไม่ขนานกันยาวเท่ากับ 10 นิ้ว จงหาความสูงของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู
4	นักเรียนแก้ปัญหาโดยใช้การให้เหตุผลเชิงนิรนัย (Deductive Reasoning) ในการพิสูจน์ข้อความทางคณิตศาสตร์	<p>เราสามารถใช้รูปด้านล่างประกอบการพิสูจน์ทฤษฎีบท พีทาโกรัสได้อย่างไร จงอธิบาย</p> 

กิจกรรมในภาพ 1 ผู้เรียนทุกคนต้องทำกิจกรรมในส่วนต้นก่อน จากนั้นจึงเลือกทำกิจกรรมในระดับที่สอดคล้องกับความสามารถของตน ทั้งนี้หากเลือกระดับใดระดับหนึ่งสำหรับเริ่มต้นในการแก้ปัญหาแล้ว ภายหลังพบว่าตนเองไม่สามารถดำเนินการต่อไปได้ ผู้เรียนสามารถย้อนกลับไปทำกิจกรรมในระดับก่อนหน้าได้ เมื่อดำเนินการทำกิจกรรมเช่นนี้ไปถึงส่วนสรุป ผู้เรียนก็จะบรรลุเป้าหมายหรือจุดประสงค์การเรียนรู้ของบทเรียน

ภาพ 1 กิจกรรมทางคณิตศาสตร์กับระดับความสามารถในการเริ่มต้นแก้ปัญหา(Wong, & Bukalov, 2013)

ระดับ	รายละเอียดของใบงาน/ใบกิจกรรม
ส่วนต้น	<p><b>จุดประสงค์กิจกรรม:</b> ศึกษาสมบัติของมุมในส่วนโค้งของวงกลม</p> <p><b>ความรู้พื้นฐาน:</b></p> <p>กำหนดให้ วงกลม <math>O</math> มีเส้นผ่านศูนย์กลางคือ <math>\overline{BC}</math> จงตอบคำถามต่อไปนี้</p>  <ol style="list-style-type: none"> <li>ถ้า <math>m(\hat{A}BO) = 30</math> องศา จงหาขนาดของมุมต่อไปนี้ (ระบุนิยาม/ทฤษฎีบทที่ใช้ในการหาคำตอบแต่ละข้อ)             <ol style="list-style-type: none"> <li><math>m(\hat{B}AO)</math> (แนะ: <math>\triangle BOA</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด)</li> <li><math>m(\hat{A}OC)</math></li> <li>ความยาวของส่วนโค้ง <math>CA</math></li> </ol> </li> <li>ความสัมพันธ์ระหว่าง <math>m(\hat{A}OC)</math> และ <math>m(\hat{A}BC)</math> คืออะไร (แนะ: หาค่าอัตราส่วนระหว่างขนาดของมุมทั้งสอง)</li> <li>ถ้า <math>m(\hat{A}BO) = 40</math> องศา ความสัมพันธ์ระหว่าง <math>m(\hat{A}OC)</math> และ <math>m(\hat{A}BC)</math> จะเปลี่ยนแปลงหรือไม่ จงอธิบาย</li> <li>จงเติมคำลงในช่องว่าง <b>ทฤษฎีบทมุมในส่วนโค้งของวงกลม:</b> ขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม..(เป็นครึ่งหนึ่ง)..ของขนาดของ(มุมที่จุดศูนย์กลาง)..ที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้น</li> </ol>

ภาพ 1 กิจกรรมทางคณิตศาสตร์กับระดับความสามารถในการเริ่มต้นแก้ปัญหา(Wong, & Bukalov, 2013) (ต่อ)

