

# Journal of Education Studies

---

Volume 35  
Issue 2 October-December 2006

Article 1

---

October 2006

## หัวใจของการสอนคณิตศาสตร์

วิชัย พาณิชย์สวาย

Follow this and additional works at: <https://digital.car.chula.ac.th/educujournal>



Part of the [Education Commons](#)

---

### Recommended Citation

พาณิชย์สวาย, วิชัย (2006) "หัวใจของการสอนคณิตศาสตร์," *Journal of Education Studies*: Vol. 35: Iss. 2, Article 1.  
DOI: 10.58837/CHULA.EDUCU.35.2.1  
Available at: <https://digital.car.chula.ac.th/educujournal/vol35/iss2/1>

This Article is brought to you for free and open access by the Chulalongkorn Journal Online (CUJO) at Chula Digital Collections. It has been accepted for inclusion in Journal of Education Studies by an authorized editor of Chula Digital Collections. For more information, please contact [ChulaDC@car.chula.ac.th](mailto:ChulaDC@car.chula.ac.th).

# หัวใจของการสอนคณิตศาสตร์

วิชัย พาณิชย์สวย

คำว่า "หัวใจ" พจนานุกรมฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. ๒๕๕๒ (๒๕๕๖ : ๑๒๘๓) ให้ความหมายไว้ว่า หมายถึง ส่วนสำคัญแห่งสิ่งต่างๆ และถ้าจะกล่าวถึง การสอนคณิตศาสตร์เนื้อหาสาระต่าง ๆ หัวใจของการสอนแต่ละเนื้อหาสาระนั้นน่าจะอยู่ที่ส่วนใด

ถ้าจะสอนเรื่อง การบวกจำนวนที่มีสองหลัก ในชั้นประถมศึกษาปีที่ ๑ จุดประสงค์ หรือผลการเรียนรู้หลัก ๆ ที่คาดหวังให้เกิดกับผู้เรียนมีดังนี้

๑. นักเรียนได้ความคิดรวบยอด (Concept) ว่าจำนวนสองจำนวนเมื่อนำมารวมกัน ผลบวกที่ได้จะมีค่ามากขึ้น และจำนวนที่จะนำมารวมกันได้ต้องเป็นจำนวนในหลักเดียวกัน

๒. นักเรียนมีทักษะ (Skill) การบวกจำนวนที่มีสองหลักได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ

๓. นักเรียนสามารถนำความรู้ความเข้าใจ และทักษะที่ได้รับการฝึกฝนมาแล้วไปใช้แก้โจทย์ปัญหา หรือนำไปใช้ในสถานการณ์จริงได้ (Problem Solving)

หรือถ้าจะสอนเรื่อง แบบรูปของจำนวนนับ ในชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕ จุดประสงค์หรือผลการเรียนรู้หลัก ๆ ที่คาดหวังให้เกิดกับผู้เรียนมีดังนี้

๑. นักเรียนได้ความคิดรวบยอดว่า แบบรูปของจำนวนนับเป็นการแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนต่าง ๆ ตามลักษณะเฉพาะของแบบรูปนั้น ๆ ดังนั้น แบบรูปของจำนวนแบบรูปหนึ่ง ย่อมแตกต่างจากแบบรูปของจำนวนอีกแบบรูปหนึ่ง

๒. นักเรียนมีทักษะในการเขียนหรือบอกจำนวนต่าง ๆ ที่จะปรากฏขึ้นในแต่ละแบบรูปที่กำหนดให้ได้

๓. นักเรียนสามารถนำความรู้ ความเข้าใจ และทักษะที่ได้รับการฝึกฝนมาแล้วไปใช้แก้โจทย์ปัญหา หรือนำไปใช้ในสถานการณ์จริงได้ เช่น นักเรียนสามารถตอบได้ว่า เอกจะได้รับค่าตอบแทนทั้งหมดเป็นเงิน ๗๒๕ บาท จากโจทย์ปัญหาข้างล่างนี้

เอกรับจ้างทำงานในช่วงปิดเทอม วันแรกได้ค่าตอบแทน ๕ บาท  
วันที่สองได้ค่าตอบแทน ๕๕ บาท วันที่สามได้ค่าตอบแทน ๖๐ บาท  
ถ้าค่าตอบแทนที่เอกรับในแต่ละวันมีความสัมพันธ์ในลักษณะเช่นนี้  
เมื่อทำงานครบ ๑๐ วัน เอกจะได้รับค่าตอบแทนทั้งหมดเป็นเงินเท่าไร

นี่เป็นเพียงตัวอย่างที่ชี้ให้เห็นว่า หลังจากเด็กได้เรียนรู้ เรื่องการบวกจำนวนที่มีสองหลักและเรื่องแบบรูปของจำนวนแล้ว เราคาดหวังให้เด็กได้ความคิดรวบยอด หรือสาระสำคัญ มีทักษะการคิดคำนวณ และสามารถแก้โจทย์ปัญหา และสถานการณ์ได้ และไม่ว่าจะสอนเนื้อหาบทใด ชั้นใด เราก็ยังคงคาดหวัง

หวังในสามสิ่งดังกล่าวข้างต้นเสมอ จึงถือได้ว่า หัวใจของการสอนคณิตศาสตร์ คือ การสอนให้เด็กได้ความคิดรวบยอด มีทักษะการคิดคำนวณ และสามารถแก้โจทย์ปัญหา และสถานการณ์ต่างๆ ได้

เรารู้จักหัวใจของการสอนคณิตศาสตร์ สามส่วนนี้ ให้ละเอียดลึกซึ้งมากกว่านี้กันดีกว่า

### ความคิดรวบยอด (Concept)

ความคิดรวบยอด เป็นสิ่งสำคัญสิ่งแรกที่ต้องคำนึงถึงในการจัดกระบวนการเรียนรู้ทุกวิชา ไม่เพียงแต่เฉพาะวิชาคณิตศาสตร์เท่านั้น ความคิดรวบยอด เป็นรากฐานของความคิด มนุษย์จะคิดไม่ได้ ถ้าไม่มีความคิดรวบยอดเป็นพื้นฐาน (สุรางค์ โคว์ตระกูล, ๒๕๓๕ : ๑๙) ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ เป็นบันไดขั้นแรกที่จะนำพาผู้เรียนก้าวไปสู่การมีทักษะการคิดคำนวณที่ดี

