

Chulalongkorn University

Chula Digital Collections

Chulalongkorn University Theses and Dissertations (Chula ETD)

2019

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1

ศรดา กันอ่ำ
คณะครุศาสตร์

Follow this and additional works at: <https://digital.car.chula.ac.th/chulaetd>



Part of the [Science and Mathematics Education Commons](#)

Recommended Citation

กันอ่ำ, ศรดา, "ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1" (2019). *Chulalongkorn University Theses and Dissertations (Chula ETD)*. 9108.

<https://digital.car.chula.ac.th/chulaetd/9108>

This Thesis is brought to you for free and open access by Chula Digital Collections. It has been accepted for inclusion in Chulalongkorn University Theses and Dissertations (Chula ETD) by an authorized administrator of Chula Digital Collections. For more information, please contact ChulaDC@car.chula.ac.th.

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหา
และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ปีการศึกษา 2562
ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING PROBLEM-
ORIENTED TEACHING ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING
ABILITIES OF SEVENTH GRADE STUDENTS



A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Education in Mathematics Education

Department of Curriculum and Instruction

FACULTY OF EDUCATION

Chulalongkorn University

Academic Year 2019

Copyright of Chulalongkorn University

หัวข้อวิทยานิพนธ์

ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็น

ปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้

เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1

โดย

น.ส.ศิรดา กันอำ

สาขาวิชา

การศึกษาคณิตศาสตร์

อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จงกล ทำสวน

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของ
การศึกษาตามหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต

..... คณบดีคณะครุศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.ศิริเดช สุชีวะ)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์

..... ประธานกรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง)

..... อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จงกล ทำสวน)

..... กรรมการภายนอกมหาวิทยาลัย
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถศาสน์ นิมิตรพันธ์)

ศิรดา กันอ่ำ : ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1. (EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING PROBLEM-ORIENTED TEACHING ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING ABILITIES OF SEVENTH GRADE STUDENTS) อ.ที่ปรึกษาหลัก : ผศ. ดร.จกมล ทำสวน

การวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 2) เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม 3) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน 4) เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม และ 5) ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ กรุงเทพมหานคร จำนวน 44 คน เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา เครื่องมือที่ใช้ในการรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และวิเคราะห์ข้อมูลโดยหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าเฉลี่ยร้อยละ การทดสอบค่าที และการวิเคราะห์เนื้อหา ผลการวิจัยพบว่า

1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหามีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหามีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 5) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหามีการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สาขาวิชา การศึกษาคณิตศาสตร์
ปีการศึกษา 2562

ลายมือชื่อนิสิต
ลายมือชื่อ อ.ที่ปรึกษาหลัก

6083358027 : MAJOR MATHEMATICS EDUCATION

KEYWORD: PROBLEM-ORIENTED TEACHING / MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING ABILITY / MATHEMATICAL REASONING ABILITY

Sirada Kun-am : EFFECTS OF ORGANIZING MATHEMATICS LEARNING ACTIVITIES USING PROBLEM-ORIENTED TEACHING ON MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING AND REASONING ABILITIES OF SEVENTH GRADE STUDENTS.

Advisor: Asst. Prof. JONGKOL THAMSUAN, Ed.D.

The purposes of this research were: 1) to compare mathematical problem solving ability of the students learning by organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching to the between, before and after learning, 2) to compare mathematical problem solving ability of the students after learning by organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching to the 60%, 3) to compare mathematical reasoning ability of the students learning by organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching to the between, before and after learning, 4) to compare mathematical reasoning ability of the students after learning by organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching to the 60%, and 5) to study the development of mathematical problem solving and reasoning abilities of the students learning by organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching. The subjects were seventh grade students of the extra-large school in Bangkok. There were 44 students. The experimental instruments were the use of the lesson plan focusing on organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching. The instruments for data collection were the use of the mathematical problem solving ability tests and of the mathematical reasoning ability tests. Such the data so obtained were analyzed by using arithmetic mean, standard deviation, percentage, t-test, and by content analysis. The results of the research revealed that:

1) the mathematical problem solving ability of the students after learning by organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching were higher than that of before the experiment at a .05 level of significance, 2) the mathematical problem solving ability of the students after learning by organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching were higher than 60% at a .05 level of significance, 3) the mathematical reasoning ability of the students after learning by organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching were higher than that of before the experiment at a .05 level of significance, 4) the mathematical reasoning ability of the students after learning by organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching were higher than 60% at a .05 level of significance, and 5) the mathematical problem solving and reasoning abilities of the students learning by organizing mathematics learning activities using problem-oriented teaching have been improved to the positive direction.