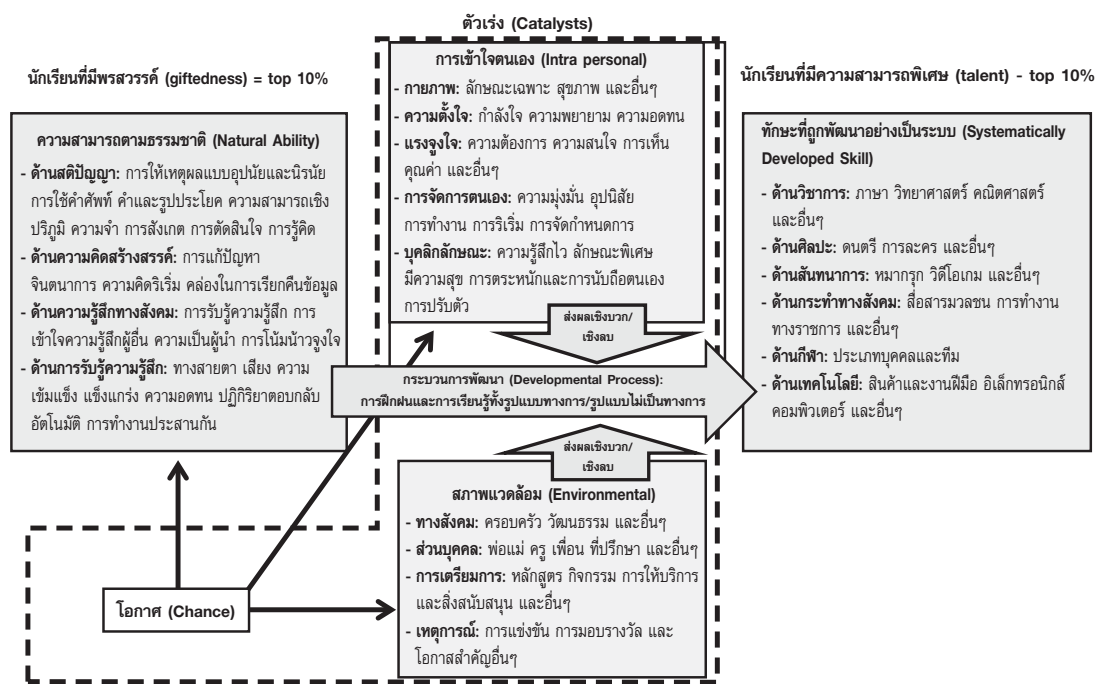
ระดับ	รายละเอียดของใบงาน/ใบกิจกรรม
	<p>ขนาดของมุมในส่วนโค้งของวงกลม..(เป็นครึ่งหนึ่ง)..ของขนาดของ(มุมที่จุดศูนย์กลาง)..ที่รองรับด้วยส่วนโค้งนั้น</p> <p>5. จากวงกลม <math>O</math> ที่กำหนดให้ในแต่ละรูป จงหาขนาดของมุมที่แทนตัวแปรแต่ละตัว</p> 
ระดับ 1	<p>6. จากข้อ 5c, 5d และ 5e แสดงให้เห็นตัวอย่างของทฤษฎีบทในข้อ 6.1) – 6.3) จงเติมคำในช่องว่างให้สมบูรณ์ (พิจารณาภายใต้เงื่อนไข วงกลมเดียวกันหรือวงกลมที่เท่ากัน)</p> <p>6.1) มุมในส่วนโค้งของวงกลม 2 มุมใด ๆ ที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกันจะมีขนาด... (เท่ากัน)...</p> <p>6.2) มุมในครึ่งวงกลมมีขนาดเท่ากับ.....(90 องศา).....</p> <p>6.3) ถ้าเส้นตรง 2 เส้นที่ตัดส่วนโค้งของวงกลม...(ขนานกัน)....แล้วส่วนโค้งของวงกลมที่ถูกตัดด้วยเส้นตรงคู่นั้นจะ...(เท่ากัน)...</p>
ระดับ 2	<p>7. จงหาอัตราส่วนระหว่างมุมในส่วนโค้งของวงกลมและมุมที่จุดศูนย์กลางของวงกลมที่รองรับด้วยส่วนโค้งเดียวกัน</p> <p>8. จุดยอดมุมของรูปสามเหลี่ยมแนบในวงกลมแบ่งส่วนโค้งของวงกลมออกเป็น 3 ส่วน มีอัตราส่วนเป็น 5 : 6 : 7 จงหาขนาดมุมที่เล็กที่สุดของรูปสามเหลี่ยมที่แนบในวงกลมดังกล่าว</p> <p>9. กำหนดให้ <math>P, Q, R</math> เป็นจุดที่อยู่บนวงกลม <math>O</math> และ <math>m(\widehat{POQ}) = 60</math> องศา จงหา <math>m(\widehat{PRQ})</math></p> <p>10. กำหนดให้ <math>ABCD</math> เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม <math>O</math> ดังรูป</p>  <p>10.1) จงหาขนาดของมุม <math>w, x, y, z</math></p> <p>10.2) จากข้อ 10.1) จงเติมคำในช่องว่างให้สมบูรณ์</p> <p><b>ทฤษฎีบท:</b> ถ้า...(รูปสี่เหลี่ยม).....แนบใน...(วงกลม).....แล้วมุมตรงข้าม...(รวมกันเท่ากับ 180 องศา).....</p> <p>11. กำหนดให้ <math>EFGH</math> เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม <math>O</math> และ <math>m(\widehat{EFG}) = 70</math> องศา จงหา <math>m(\widehat{EHG})</math></p>