วิชย พานิชย์สวาย (๒๕๕๖ : ๓๒) ได้ให้ความหมายของความคิดรวบยอด ในหนังสือสอนอย่างไรให้เด็กเก่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ว่าความคิดรวบยอด คือ “ความรู้ความเข้าใจสิ่งใดสิ่งหนึ่ง หรือเรื่องใดเรื่องหนึ่ง ในภาพรวมขององค์ความรู้ ซึ่งได้จากการประมวลข้อเท็จจริงต่างๆ” และเนื่องจากธรรมชาติของวิชาคณิตศาสตร์ เกี่ยวข้องกับการคิดอย่างเป็นระบบ มีวิธีการ ขั้นตอนในการแสวงหาคำตอบ อีกทั้งมีสาระการเรียนรู้ที่เป็นลักษณะเฉพาะอีกมากมาย ความคิดรวบยอดในวิชาคณิตศาสตร์ จึงมักบ่งบอกถึงแนวคิด วิธีการ หลักการ หรือข้อกำหนดเฉพาะ เราจึงมักพบคำว่า ความคิดรวบยอดอยู่คู่กับคำว่า หลักการ ในเอกสาร หรือหนังสือ ที่เกี่ยวข้องกับการสอนคณิตศาสตร์เสมอ โดยเขียนเป็น ความคิดรวบยอด/หลักการ ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างของความคิดรวบยอด

ความคิดรวบยอดที่บ่งบอกหลักการ หรือ วิธีการ

- จำนวนสองจำนวนที่นำมาบวกกัน

สามารถสลับที่กันได้ระหว่างตัวตั้ง และตัวบวก โดยที่ผลบวกยังคงเท่าเดิม ซึ่งเป็นสมบัติการสลับที่ของการบวก

- ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยม หาได้โดยนำความยาวทั้งสี่ด้านของรูปสี่เหลี่ยมมารวมกัน

ความคิดรวบยอดที่บ่งบอกแนวปฏิบัติ หรือข้อตกลง

- ไมโครแทรกเตอร์ เป็นอุปกรณ์สำหรับวัดขนาดของมุม
- เราสามารถย่อความยาว หรือระยะทางให้สั้นลงได้โดยใช้มาตราส่วน

ความคิดรวบยอดที่บ่งบอกข้อกำหนดเฉพาะ

- ๑ เดือน มี ๓๐ วัน หรือ ๓๑ วัน โดยสังเกตจากค่าลงท้ายของชื่อเดือน ยกเว้นเดือนกุมภาพันธ์ จะมี ๒๘ หรือ ๒๙ วัน
- มุมที่มีขนาดเล็กกว่ามุมฉาก เรียกว่ามุมแหลม
- มิลลิเมตร เซนติเมตร เมตร กิโลเมตร เป็นหน่วยวัดความยาวในระบบเมตริก มีความสัมพันธ์กันดังนี้

๑๐ มิลลิเมตร	เท่ากับ ๑ เซนติเมตร
๑๐๐ เซนติเมตร	เท่ากับ ๑ เมตร
๑,๐๐๐ เมตร	เท่ากับ ๑ กิโลเมตร

ความคิดรวบยอดที่บ่งบอกขั้นตอน

- การทำจำนวนคละให้เป็นเศษเกิน ทำได้โดยนำตัวส่วนไปคูณกับจำนวนเต็ม แล้วบวกกับตัวเศษ
- เราสามารถตรวจสอบผลหาร โดยใช้ความสัมพันธ์ดังนี้

$$(\text{ผลหาร} \times \text{ตัวหาร}) + \text{เศษ} = \text{ตัวตั้ง}$$

ความคิดรวบยอดที่ได้จากการสังมประสบการณ์

- เงินเหรียญ และธนบัตร เป็นสิ่งที่ใช้ในการซื้อขายสิ่งของต่างๆ
- นาฬิกา เป็นเครื่องมือที่ใช้บอกเวลา หน้าปัดนาฬิกา จะมีเข็มสั้น เข็มยาว และตัวเลข ๑ - ๑๒ เข็มยาวบอกเวลาเป็นนาที เข็มสั้นบอกเวลาเป็นชั่วโมง

### การสอนความคิดรวบยอด

การสอนความคิดรวบยอด มี ๒ วิธีใหญ่ๆ คือ

๑. วิธีสอนแบบ Deductive
๒. วิธีสอนแบบ Inductive

#### วิธีสอนแบบ Deductive

เรามักเรียกวิธีสอนแบบนี้แตกต่างกันไป เช่น วิธีอนุমান วิธีนิรนัย ซึ่งบางครั้งก่อนข้างลับสนผู้เขียนจึงพึงพอใจที่จะเรียกทับศัพท์ว่าวิธี Deductive มากกว่า วิธีสอนแบบ Deductive เป็นการสอนโดยให้ความคิดรวบยอด/หลักการ ก่อน แล้วจึงให้ผู้เรียนนำหลักการที่ได้ไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ต่างๆ ขั้นตอนของวิธีสอนแบบ Deductive มีดังนี้

๑. ให้ความคิดรวบยอด/หลักการ ของเรื่องที่จะสอน
๒. ให้ตัวอย่าง และสิ่งที่ไม่ใช่ตัวอย่างของความคิดรวบยอด/หลักการ นั้น
๓. ฝึกใช้ความคิดรวบยอด/หลักการ กับตัวอย่างใหม่ๆ
๔. สรุปลความคิดรวบยอด/หลักการ ที่ได้เรียนอีกครั้ง

#### วิธีสอนแบบ Inductive

เรามักเรียกวิธีสอนแบบนี้แตกต่างกันไปเช่นกัน เช่น วิธีอุปมาน วิธีอุปนัย ผู้เขียนจึงขอเรียกทับศัพท์ว่าวิธี Inductive วิธีสอนแบบ Inductive เป็นการสอนโดยให้สังเกตตัวอย่าง หรือรวบรวมข้อมูล

จำแนกความเหมือน ความแตกต่างก่อนแล้วจึงให้ผู้เรียนสรุปเป็นความคิดรวบยอด/หลักการ ในภายหลัง ขั้นตอนของวิธีสอนแบบ Inductive มีดังนี้

๑. นำเสนอข้อมูล หรือตัวอย่างต่างๆ
  ๒. ให้ผู้เรียนสังเกตข้อมูล หรือตัวอย่าง พร้อมจำแนกความเหมือน ความแตกต่าง โดยข้อมูลหรือตัวอย่างต้องมีปริมาณเพียงพอต่อการสรุป
  ๓. ให้ผู้เรียนสรุปความคิดรวบยอด/หลักการ จากข้อมูลหรือตัวอย่าง
  ๔. ฝึกใช้ความคิดรวบยอด/หลักการ กับตัวอย่างใหม่
- ลองศึกษาตัวอย่างการสอนความคิดรวบยอด ๓ ตัวอย่าง ด้วยวิธี Deductive Method และ Inductive Method ต่อไปนี้

### วิธีสอนแบบ Deductive Method และ Inductive Method

ตัวอย่าง A

เรื่อง จำนวนเฉพาะ

ขั้นนำ ทบทวนความหมายของตัวประกอบ และยกตัวอย่างตัวประกอบของจำนวนต่างๆ

ขั้นสอน ๑. ครูและนักเรียนช่วยกันเขียนตัวประกอบของจำนวนต่อไปนี้

- ตัวประกอบของ ๕ คือ ๑, ๕
- ตัวประกอบของ ๘ คือ ๑, ๒, ๔, ๘
- ตัวประกอบของ ๑๒ คือ ๑, ๒, ๓, ๔, ๖, ๑๒