Field of Study: Mathematics Education
Academic Year: 2019

Student's Signature
Advisor's Signature

กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงได้ด้วยความสำเร็จอย่างสูงยิ่งจาก ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จกกล ทำสวน อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณาสละเวลาอันมีค่ามาให้ความช่วยเหลือ ให้คำปรึกษา คำชี้แนะ และข้อเสนอแนะที่เป็นประโยชน์ต่อการทำวิทยานิพนธ์ อีกทั้งยังได้ตรวจสอบ ปรับปรุงแก้ไขข้อบกพร่องต่าง ๆ ของผู้วิจัยด้วยความเอาใจใส่เป็นอย่างดี จนทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีความสมบูรณ์ครบถ้วน รวมทั้งบ่มเพาะให้ผู้วิจัยมีการทำงานอย่างเป็นระบบ ให้ประสบการณ์ และทักษะต่าง ๆ รวมทั้งยังคอยให้กำลังใจที่ดีในการทำวิทยานิพนธ์แก่ผู้วิจัย ผู้วิจัยรู้สึกซาบซึ้งใจเป็นอย่างยิ่ง จึงขอกราบขอบพระคุณอาจารย์ด้วยความเคารพอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร.อัมพร ม้าคนอง ประธานกรรมการการสอบ วิทยานิพนธ์ และผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.อรรถศาสตร์ นิมิตรพันธ์ กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้กรุณา ให้ข้อเสนอแนะเพิ่มเติม ตรวจสอบความถูกต้อง ซึ่งเป็นประโยชน์ในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านจากสาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์และคณะ ครุศาสตร์ที่ได้มอบความรู้ ให้คำปรึกษา คำแนะนำและข้อเสนอแนะต่าง ๆ ในการทำวิทยานิพนธ์ฉบับนี้

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณ ศาสตราจารย์ ดร.สมยศ พลับเที่ยง รองศาสตราจารย์ ดร.ปณชญา พัฒนางกูร ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศวรา เลิศอมรพงษ์ อาจารย์เสาวภา ชูทอง และอาจารย์ ดร.ธนอม ชำนาญพันธ์ ที่เสียสละเวลาตรวจพิจารณาและให้ข้อเสนอแนะต่าง ๆ ที่เป็น ประโยชน์ต่อการปรับปรุงแก้ไขเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลให้มีความถูกต้องสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ผู้วิจัยขอขอบพระคุณอย่างสูงต่อคณะผู้บริหารและคณะครูโรงเรียนศึกษานารี ที่ได้กรุณาให้ ความอนุเคราะห์ในการเก็บรวบรวมข้อมูล รวมทั้งขอขอบคุณนักเรียน ที่ให้ความร่วมมือเป็นอย่างดี อีกทั้งขอขอบพระคุณอย่างสูงต่อคณะผู้บริหาร คณะครู และนักเรียนโรงเรียนชินโรวินาลัย ที่ได้กรุณา ให้ความอนุเคราะห์ในการทดลองใช้เครื่องมือวิจัยให้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

ท้ายสุดนี้ ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณครอบครัวที่ให้การสนับสนุนด้านการศึกษา ให้คำปรึกษา แก่ผู้วิจัยตลอดมา และคอยเป็นกำลังใจที่สำคัญมาโดยตลอด และผู้วิจัยขอขอบคุณเพื่อนที่น่ารักทุกคน สำหรับกำลังใจที่ดีในการทำงานและความช่วยเหลือในการทำวิทยานิพนธ์ตลอดมา จนทำให้วิทยานิพนธ์ ฉบับนี้ประสบความสำเร็จไปได้ด้วยดี