ภาพ 1 กิจกรรมทางคณิตศาสตร์กับระดับความสามารถในการเริ่มต้นแก้ปัญหา(Wong, & Bukalov, 2013) (ต่อ)

ระดับ	รายละเอียดของใบงาน/ใบกิจกรรม
ระดับ 3	<p>12. กำหนดให้ <math>ABCD</math> เป็นรูปสี่เหลี่ยมแนบในวงกลม <math>O</math> และ <math>m(\hat{A}) = x^2 + 140</math>, <math>m(\hat{C}) = 3x</math> จงแสดงแนวคิดในการหา <math>m(\hat{A}), m(\hat{B}), m(\hat{C}), m(\hat{D})</math> หากไม่สามารถหาได้ ให้ระบุว่าเพราะเหตุใด</p> <p>13. กำหนดให้ <math>ABC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมแนบในวงกลม <math>O</math> โดยมี <math>\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}</math> เป็นรัศมีของวงกลม และ <math>m(\hat{A}\hat{C}O) = 35</math> องศา จงหา <math>m(\hat{A}\hat{C}O)</math> และ <math>m(\hat{A}\hat{B}C)</math> พร้อมอธิบาย</p> <p>14. วงกลม <math>O</math> มีเส้นผ่านศูนย์กลางคือ <math>\overline{AFOD}</math> และ <math>\overline{EOC}</math> และ <math>ADC</math> เป็นรูปสามเหลี่ยมแนบในวงกลม <math>B</math> เป็นจุดที่อยู่บนวงกลม มี <math>\overline{EFB}</math> เป็นคอร์ด และ <math>m(\hat{A}\hat{F}B) = 100</math> องศา <math>m(\hat{C}\hat{O}D) = 60</math> องศา จงหา <math>m(\hat{B}\hat{E}C)</math> พร้อมอธิบาย</p>
ระดับ 4	<p>15. วงกลม <math>O</math> มีคอร์ด <math>\overline{AB}, \overline{CD}</math> ตัดกันที่จุด <math>E</math> จงพิสูจน์ว่า <math>\triangle ADE \sim \triangle CBE</math> และ <math>CE \cdot DE = BE \cdot EA</math></p> <p>16. จงพิสูจน์ทฤษฎีบทในข้อ 6 และ ข้อ 10.2)</p> <p>17. จงพิสูจน์ทฤษฎีบทรูปสามเหลี่ยมแนบในวงกลม (แนะ: แยกพิจารณาจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็น 3 กรณีคือ อยู่บนด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยม อยู่ภายในรูปสามเหลี่ยม หรืออยู่ภายนอกรูปสามเหลี่ยม)</p>
ส่วนสรุป	<p>18. ให้ <math>ABCD</math> เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานแนบในวงกลม <math>O</math></p> <p>18.1) จงเขียนภาพจากข้อมูลที่กำหนดให้</p> <p>18.2) จากรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานในข้อ 18.1) นักเรียนสามารถสรุปอะไรได้บ้าง (แนะ: รูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่สร้างต้องเป็นรูปสี่เหลี่ยมชนิดใด)</p> <p>18.3) จงพิสูจน์ข้อความคาดการณ์ในข้อ 18.2) (แนะ: ใช้ทฤษฎีบทที่เรียนในวันนี้ อย่างน้อยหนึ่งทฤษฎีบท)</p>

สำหรับการวัดและการประเมินผลหลักสูตรนั้น หากเราต้องการเน้นให้ผู้เรียนคิดแบบลึกซึ้ง และมีความหมายในทางคณิตศาสตร์ และได้รับการพัฒนาอย่างเต็มศักยภาพ ครูต้องจัดกิจกรรมการเรียนการสอนที่เสริมสร้างและพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ เครื่องมือและวิธีการที่ใช้ในการวัดและประเมินผลที่เหมาะสมจึงต้องเปิดหรือสร้างโอกาสในการเรียนรู้ให้กับผู้เรียนได้แสดงออกซึ่งความสามารถด้านการสร้างปัญหาใหม่ การสร้างแบบรูปทั่วไป การแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย การเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่หลากหลายและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ (Gavin & Sheffield, 2010: 68)

ภาพรวมของการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษได้ดังภาพ 2



ภาพ 2 แนวทางการพัฒนา “Gifted Students” ไปสู่ “Talented Students” (Gagn?, 2003)