๖, ๑๒

- ตัวประกอบของ ๑๓ คือ ๑, ๑๓
- ตัวประกอบของ ๒๑ คือ ๑, ๓, ๗, ๒๑
- ตัวประกอบของ ๑๙ คือ ๑, ๑๙

๒. ให้นักเรียนจัดจำนวนข้างต้น คือ ๕, ๘, ๑๒, ๑๓, ๒๑, ๒๙ เป็น ๒ กลุ่ม

โดยให้ ๕ เป็นจำนวนในกลุ่มที่ ๑ และ ๘ เป็นจำนวนในกลุ่มที่ ๒ จำนวนที่เหลือ ควรจัดอยู่ในกลุ่มใด

กลุ่มที่ ๑	กลุ่มที่ ๒
<p>ได้แก่ จำนวน ๕ , ๑๓ , ๒๙                      ลักษณะร่วมของจำนวนในกลุ่มนี้                      คือ แต่ละจำนวนมีตัวประกอบ                      เพียง ๒ ตัว เท่านั้น คือ ๑ กับตัว                      มันเอง</p>	<p>ได้แก่ จำนวน ๘ , ๑๒ , ๒๑                      ลักษณะร่วมของจำนวนในกลุ่มนี้                      คือ แต่ละจำนวนมีตัวประกอบ                      มากกว่า ๒ ตัว</p>

เราเรียกจำนวนในกลุ่มที่ ๑ ว่า จำนวนเฉพาะ

เราเรียกจำนวนในกลุ่มที่ ๒ ว่า จำนวนที่ไม่ใช่จำนวนเฉพาะ (ในอดีตเรียกจำนวนแต่ง)

๓. ช่วยกันสรุปความคิดรวบยอดของเรื่องนี้ จำนวนนับที่มากกว่า ๑ ที่มี ตัวประกอบเพียง ๒ ตัว คือ ๑ และตัวมันเอง เรียกว่าจำนวนเฉพาะ

๔. ให้นักเรียนฝึกหาจำนวนเฉพาะอื่นๆ เพิ่มเติม พร้อมบอกตัวประกอบของจำนวนเฉพาะเหล่านั้น

### ตัวอย่าง B

เรื่อง การบวกจำนวนที่มีสองหลักมีทด

ขั้นนำ ๑. ทบทวนการบวกจำนวนที่มีหลักเดียว

๒. ทบทวนการบวกจำนวนเต็มสิบ

ขั้นสอน ๑. ครูแสดงวิธีหาผลบวกของจำนวนที่มีสองหลัก มีทด

ตัวอย่างที่ ๑

$$\begin{array}{r}
 25 \longrightarrow 20 + 5 \\
 + \\
 45 \longrightarrow 40 + 5 \\
 \hline
 71 \longrightarrow 60 + 11 \\
 = 70 + 1 \\
 = 71
 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ ๒

$$\begin{array}{r}
 67 \longrightarrow 60 + 7 \\
 + \\
 15 \longrightarrow 10 + 5 \\
 \hline
 82 \longrightarrow 70 + 12 \\
 = 80 + 2 \\
 = 82
 \end{array}$$

ตัวอย่างที่ ๓

$$\begin{array}{r}
 36 \longrightarrow 30 + 6 \\
 + \\
 9 \longrightarrow 9 \\
 \hline
 45 \longrightarrow 30 + 15 \\
 = 40 + 5 \\
 = 45
 \end{array}$$

๒. ให้นักเรียนสังเกตวิธีหาผลบวกตามตัวอย่างที่แสดงข้างต้น พร้อมสนทนาซักถาม จนได้ข้อสรุปวิธีหาผลบวกของจำนวนที่มีสองหลักมีทด

๓. ช่วยกันสรุปความคิดรวบยอดของเรื่องนี้

- การบวกจำนวนที่มีสองหลัก กระทำได้โดยนำจำนวนที่อยู่ในหลักเดียวกันมาบวกกัน

- ผลบวกของจำนวนในหลักหน่วยที่เกิน ๙ (หรือได้ผลบวกเป็นจำนวนที่มีสองหลัก) ต้องนำไป

ทดในหลักสิบ ๑ สิบ

๔. ให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างโจทย์การบวกจำนวนที่มีสองหลักมีทด พร้อมแสดงวิธีหาผลบวกอีก ๒ - ๓ ตัวอย่าง

ตัวอย่าง C

เรื่อง

การบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

ชั้นนำ

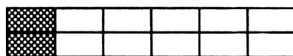
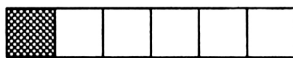
ทบทวนการบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

ชั้นสอน

๑. ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่า เศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน จะนำมาบวกกันได้หรือไม่ ถ้าไม่ได้จะมีวิธีแก้ปัญหอย่างไร พร้อมยก ตัวอย่างโจทย์

$$\frac{๑}{๖} + \frac{๕}{๑๒} = \square$$

๒. ครู และนักเรียนช่วยกันพิจารณาว่า  $\frac{๑}{๖}$  มี ๖ เป็นตัวส่วน  $\frac{๕}{๑๒}$  มี ๑๒ เป็นตัวส่วน ยังไม่สามารถบวกกันได้ ต้องทำให้ตัวส่วนเท่ากันก่อน ให้นักเรียนช่วยกันหาวิธี ซึ่งทำได้โดยนำ ๒ ไปคูณกับ  $\frac{๑}{๖}$  ทั้งตัวเศษ และตัวส่วน ครูใช้แผนภาพช่วยอธิบายพร้อมแสดงวิธีคิด ดังนี้



+



$$\begin{aligned} \frac{๑}{๖} + \frac{๕}{๑๒} &= \left( \frac{๑}{๖} \times \frac{๒}{๒} \right) + \frac{๕}{๑๒} \\ &= \frac{๒}{๑๒} + \frac{๕}{๑๒} \\ &= \frac{๗}{๑๒} \end{aligned}$$

๓. ให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างการหาผลบวกของเศษส่วนทั้งที่มีตัวส่วนเท่ากัน และไม่เท่ากัน ของจำนวนต่างๆอีก ๒ - ๓ ตัวอย่าง
๔. ให้นักเรียนฝึกหาผลบวกของเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน ๒ - ๓ ตัวอย่าง
๕. ช่วยกันสรุปความคิดรวบยอดของเรื่องนี้

การหาผลบวกของเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน สามารถทำได้  
โดยทำตัวส่วนของจำนวนเหล่านั้นให้เท่ากันก่อน แล้วจึงหาผลบวกได้  
โดยใช้วิธีเดียวกับการหาผลบวกเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน

ถึงตอนนี้ ผู้อ่านคงตอบได้ว่า ตัวอย่าง A และตัวอย่าง B เป็นการสอน ความคิดรวบยอดด้วยวิธี Inductive ส่วนตัวอย่าง C เป็นการสอนความคิดรวบยอดด้วยวิธี Deductive