ศิรดา กันอ่ำ

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย.....	ค
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ.....	ง
กิตติกรรมประกาศ.....	จ
สารบัญ.....	ฉ
สารบัญตาราง.....	ณ
สารบัญภาพ.....	ญ
บทที่ 1 บทนำ.....	1
ความเป็นมาและความสำคัญ.....	1
คำถามการวิจัย.....	5
วัตถุประสงค์ของการวิจัย.....	5
สมมติฐานของการวิจัย.....	5
ขอบเขตของการวิจัย.....	10
คำจำกัดความในการวิจัย.....	10
ประโยชน์ที่ได้รับการวิจัย.....	13
บทที่ 2 เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	14
1. Problem-oriented Teaching Method.....	15
1.1 ที่มาและความหมายของ Problem-oriented Teaching Method.....	15
1.2 ขั้นตอนของ Problem-oriented Teaching Method.....	17
2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	21
2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	21
2.2 ประเภทของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	22

2.3 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	23
2.4 ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์.....	26
2.5 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	30
2.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	34
2.7 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์.....	37
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	42
3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	42
3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	44
3.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	46
3.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	48
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	51
4.1 งานวิจัยต่างประเทศ.....	51
4.2 งานวิจัยในประเทศ.....	54
บทที่ 3 วิธีการดำเนินการวิจัย.....	59
1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง.....	60
2. การออกแบบการวิจัย.....	61
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง.....	61
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย.....	62
4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	62
4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	66
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	77
5.1 การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ.....	77
5.2 การเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ.....	78
6. การวิเคราะห์ข้อมูล.....	78

6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ.....	78
6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ.....	79
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย.....	80
7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัด.....	80
7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล.....	81
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล.....	82
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ.....	110
บรรณานุกรม.....	126
ภาคผนวก.....	134
ภาคผนวก ก รายนามผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย.....	135
ภาคผนวก ข หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย.....	137
ภาคผนวก ค โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัด ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	146
ภาคผนวก ง ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญและผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ	153
ภาคผนวก จ เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล.....	159
ภาคผนวก ฉ ตัวอย่างเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง.....	170
ภาคผนวก ช ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้.....	202
ภาคผนวก ซ ผลการทดสอบทางสถิติของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์.....	209
ประวัติผู้เขียน.....	216

สารบัญตาราง

หน้า

ตารางที่ 1 6 ขั้นตอนของ Problem-oriented Teaching Method (6-step problem-oriented teaching method)	18
ตารางที่ 2 แบบแผนการทดลอง	61
ตารางที่ 3 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เนื้อหา และจำนวนคาบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	63
ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มตัวอย่าง	64
ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	67
ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	73
ตารางที่ 7 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ทั้งหมด 44 คน	83
ตารางที่ 8 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ทั้งหมด 44 คน	84
ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ทั้งหมด 44 คน	85
ตารางที่ 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ทั้งหมด 44 คน	86

ตารางที่ 11 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา.....	88
ตารางที่ 12 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา.....	102
ตารางที่ 13 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง .	147
ตารางที่ 14 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง	147
ตารางที่ 15 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง .	148
ตารางที่ 16 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง	149
ตารางที่ 17 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง..	150
ตารางที่ 18 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง.....	150
ตารางที่ 19 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง..	151
ตารางที่ 20 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง.....	151
ตารางที่ 21 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง	154
ตารางที่ 22 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง.....	155
ตารางที่ 23 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง	155
ตารางที่ 24 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง.....	156
ตารางที่ 25 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง).....	157

ตารางที่ 26 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง).....	157
ตารางที่ 27 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)	158
ตารางที่ 28 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง).....	158
ตารางที่ 29 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คะแนนเต็มฉบับละ 48 คะแนน)	210
ตารางที่ 30 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คะแนนเต็มฉบับละ 48 คะแนน)	211
ตารางที่ 31 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คะแนนเต็มฉบับละ 24 คะแนน)	213
ตารางที่ 32 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คะแนนเต็มฉบับละ 24 คะแนน)	214

สารบัญญภาพ

หน้า

[illegible]

[illegible]

ภาพที่ 24 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล
(แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.2 ภาคผนวก ข หน้า 206)..... 108

ภาพที่ 25 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล
(แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.2 ภาคผนวก ข หน้า 208) 109



บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมาและความสำคัญ

คณิตศาสตร์มีบทบาทสำคัญยิ่งต่อความสำเร็จในการเรียนรู้ในศตวรรษที่ 21 เนื่องจากคณิตศาสตร์ช่วยให้มนุษย์มีความคิดสร้างสรรค์ คิดอย่างมีเหตุผล เป็นระบบ มีแบบแผน สามารถวิเคราะห์ปัญหาหรือสถานการณ์ได้อย่างรอบคอบและถี่ถ้วน ช่วยให้คาดการณ์ วางแผน ตัดสินใจ และแก้ปัญหาในชีวิตจริงได้อย่างเหมาะสม นอกจากนี้ คณิตศาสตร์ยังเป็นเครื่องมือในการศึกษาด้านวิทยาศาสตร์ เทคโนโลยี และศาสตร์อื่น ๆ อันเป็นรากฐานในการพัฒนาทรัพยากรบุคคลของชาติให้มีคุณภาพและพัฒนาเศรษฐกิจของประเทศให้ทัดเทียมนานาชาติ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2556; กรมวิชาการ, 2545)

การจัดการศึกษาคณิตศาสตร์ของประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จเท่าที่ควร มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ยังขาดทักษะและกระบวนการทั้งการแก้ปัญหา การให้เหตุผล การสื่อสารและนำเสนอแนวคิด การเชื่อมโยงเนื้อหา และความคิดสร้างสรรค์ ส่งผลให้นักเรียนไม่สามารถนำความรู้คณิตศาสตร์ไปใช้ในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2555) การแก้ปัญหเป็นทักษะและกระบวนการที่จำเป็นในชีวิตประจำวัน เนื่องจากมนุษย์ทุกคนต้องเผชิญปัญหาที่ง่ายต่อการแก้จนกระทั่งถึงปัญหาที่ซับซ้อน ซึ่งต้องอาศัยความคิดรวบยอด ความรู้ ประสบการณ์ในการแก้ปัญหา และเทคนิควิธีหลายอย่างเพื่อให้แก้ปัญหาได้มีประสิทธิภาพ และการที่นักเรียนจะแก้ปัญหในชีวิตประจำวันได้อย่างมีประสิทธิภาพนั้น การเรียนคณิตศาสตร์มีส่วนช่วยให้นักเรียนแก้ปัญหได้ดี ทั้งนี้เนื่องจากการแก้ปัญหเป็นหัวใจ จิตวิญญาณ และสิ่งที่จำเป็นในวิชาคณิตศาสตร์ (Contreras, 2005) ในปัจจุบันการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์มุ่งเน้นที่การคิดวิเคราะห์ปัญหา การเลือกใช้วิธีการแก้ปัญหามีประสิทธิภาพ และการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของสิ่งที่คิดได้ นักเรียนจะได้ใช้ความรู้ความสามารถที่มีอยู่ลงมือแก้ปัญห อันจะเป็นการเรียนรู้จากกระบวนการทำงานและเกิดเป็นประสบการณ์อย่างหนึ่ง ซึ่งจะกลายเป็นความชำนาญหรือทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ในโอกาสต่อไป (อัมพร ม้าคนอง, 2559) และการให้เหตุผลเป็นทักษะและกระบวนการที่จำเป็นในชีวิตประจำวัน เนื่องจากในแต่ละวันมนุษย์ต้องให้

เหตุผลกับคนอื่นและต้องการเหตุผลจากคนอื่น มนุษย์ต้องการคำอธิบายที่เป็นเหตุและคนส่วนใหญ่
 รับได้ ด้วยเหตุนี้ การฝึกการให้เหตุผลจึงเป็นเรื่องจำเป็นที่นักเรียนต้องฝึกฝนให้เกิดเป็นทักษะหรือ
 ความชำนาญ ซึ่งการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไม่ใช่เป็นเพียงเรื่องของการหาค่าความจริงที่เป็นจริง
 หรือเท็จ แต่เป็นเรื่องที่อยู่ในชีวิตมนุษย์ทุกคน การให้เหตุผลในปัจจุบันจึงเป็นเรื่องที่ใกล้ตัวนักเรียน
 และสามารถนำไปใช้แก้ปัญหาในการทำงานหรือในชีวิตประจำวันได้มากขึ้น อีกทั้งมีความสำคัญใน
 การเป็นเครื่องมือสำหรับการเรียนรู้และใช้งานคณิตศาสตร์ และการดำรงชีวิตของมนุษย์ (Baroody,
 1993; อัมพร ม้าคอง, 2559)