จากภาพข้างต้นแสดงให้เห็นกรอบแนวคิดในการพัฒนาผู้เรียนที่มีพรสวรรค์ไปสู่นักเรียนที่มีความสามารถพิเศษโดยเริ่มจากการจำแนกประเภทของความสามารถทางพรสวรรค์ จากนั้นผู้เรียนจะเข้าไปสู่กระบวนการฝึกฝนและการเรียนรู้เพื่อไปสู่การพัฒนาความสามารถพิเศษนั้นในรูปแบบที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการโดยมีปัจจัยหลายอย่างที่อาจส่งผลเชิงบวกหรือเชิงลบต่อการพัฒนาดังกล่าว ทั้งที่มาจากสภาพแวดล้อมและการเข้าใจตนเอง และปัจจัยหนึ่งที่มีความสำคัญคือ “การได้รับโอกาสหรือไม่ได้รับโอกาส” ในการถูกระบุและพัฒนาความสามารถพิเศษ ดังเช่นผู้เรียนหลายคนที่จะได้รับการระบุว่าเป็นผู้ที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ แต่ก็ไม่ได้มีโอกาสในการพัฒนาความสามารถหรือได้รับการพัฒนาผ่านรูปแบบหลักสูตรที่ไม่เหมาะสม อีกกลุ่มคือไม่ได้รับแม้แต่โอกาสที่จะถูกระบุว่า



เป็นผู้ที่มีความสามารถพิเศษอาจด้วยมาจากเหตุผลบางประการ เป็นต้นว่า หากกำหนดเกณฑ์ในการระบุผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษคือ การใช้คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนทุกวิชา(ผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษประเภท high achiever/successful) ผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษบางกลุ่มจะไม่ได้รับการพิจารณาเลย เช่น กลุ่มผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษประเภท Gifted Learning Disabled (GLD) คือกลุ่มผู้ที่มีความสามารถอันโดดเด่นอย่างมากเพียงด้านใดด้านหนึ่ง ในขณะที่ด้านอื่น ๆ เข้าข่ายบกพร่องทางการเรียนรู้ (New South Wales Department of Education and Training, 2004: 13)

ในส่วนของการฝึกฝนและการเรียนรู้โดยผ่านกระบวนการพัฒนาทั้งรูปแบบที่เป็นทางการและไม่เป็นทางการนั้น ครูและนักการศึกษาคณิตศาสตร์ไม่จำเป็นต้องตัดสินใจเลือกให้ผู้เรียนเข้าไปสู่การพัฒนาความสามารถในหลักสูตรประเภทใดประเภทหนึ่ง เพราะหลักสูตรที่ดีและเหมาะสมกับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษบางด้านอาจจะต้องผสมผสานกันระหว่างแนวคิดของหลักสูตรมากกว่าหนึ่งรูปแบบ ดังนั้นในการพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษจึงไม่สามารถสรุปได้ว่าหลักสูตรใดดีและเหมาะสมที่สุดที่จะนำไปใช้ในห้องเรียน แต่ที่ควรคำนึงอย่างที่สุดคือ การพัฒนาหลักสูตรรูปแบบนั้นต้องสอดคล้องกับเป้าหมายในการพัฒนาหลักสูตร ระดับความสามารถ ความสนใจและความต้องการของผู้เรียน เพื่อที่จะนำไปสู่การพัฒนาผู้เรียนได้เต็มตามศักยภาพ

## บทสรุป

การพัฒนาหลักสูตรคณิตศาสตร์สำหรับนักเรียนที่มีความสามารถพิเศษประกอบไปด้วยวิธีการและขั้นตอนในการดำเนินการในหลายขั้นตอน แต่ละขั้นตอนมีรายละเอียดที่ซับซ้อนและมีข้อควรระวังหลายประการ มีความจำเป็นอย่างยิ่งที่ครูและนักการศึกษาคณิตศาสตร์จะต้องศึกษาและทำความเข้าใจในแต่ละขั้นตอนให้เข้าใจอย่างถ่องแท้ก่อนการพัฒนาหลักสูตร ทั้งนี้เพื่อให้ได้หลักสูตรหรือกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ที่ตอบสนองต่อความสามารถ ความต้องการและความสนใจของผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษทางคณิตศาสตร์ เป็นการสร้างโอกาสการเรียนรู้ให้กับผู้เรียนได้ฝึกฝน และพัฒนาตนเองให้เต็มขีดความสามารถ นำไปสู่การเป็นทรัพยากรบุคคลที่เป็นกำลังสำคัญในการพัฒนาประเทศให้มีขีดความสามารถในการแข่งขันทัดเทียมกับประเทศอื่นในทุก ๆ ด้าน