## แนวคิดและแนวปฏิบัติในการสอน

### ความคิดรวบยอด

๑. ความรู้และประสบการณ์ เป็นสิ่งจำเป็นที่ช่วยในการเรียนรู้ความคิดรวบยอด ดังนั้นการเปิดโอกาสให้เด็กได้สัมผัสกับประสบการณ์ตรงหลายๆ เรื่อง หลายๆ สถานการณ์ จะช่วยให้เด็กเรียนรู้ความคิดรวบยอดได้ดีขึ้น กว้างขึ้น

๒. เนื้อหาสาระต่างๆ ของคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์เกี่ยวเนื่องกัน เนื้อหาเรื่องหนึ่งจะเป็นพื้นฐานในการเรียนรู้อีกเนื้อหาหนึ่ง การสอนความคิดรวบยอดจึงต้องคำนึงถึงความพร้อม วุฒิภาวะของผู้เรียน รวมทั้งความยากง่าย และลำดับก่อนหลังของการสอนแต่ละเนื้อหาด้วย

๓. คณิตศาสตร์มีความเป็นนามธรรมสูงยากแก่การทำความเข้าใจ ดังนั้นตัวอย่าง ของจริง แผนภาพ สัญลักษณ์ สื่อประเภทต่างๆ รวมทั้งการได้ลงมือปฏิบัติจริง จะช่วยให้การสอนความคิดรวบยอดประสบความสำเร็จมากขึ้น

### ทักษะการคิดคำนวณ (Skill)

ทักษะ มีความหมายว่า “ความชำนาญ” ทักษะการคิดคำนวณ จึงหมายถึง ความสามารถในการคิดคำนวณได้อย่างรวดเร็วและแม่นยำ แต่การคิดคำนวณคำตอบจากการกำหนดตัวเลข และเครื่องหมายให้ เช่น  $๓๘๕ + ๒๖๗$  ,  $๙๑๕ \times ๔๘$  ฯลฯ ไม่ควรจะเป็นสิ่งที่เราคาดหวังจากเด็กเพียงเท่านี้ เราคาดหวังอะไรที่มากกว่านี้ ผู้เขียนจะได้กล่าวโดยละเอียดต่อไป

เมื่อผู้เรียนมีความคิดรวบยอดแต่ละเนื้อหา สาระแล้ว จะได้รับการฝึกทักษะการคิดคำนวณต่อเนื่องทันที ในการสอนคณิตศาสตร์เกือบทุกเนื้อหา หากนักเรียนยังไม่ได้ความคิดรวบยอดเรื่องใด ทักษะการคิดคำนวณในเรื่องนั้นๆ ก็เกิดขึ้นไม่ได้

ทักษะการคิดคำนวณจึงถือเป็นหัวใจส่วนที่สองของการสอนคณิตศาสตร์

#### การสอนทักษะการคิดคำนวณ

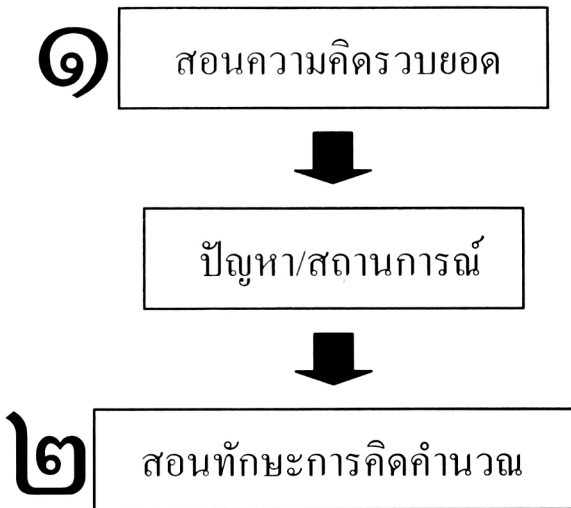
การคิดคำนวณ เป็นทักษะที่พัฒนาเกี่ยวเนื่องมาจากการเรียนรู้ความคิดรวบยอดในแต่ละเนื้อหา หากผู้สอนจัดให้เด็กได้เรียนรู้ความคิดรวบยอดอย่างถูกต้อง และเหมาะสมตามลำดับพื้นฐานก่อนหลังแล้ว การสอนและพัฒนาทักษะการคิดคำนวณก็ไม่น่าจะเป็นเรื่องยากแต่อย่างใด

สิ่งสำคัญของการสอนทักษะการคิดคำนวณที่ควรพิจารณา คือ การที่เด็กหาผลบวก ผลลบ ผลคูณและผลหารจากจำนวนที่มีหลายหลักที่โจทย์กำหนดให้ได้อย่างรวดเร็ว ถูกต้องนั้น เป็นสิ่งที่เพียงพอหรือยัง ผู้เขียนเห็นว่า การฝึกให้เด็กมีทักษะการคิดคำนวณดังกล่าว เป็นเพียงจุดประสงค์เบื้องต้นเท่านั้น คุณค่าที่แท้จริงของทักษะการคิดคำนวณ ควรจะอยู่ที่ผู้เรียนสามารถหาคำตอบได้เมื่อไปพบกับปัญหา หรือสถานการณ์จริงต่างหาก ยิ่งในโลกปัจจุบัน การคิดคำนวณคำตอบจากโจทย์ที่มีแต่ตัวเลข และเครื่องหมายลดความสำคัญลงทุกที เนื่องจากมีเครื่องมือช่วยคิดคำนวณได้อย่างสะดวก และรวดเร็วมากมาย ดังนั้นแนวปฏิบัติเกี่ยวกับการสอนทักษะการคิดคำนวณควรฝึกให้เด็กได้คิดควบคู่ไปด้วยเสมอดังนี้

๑. เชื่อมโยงการฝึกทักษะการคิดคำนวณกับโจทย์ปัญหา/สถานการณ์เข้าไว้ด้วยกัน

กล่าวคือ เมื่อผู้เรียนได้ความคิดรวบยอดเรื่องที่สอนแล้ว ให้ใช้โจทย์ปัญหา/สถานการณ์ เป็นตัวนำการฝึกทักษะการคิดคำนวณ เพื่อให้เด็กเรียนรู้ และเคยชินความสัมพันธ์ระหว่างตัวเลข เครื่องหมาย และปัญหา/สถานการณ์ แนวคิดที่นำเสนอเขียนเป็นแผนผังได้ดังนี้





**๒. ฝึกให้คิดประมาณคำตอบ**

การประมาณ หรือคะเนคำตอบอย่างคร่าว ๆ เป็นสิ่งจำเป็น และเป็นประโยชน์มากในสถานการณ์จริง เช่นไปซื้อของในห้างสรรพสินค้า มีเงินติดตัวไป ๒๕๐ บาท จะซื้อถุงเท้าราคาคู่ละ ๓๙ บาท ได้ถึง ๖ คู่หรือไม่ การคะเนคำตอบโดยนำ ๔๐ คูณกับ ๖ ได้เท่ากับ ๒๔๐ ทำให้มั่นใจได้ว่าเงินที่มีอยู่ ๒๕๐ บาท สามารถซื้อถุงเท้าได้ถึง ๖ คู่ เพราะราคาถุงเท้าจะไม่เกิน ๒๔๐ บาท อย่างแน่นอน เป็นต้น นอกจากนี้บางครั้งคำตอบจากการคาดคะเน ยังเป็นตัวช่วยเตือนให้ทราบว่า คำตอบจริงที่เราคำนวณได้ ถูกหรือผิด เช่นคำนวณ  $39 \times 6 = 234$  ก็จะทราบได้ทันทีว่าผิด เพราะคำตอบน้อยเกินไป (คำตอบควรใกล้เคียง ๒๕๐ มากที่สุด)

**๓. ฝึกให้คิดประเมินตนเอง**

การฝึกทักษะการคิดคำนวณอย่างสม่ำเสมอเป็นสิ่งจำเป็น ไม่ว่าจะเป็นการฝึกคิดในใจ หรือทำแบบฝึกทักษะเป็นระยะ ๆ อย่างต่อเนื่อง ขณะเดียวกันก็ต้องฝึกนักเรียนให้รู้จักประเมินความสามารถของตนเองด้วยว่า พอใจ/ไม่พอใจอย่างไร ควรปรับปรุงแก้ไข หรือพัฒนาทักษะเรื่องใด อย่างไร

**การแก้โจทย์ปัญหา/สถานการณ์ (Problem Solving)**

เมื่อผู้เรียนมีความคิดรวบยอด และทักษะการคิดคำนวณจากเนื้อหาสาระใดแล้ว ก็สามารถนำความรู้ และทักษะที่มีอยู่ไปใช้แก้ปัญหาที่สอดคล้องกับเนื้อหาสาระนั้นๆได้ ดังนั้นการแก้โจทย์ปัญหาจึงเป็นส่วนสำคัญส่วนสุดท้ายของการสอนคณิตศาสตร์ และถือได้ว่าเป็นส่วนที่มีความสำคัญมากที่สุด ทั้งนี้เพราะการแก้โจทย์ปัญหาเป็นขั้นตอนของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ประโยชน์อย่างแท้จริง

ก่อนที่จะกล่าวถึงการสอนโจทย์ปัญหาโดยละเอียด เราควรทำความเข้าใจกับคำๆนี้ ให้ชัดเจนตรงกันก่อนดังนี้

**โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์** หมายถึงปัญหาเชิงปริมาณที่สามารถใช้ความรู้ ความเข้าใจ และทักษะทางคณิตศาสตร์เป็นเครื่องมือในการแสวงหาคำตอบ โดยมีกรวางแผนแก้ปัญหาอย่างเป็นกระบวนการ

ปัจจุบันโจทย์ปัญหา ได้รับความสนใจ และมีความสำคัญมากขึ้นเป็นลำดับ แม้การแก้โจทย์ปัญหา จะเป็นขั้นตอนของการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ก็ตาม แต่เป็นการนำไปใช้ในขอบเขตที่แคบ และจำกัดเฉพาะในชั้นเรียนเท่านั้น เนื่องจากปัญหาเกือบทั้งหมดเป็นปัญหาในหนังสือเรียน ซึ่งส่วนใหญ่เป็นโจทย์ปัญหาที่เตรียมไว้เพื่อพัฒนาทักษะการคิดคำนวณในแต่ละเนื้อหาเป็นสำคัญ หากมุ่งหวังที่จะให้ผู้เรียนสามารถนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในวงกว้างในชีวิตจริงได้นั้น ต้องฝึกให้ผู้เรียนพบกับสถานการณ์จริง และแปลกใหม่ นักเรียนไม่เคยสัมผัสมาก่อน หากผู้เรียนสามารถแก้ปัญหาจากสถานการณ์ที่พบเห็นได้ เมื่อนั้นก็จะกล่าวได้ว่า ผู้เรียนสามารถนำความรู้ทางคณิตศาสตร์ไปใช้ได้อย่างสมบูรณ์แบบ ดังนั้นหลักสูตรการศึกษาชั้น

พื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔ ในกลุ่มที่เป็นกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ จึงมักกล่าวถึงโจทย์ปัญหาและสถานการณ์ควบคู่กันเสมอ เพื่อชี้ให้ผู้สอนตระหนักว่า การสอนโจทย์ปัญหา/สถานการณ์เป็นขั้นตอนของการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ โดยเริ่มจากการใช้ในวงแคบก่อน แล้วค่อยๆ ทยอยใช้ไปในวงที่กว้างขึ้น สอดคล้องใกล้เคียงกับชีวิตจริงมากขึ้นๆ ตามลำดับนั่นเอง

### ประเภทของโจทย์ปัญหา

ถ้าจะกล่าวถึงโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ นับว่ามีความหลากหลาย และแตกต่างกันมากมาย แต่เราพอจะจัดแบ่งเป็น ๒ ประเภทใหญ่ๆ คือ โจทย์ปัญหาในชั้นเรียน และโจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา (Le Blanc , Proudfit and Putt : 104-116)

### โจทย์ปัญหาในชั้นเรียน

#### (Standard Textbook Problems)

โจทย์ปัญหาในชั้นเรียน เป็นโจทย์ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือเรียนคณิตศาสตร์ระดับชั้นต่างๆ ซึ่งเกือบทั้งหมดเป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนคุ้นเคย รูปแบบโจทย์จำนวนมากนักเรียนพบเห็นกันมาตั้งแต่ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๑ - ๒ เพียงแต่ปรับแต่งจำนวนให้เป็นจำนวนที่มีหลายหลัก ตามระดับชั้นที่สูงขึ้นที่เป็นเช่นนี้เพราะโจทย์ปัญหาในชั้นเรียน เป็นโจทย์ปัญหาที่เตรียมขึ้นเพื่อรองรับ และพัฒนาทักษะการคิดคำนวณในแต่ละเนื้อหาสาระเป็นสำคัญ ดังนั้นการหาคำตอบของโจทย์ปัญหาประเภทนี้ จึงใช้วิธีที่เป็นข้อกำหนดกฎเกณฑ์เดิมๆ ไม่ต้องใช้ความสามารถใดๆ ที่แปลกใหม่ไปจากเดิม

### ตัวอย่างโจทย์ปัญหาในชั้นเรียน

#### ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๑

๑. เก่งมีเงิน ๒๕ บาท พ่อให้อีก ๑๕ บาท

เก่งมีเงินทั้งหมดกี่บาท

๒. ก้อยเลี้ยงปลา ๓๐ ตัว ตายไป ๘ ตัว เหลือปลากี่ตัว

#### ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๒

๑. วิทย์มีเงิน ๒๗๐ บาท แม่ให้อีก ๕๐ บาท วิทย์มีเงินทั้งหมดกี่บาท

๒. พ่อค้าเลี้ยงนกไว้ ๘๐๕ ตัว ขายไป ๑๓๘ ตัว เหลือนกกี่ตัว

๓. คุณแม่ต้องการจัดขนมใส่ถุง ๙ ถุง ถุงละ ๗ ชิ้น ต้องมีขนมทั้งหมดกี่ชิ้น

๔. โก้มีการบ้านปิดเทอม ๘๔ ข้อ แบ่งทำวันละ ๗ ข้อ จะทำการบ้านเสร็จในกี่วัน

#### ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๓

๑. วุฒิมียเงินฝากธนาคาร ๒,๔๕๐ บาท ฝากเพิ่มอีก ๑,๕๐๐ บาท วุฒิมียเงินฝากธนาคารทั้งหมดเท่าไร