## รายการอ้างอิง

### ภาษาไทย

- กระทรวงศึกษาธิการ. (2553). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542 แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2) พ.ศ. 2545 และ (ฉบับที่ 3) พ.ศ. 2553. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- เกรียงศักดิ์ สังข์ชัย. (2542). การจัดการศึกษาแนวใหม่: การพัฒนาศักยภาพเด็กและเยาวชนผู้มีความสามารถพิเศษ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ใจทิพย์ เชื้อรัตนพงษ์. (2539). การพัฒนาหลักสูตร: หลักการและแนวปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร: อลีน เพรส.
- เฉลียวศรี พิบูลชล, อรุณี วิริยะจิตรา และอุษณีย์ อนุรุทธวงศ์. (2554). การพัฒนามาตรฐานการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษ. กรุงเทพมหานคร: บริษัท ออฟเซ็ท จำกัด.
- มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช สาขาวิชาศึกษาศาสตร์. (2554). ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 11. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- สงัด อุทรานันท์. (2532). พื้นฐานและหลักการพัฒนาคณิตศาสตร์. (พิมพ์ครั้งที่ 3). กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์มิตรสยาม.
- สาคร บุญดาว. (2554). ประมวลสาระชุดวิชาสารัตถะและวิทยวิธีทางคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 11: กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับผู้เรียนที่มีความสามารถพิเศษ. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมมาธิราช.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2541). แผนพัฒนาการศึกษาสำหรับเด็กและเยาวชนผู้มีความสามารถพิเศษ. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ปฏิบัติการแห่งชาติเพื่อการพัฒนาคน สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ.
- สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2544). คณิตศาสตร์จรย: คู่มือการจัดการศึกษาสำหรับผู้มีความสามารถพิเศษด้านคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: บริษัท พิมพ์ดี จำกัด.
- สำนักงานเลขาธิการสภาการศึกษา. (2548). ยุทธศาสตร์การพัฒนาเด็กและเยาวชนที่มีความสามารถพิเศษ. กรุงเทพมหานคร: บริษัท พิมพ์ดี จำกัด.
- สำนักบริหารงานการมัธยมศึกษาตอนปลาย สพฐ. (2559). แนวทางจัดการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21. สืบค้นจาก [http://webs.rmutl.ac.th/assets/upload/files/2016/09/20160908101755\\_\\_51855.pdf](http://webs.rmutl.ac.th/assets/upload/files/2016/09/20160908101755__51855.pdf)
- อุษณีย์ โปธิสุข. (2541). การศึกษาสำหรับเด็กที่มีความสามารถพิเศษ. รายงานการวิจัยประกอบร่างพระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ. 2542. กรุงเทพมหานคร: เซเวน พรินต์ติ้งกรุ๊ป จำกัด.

## ภาษาอังกฤษ

- Betts G.T., & Neihart, M (1988). Profiles of the Gifted and Talented. *Gifted Child Quarterly*, 32(2), 248-253.
- Gagné, F. (2003). Transforming Gifts into Talents: The DMGT as a Developmental Theory. In N. Colangelo and G.A. Davis (Eds.), *Handbook of Gifted Education* (3rd ed), (pp. 60-74). Boston: Allyn & Bacon.
- Gavin M. K., & Sheffield, L.N.. (2010). *The Peak in the Middle: Developing Mathematically Gifted Students in the Middle Grades*. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. pp. 58-64.
- New South Wales Department of Education and Training. (2004). *Policy and Implementation Strategies for Education of Gifted and Talented Students: Identification*. Revised 2004. New South Wales: Department of Education and Training.
- Roets, L. (2003). *Modifying Standard Curriculum for High Ability Students*. New Sharon, IA: Leadership Publishing.
- U.S. Department of Education. (1993). *Nation Excellent: The Case for Developing Americas Talent*. Washington, D.C.: Government Printing Office.
- Van Tassel-Baska, J. (1993). *Comprehensive Curriculum for Gifted Learners*. Boston: Allyn & Bacon.
- Van Tassel-Baska, J. (1996). *The Process of Talent Development*. In J. Van Tassel-Baska, D.T. Johnson, & L.N. Boyce (Eds.), *Developing Verbal Talent*. Boston: Allyn & Bacon. pp. 3-22.
- Wilkins, M. M., & Wilkins, J. M., & Oliver, T. (August, 2006). Differentiating the Curriculum for Elementary Gifted Mathematics Students. *Teaching Children Mathematics*. Reston: The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. pp. 6-13.
- Wong, B., & Bukalov, L. (August, 2013). Improving Student Reasoning in Geometry. *Mathematics Teacher*. 107(1): 54-60.

### ผู้เขียน

อาจารย์ ดร.จงกล ทำสวน อาจารย์ประจำสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อีเมล: Jongkol.t@chula.ac.th