๒. สินค้าชิ้นหนึ่งติดราคาไว้ ๘,๓๐๐ บาท แต่จะลดราคาให้ ๘๓๐ บาท ถ้าซื้อสินค้าชิ้นนี้ต้องจ่ายเงินกี่บาท

๓. รถไฟฟ้าขบวนหนึ่งมี 7 ตู้ แต่ละตู้บรรทุกผู้โดยสารได้ ๑๒๕ คน รถไฟฟ้าขบวนนี้บรรทุกผู้โดยสารได้มากที่สุดกี่คน

๔. มีดินสอ ๗๘๐ แท่ง นำมาจัดใส่กล่องกล่องละ ๑๒ แท่ง จะได้กี่กล่อง

ฯลฯ

### โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา

#### (Process Problems)

โจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหาคือ โจทย์ปัญหาที่นักเรียนไม่คุ้นเคย มักไม่สามารถหาคำตอบได้โดยการแปลเรื่องราวของโจทย์เป็นประโยคสัญลักษณ์ และคิดคำนวณหาคำตอบตามวิธีที่เคยใช้อยู่เดิม การแก้ปัญหามาจากสถานการณ์ใดสถานการณ์หนึ่ง ที่นักเรียนพบก็จัดเป็นโจทย์ปัญหาประเภทนี้เช่นกัน บางครั้งการคิดคำนวณหาคำตอบ

โจทย์ประเภทนี้อาจไม่ยุ่งยากเท่าโจทย์ปัญหาในชั้นเรียนด้วยซ้ำ เนื่องจากจำนวนที่ปรากฏในโจทย์ไม่ใช่จำนวนที่มีหลายหลัก แต่ผู้แก้ปัญหามักต้องใช้ความคิด การวางแผน การใช้เหตุผลในการตัดสินใจเป็นสำคัญ และคำตอบที่ได้อาจมีมากกว่า ๑ คำตอบ ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับโจทย์ หรือสถานการณ์ที่มีลักษณะเฉพาะแตกต่างกันไป

### ตัวอย่างโจทย์ปัญหาที่เน้นกระบวนการแก้ปัญหา

๑. มีนกกกับสุนัขรวมกัน ๒๐ ตัว นับขาารวมกันได้ทั้งหมด ๕๒ ขา จะมีนกกี่ตัว และสุนัขกี่ตัว

๒. คุณย่ามอบเงินจำนวนหนึ่งให้หลาน ๓ คน โดยอนันยาได้รับมากกว่าบุญทริกา ๔๐๐ บาท และชรัญญาได้รับสามเท่าของที่บุญทริกาได้รับ ถ้าชรัญญาได้รับ ๓๐๐ บาท อนันยาจะได้รับเงินกี่บาท

(ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ โครงการพัฒนาอัจฉริยภาพทางวิทยาศาสตร์ และคณิตศาสตร์ รอบแรก ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๓ ประจำปี พ.ศ. ๒๕๔๖)

๓. เย็นวันศุกร์ วิทยาไปเรียนดนตรี บ่ายวันรุ่งขึ้นไปเรียนว่ายน้ำ พอถึงเช้าวันอาทิตย์ไปเรียนภาษาอังกฤษ ส่วนวันพุธที่จะถึงนี้จะไปซื้อเครื่องเพลง ถ้าผลบวกของวันที่ของสามวันแรกที่เขาไปเรียนพิเศษมีค่า ๔๘ วิทยาต้องไปซื้อเครื่องเพลงวันที่เท่าไร

๔. ก้องต้องการซื้อรองเท้ากีฬา จึงขอเงินจากแม่ แม่ถามราคาของรองเท้าที่จะซื้อ ก้องตอบว่าราคาประมาณ ๔๐๐ บาท แม่จึงให้เงินก้อง ๕๐๐ บาท พร้อมสั่งว่า "ซื้อรองเท้าแล้ว ช่วยซื้อผลไม้กลับบ้านสัก ๒ ชนิด" ก้องควรตัดสินใจเลือกซื้อผลไม้ชนิดใดบ้าง และแต่ละชนิดมากน้อยเพียงไร จึงจะพอเหมาะกับจำนวนสมาชิกในบ้าน ๔ คน คือ พ่อ แม่ ก้อง และน้องสาว ข้อมูลเกี่ยวกับราคาสิ่งต่างๆ มีดังนี้

รองเท้ากีฬา ๔๑๕ บาท

มังคุดกิโลกรัมละ	๔๐	บาท
เงาะกิโลกรัมละ	๒๘	บาท
ฝรั่งกิโลกรัมละ	๒๕	บาท
ลิ้นจี่กิโลกรัมละ	๘๐	บาท
ลองกองกิโลกรัมละ	๑๐๐	บาท

โจทย์ปัญหา/สถานการณ์นี้ มีหลายคำตอบ เช่น คำตอบที่ ๑

เลือกซื้อ มังคุด ๑ กิโลกรัม	๔๐	บาท
เงาะ ๑ กิโลกรัม	๒๘	บาท
รวม	๖๘	บาท

เหลือเงินจากการซื้อรองเท้า ๘๕ บาท

เหลือเงินกลับไปคืนแม่ ๑๗ บาท

คำตอบที่ ๒

เลือกซื้อ ลิ้นจี่ครึ่งกิโลกรัม	๔๐	บาท
มังคุด ๑ กิโลกรัม	๔๐	บาท
รวม	๘๐	บาท

เหลือเงินจากการซื้อรองเท้า ๘๕ บาท

เหลือเงินกลับไปคืนแม่ ๕ บาท

### การสอนแก้โจทย์ปัญหา/สถานการณ์

การแก้ปัญหา/สถานการณ์ เป็นขั้นตอนของการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ ดังนั้นการที่นักเรียนจะสามารถหาคำตอบจากปัญหา/สถานการณ์ ได้นั้น ต้องอาศัยความรู้ ความสามารถ และทักษะหลายๆ ด้านประกอบกัน เช่นมีทักษะการอ่าน ทักษะการคิด ทักษะการใช้เหตุผล ทักษะการคิดคำนวณ รวมทั้งต้องรู้จักวางแผนเพื่อหาคำตอบ ขั้นตอนการแก้โจทย์ปัญหา/สถานการณ์จึงเป็นสิ่งที่มีความสำคัญยิ่ง

ขั้นตอนการสอนโจทย์ปัญหามี ๔ ขั้นตอน ดังนี้ (Polya : 5-6)

๑. ขั้นทำความเข้าใจกับปัญหา (Understanding the Problem)
๒. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา (Devising a Plan)
๓. ขั้นลงมือแก้ปัญหา (Carrying out the Plan)

๔. **ขั้นทบทวนปัญหาและคำตอบ (Looking Back)**

### ขั้นทำความเข้าใจกับปัญหา

การทำความเข้าใจกับปัญหา ถือเป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาที่มีความสำคัญยิ่ง การแก้ปัญหาได้ก็ตาม หากไม่เข้าใจปัญหานั้นเป็นเบื้องต้นแล้วก็ไม่สามารถแก้ปัญหาได้ การทำความเข้าใจกับปัญหา ต้องอาศัยทักษะการอ่านทำความเข้าใจ เพื่อให้ได้ประเด็นหลักๆ ต่อไปนี้

#### โจทย์บอกอะไร

- มีข้อมูลอะไรที่เราได้จากโจทย์

#### โจทย์ถามอะไร

- ปัญหา/สถานการณ์นี้ ถามอะไร
- ข้อมูลที่ได้จากโจทย์เพียงพอหรือไม่ มี

ข้อมูลใดที่ต้องหาเพิ่มเติม

- มีข้อมูลใดที่โจทย์กำหนด แต่ไม่จำเป็นต้องนำมาใช้หาคำตอบ

#### จินตนาการ

ในระหว่างที่ค้นหาสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ถาม นักเรียนควรจินตนาการภาพโดยรวมของปัญหาที่กำลังหาคำตอบอยู่นั้นด้วย จะทำให้นักเรียนเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาชัดเจนขึ้น

### ขั้นวางแผนแก้ปัญหา

การวางแผนแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนที่ต่อเนื่องจากขั้นทำความเข้าใจกับปัญหา นักเรียนจะต้องพิจารณาว่า ข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มีความสัมพันธ์เกี่ยวข้องกันอย่างไร สามารถเชื่อมโยงไปสู่การหาคำตอบได้หรือไม่ อย่างไร คำตอบของปัญหานี้ควรเป็นเช่นไร เช่นมากขึ้น และมากขึ้นในลักษณะใด หรือน้อยลง และน้อยลงในลักษณะใด เมื่อพิจารณาประเด็นเหล่านี้ได้แล้ว ก็จะตัดสินใจเลือกวิธีหาคำตอบ (บวก ลบ คูณ หาร)

### ขั้นลงมือแก้ปัญหา

ขั้นลงมือแก้ปัญหา เป็นขั้นตอนของการหาคำตอบ ความสามารถด้านทักษะการคิดคำนวณ จะเข้ามาเกี่ยวข้องในขั้นตอนนี้มาก แต่อย่างไรก็ตาม นักเรียนที่มีทักษะการคิดคำนวณดีอยู่แล้ว ก็อาจพลาดในขั้นตอนนี้ได้ ผู้สอนจึงควรฝึกฝนนักเรียนในเรื่องต่อไปนี้

- ฝึกให้รู้จักประมาณคำตอบของโจทย์ปัญหา

- ฝึกให้ตรวจสอบการคิดคำนวณทุกขั้นตอน อย่างระมัดระวัง

- ฝึกให้ตรวจสอบคำตอบที่ได้ ว่ามีเหตุผลสอดคล้องกับข้อมูลของโจทย์หรือไม่

- ฝึกให้สรุปคำตอบให้ชัดเจน และตรงกับที่โจทย์ถาม

### ขั้นทบทวนปัญหาและคำตอบ

การทบทวนปัญหาและคำตอบ เป็นขั้นตอนที่นักเรียนส่วนใหญ่ละเลย ไม่ให้ความสำคัญ และไม่นึกถึงทั้งที่มีความสำคัญยิ่ง นักเรียนที่ทำผิดพลาดจากขั้นตอนที่แล้ว สามารถใช้ขั้นตอนนี้ตรวจสอบความถูกต้องได้เป็นอย่างดี ผู้สอนจึงควรฝึกฝนนักเรียนในเรื่องต่อไปนี้

- ฝึกให้ตรวจสอบว่า ตอบคำถามได้ตรงตามที่โจทย์ต้องการหรือไม่

- ฝึกให้ตรวจคำตอบ ว่าคิดคำนวณได้ถูกต้องหรือไม่

- ฝึกให้พิจารณาความเป็นไปได้ของคำตอบที่คำนวณได้ สอดคล้องกับข้อมูลของโจทย์หรือไม่

- ฝึกทดลองหาคำตอบด้วยวิธีอื่นๆ เพื่อยืนยันความถูกต้องของคำตอบที่คำนวณได้

## ข้อควรคำนึงในการสอนแก้โจทย์ปัญหา/ สถานการณ์

๑. การแก้โจทย์ปัญหา/สถานการณ์ เป็นการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตจริงดังได้กล่าวมาแล้วแต่ต้น การสอนโจทย์ปัญหา/สถานการณ์ จึงต้องสอนให้สอดคล้องและกลมกลืนไปกับชีวิตประจำวันของผู้เรียนให้มากที่สุด ควรแทรกปัญหาหรือสถานการณ์ต่างๆ ให้นักเรียนได้ฝึกคิดทุกครั้งที่มีสภาพการณ์อำนวย ไม่ใช่สอนโจทย์ปัญหา/สถานการณ์เฉพาะเมื่อถึงบทเรียนส่วนที่เป็นโจทย์ปัญหาในแต่ละเนื้อหาเท่านั้น

๒. จัดการเรียนการสอนในบรรยากาศของการสนทนาพูดคุยอย่างเป็นกันเองเปิดโอกาสให้นักเรียนแสดงความคิดเห็น และฝึกการใช้เหตุผลในการวิเคราะห์ วิจารณ์ เรื่องราวต่างๆ เพราะนอกจากจะได้ฝึกความสามารถพื้นฐานที่จำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาแล้ว ยังเป็นการสร้างทัศนคติที่ดีต่อการเรียนคณิตศาสตร์ อีกทั้งยังชี้ให้นักเรียนเห็นว่าคุณคณิตศาสตร์แท้จริงก็เป็นส่วนหนึ่งในชีวิตประจำวัน

ต่อไปนี้เป็นตัวอย่างหนึ่งในหลายๆ เหตุการณ์ที่เป็นประสบการณ์ตรงของผู้เขียน ขณะอยู่ในบรรยากาศของการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕

## ในระหว่างการสรุปบทเรียน เรื่อง การหาร

ผู้เขียน           ใครพอจะยกตัวอย่างโจทย์ปัญหา  
                          ที่หาคำตอบด้วยวิธีหารได้บ้าง

นักเรียนคนที่ ๑   ผมครับ “แม่ซื้อส้มมา ๒๐๐ ลูก  
                          กินวันละ ๕ ลูก กี่วันส้ม  
                          จึงจะหมด”

นักเรียนคนที่ ๒   กินวันละ ๕ ลูก ส้มเน่ากันพอดี

นักเรียนคนที่ ๓   จริงด้วย นำจะนำมาทำน้ำส้มคั้น  
                          ได้ประโยชน์ดี ที่เหลือก็แช่เย็นไว้

นักเรียนคนที่ ๔   ถ้าไม่ทำน้ำส้มคั้นก็ได้ แต่ควรแจก  
                          เพื่อนบ้านหลายๆ บ้านส้มจะได้ไม่เน่า

ผู้เขียน           ทุกคนแสดงความคิดเห็นได้ดี ถ้า  
                          เช่นนั้น พวกเรามาช่วยกันปรับแต่ง  
                          โจทย์ปัญหาให้ดูดียิ่งขึ้นกันดีกว่า

นักเรียนคนที่ ๕   “แม่ซื้อส้มมา ๒๐๐ ลูก นำมาคั้น  
                          วันละ ๕๐ ลูก จะคั้นได้กี่วัน”

นักเรียนคนที่ ๖   “แม่ซื้อส้มมา ๒๐๐ ลูก นำมาคั้น  
                          ใส่ขวดใบใหญ่ โดยน้ำส้มหนึ่ง  
                          ขวดใหญ่ ต้องใช้ส้ม ๕๐ ลูก แม่  
                          จะคั้นน้ำส้มได้กี่ขวด”

นักเรียนคนที่ ๗   “แม่ซื้อส้มมา ๒๐๐ ลูก แบ่งให้  
                          เพื่อนบ้านไป ๑๕๐ ลูก ส่วนที่เหลือ  
                          กินวันละ ๒๕ ลูก จะกินได้กี่วัน”

ผู้เขียน           นักเรียนช่วยกันปรับแต่งโจทย์  
                          ปัญหาได้ดีมาก นักเรียนหลายคน  
                          รู้จักแก้ปัญหาน้ำส้มมาคั้น ซึ่งก็ให้  
                          ประโยชน์ดี ขณะที่นักเรียน  
                          บางคนมีน้ำใจ รู้จักการแบ่งปัน  
                          น่ารักมาก

๓. จัดประสบการณ์ให้นักเรียนได้ฝึกแก้  
โจทย์ปัญหา/สถานการณ์หลายๆ ลักษณะ หลายๆ  
รูปแบบ ตามโอกาสอันควร และเหมาะสมกับความสามารถที่แตกต่างกันของนักเรียนแต่ละคน เช่น โจทย์ปัญหาที่เน้นทักษะกระบวนการ โจทย์ปัญหาแข่งขันคณิตศาสตร์รายการต่างๆ รวมทั้งให้นักเรียนได้มีโอกาสทำโครงการทางคณิตศาสตร์

## บรรณานุกรม

### ภาษาไทย

- กระทรวงศึกษาธิการ. ๒๕๔๕. หลักสูตรการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔.  
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- . ๒๕๔๔. สารและมาตรฐานการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ในหลักสูตรการ  
ศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช ๒๕๔๔. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและ  
พัสดุภัณฑ์.
- . ๒๕๔๖. การจัดสาระการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์.  
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์องค์การรับส่งสินค้าและพัสดุภัณฑ์.
- . ๒๕๕๐. คู่มือครูคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๔. กรุงเทพมหานคร :  
โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- . ๒๕๓๘. คู่มือครูคณิตศาสตร์ ชั้นประถมศึกษาปีที่ ๕. พิมพ์ครั้งที่ ๔. กรุงเทพมหานคร :  
โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.
- ชนาธิป พรกุล. ๒๕๔๓. แคทส์ : รูปแบบการจัดการเรียนการสอนที่ผู้เรียนเป็นศูนย์กลาง.  
กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ดวงเดือน อ่อนน้อม. ๒๕๓๙. การสร้างเสริมสมรรถภาพการสอนคณิตศาสตร์ ของครูประถมศึกษา.  
พิมพ์เผยแพร่โดยศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ..... . ๒๕๔๕. ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับมาตรฐาน และสาระการเรียนรู้ กลุ่มคณิตศาสตร์  
ระดับประถมศึกษา. จัดพิมพ์เผยแพร่ในคราวประชุมทางวิชาการ ในโอกาสครบรอบ ๓๐ ปี  
โรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์.
- ราชบัณฑิต. ๒๕๔๖. พจนานุกรม ฉบับราชบัณฑิตยสถาน พ.ศ. ๒๕๔๖. กรุงเทพมหานคร : บริษัทนานมี-  
บุ๊คส์พับลิเคชั่นส์.
- วิชัย พาณิชย์สวຍ. ๒๕๔๖. สอนอย่างไรให้เด็กเก่งโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร :  
สำนักพิมพ์ บริษัทพัฒนาคุณภาพวิชาการ.
- สุรงค์ ไคว้ตระกูล. ๒๕๓๕. การสอนความคิดรวบยอด เอกสารหมายเลข ๔ "สู่แนวทางใหม่ของการสอน วิจัยทาง  
พฤติกรรมศาสตร์". คณะพยาบาลศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

## ภาษาอังกฤษ

- Branca , N. A. 1980. "Problem Solving as a Goal , Process and Basic Skill." In Krulik , S. and Rays , R. E. **Problem Solving in School Mathematics.** 3 - 22. Virginia : The National Council of Teacher of Mathematics.
- Charleworth , R and Radeloff , D. 1991. **Experiences in Math for Young Children.** Second Edition. New York : Delmar Publishers.
- Forsten , C. 1992. **Teaching Thinking and Problem Solving in Math.** New York : Scholastic Professional Books.
- Heddens , J. W. and Speer , W. R. 1995. **Today ' s Mathematics part 1 Concepts and Classroom Methods.** Eighth Edition. New Jersey : Prentice-Hall.
- . 1995. **Today ' s Mathematics part 2 Activities and Instructional Ideas.** Eighth Edition. New Jersey : Prentice-Hall.
- Holmes , E. 1995. **New Directions in Elementary School Mathematics Interactive Teaching and Learning.** New Jersey : Prentice-Hall.
- Koshy , V. 2001. **Teaching Mathematics to Able Children.** London : The Cromwell Press.
- Le Blanc , J. F. , Proudfit , L. and Putt , I. J. 1980. "Teaching Problem Solving in The Elementary School." In Krulik , S. and Rays , R. E. **Problem Solving In School Mathematics.** 104 - 116. Virginia : The National Council of Teachers Of Mathematics.
- Polya , G. 1985. **How To Solve It : A New Aspect of Mathematical Method.** Second Edition (Renewed). New Jersey : Princeton University Press.
- Skinner , P. 1990. **What ' s Your Problem ? Posing and Solving Mathematical Problem K-2.** Melbourne : Heinemann Educational Books.

### ผู้เขียน

รองศาสตราจารย์ วิชัย พานิชย์สวาย

อาจารย์ประจำโรงเรียนสาธิตแห่งมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์