นอกจากนี้ สิ่งที่สะท้อนให้เห็นว่าการจัดการศึกษาของประเทศไทยยังไม่ประสบความสำเร็จ
 เท่าที่ควร สะท้อนให้เห็นได้จากผลการประเมินการรู้เรื่องทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Literacy)
 ของนักเรียนร่วมกับนานาชาติในโครงการ PISA 2015 (The Programme for International
 Student Assessment) พบว่า นักเรียนไทยมีคะแนนการรู้เรื่องคณิตศาสตร์ต่ำกว่าคะแนนเฉลี่ย
 นานาชาติ (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2561) สำหรับการประเมิน
 ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ร่วมกับนานาชาติในโครงการ TIMSS (Trends in International
 Mathematics and Science Study 2015) พบว่า นักเรียนไทยเมื่อพิจารณาในภาพรวมถูกจัดอยู่ใน
 กลุ่มระดับแย่ (poor) (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2559) นอกจากนี้ ผลการ
 ทดสอบทางการศึกษาระดับชาติขั้นพื้นฐาน (Ordinary National Educational Test : O-NET)
 ในช่วงระยะหลายปีย้อนหลัง พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 มีผลการทดสอบคณิตศาสตร์ที่
 ตกต่ำลงและผลการทดสอบในแต่ละปีการศึกษาก็มีคะแนนโดยเฉลี่ยอยู่ในช่วงที่ไม่ผ่านครึ่งของ
 คะแนนเต็ม (สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ, 2561) จากผลการประเมินและผลการทดสอบ
 ดังกล่าว สะท้อนให้เห็นว่านักเรียนมีความรู้ความเข้าใจในเนื้อหาคณิตศาสตร์ที่ไม่เพียงพอ
 และคุณภาพของการศึกษาคณิตศาสตร์ในระดับโรงเรียนของประเทศไทยที่ควรพัฒนา ดังนั้นครูจึงต้อง
 พัฒนาความรู้ทางคณิตศาสตร์ให้กับนักเรียนควบคู่ไปกับทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์
 โดยเฉพาะความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งเป็นพื้นฐานสำคัญใน
 การเรียนคณิตศาสตร์

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญต่อการเรียนวิชาคณิตศาสตร์มาก
 เพราะช่วยทำให้นักเรียนเป็นคนมีความรู้ มีเหตุผล มีความคิด มีทักษะต่าง ๆ และรู้จักการเชื่อมโยง
 ความรู้เดิมมาใช้ในการแก้ปัญหา (ธีรพล พากเพียรกิจ, 2558) และความสามารถในการให้เหตุผลทาง
 คณิตศาสตร์นั้นเป็นส่วนสำคัญในการคิดหาคำอธิบายที่เป็นเหตุเป็นผล การคิดหาข้อสรุปที่ถูกต้อง
 เกี่ยวกับแนวคิดนั้น และสามารถนำไปใช้ในชีวิตประจำวันได้ (สุदारตน์ ภิรมย์ราช, 2555)

จากความสำคัญของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ดังกล่าว ผู้วิจัยจึงศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์เพื่อใช้เป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่จะพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน ซึ่งผู้วิจัยได้พบวิธีสอนที่น่าสนใจคือ *Problem-oriented Teaching Method*

Problem-oriented Teaching Method เป็นวิธีสอนตามแนวคิดของ Hu, Xing, and Tu (2018) ซึ่งเป็นวิธีการที่ช่วยพัฒนาความพยายามในการค้นหา (exploration) ของนักเรียนและความสามารถในการเรียนรู้ด้วยตัวเอง โดยที่ครูจะเป็นเพียงแค่ผู้ช่วยเท่านั้น ในส่วนของกิจกรรมในชั้นเรียนครูมีหน้าที่กระตุ้นให้นักเรียนค้นหาและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และตั้งคำถามตลอดจนสนับสนุนให้นักเรียนค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา รวมถึงให้คำแนะนำตามความจำเป็น ซึ่งวิธีการนี้จะทำให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้ และมีความกระตือรือร้นในการค้นหาความรู้ ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 การนำเสนอปัญหาเชิงความคิด (Cognitive problem) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนทำความเข้าใจกับรายละเอียดของปัญหาและทำความเข้าใจปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและการแก้ปัญหา (Analysis problems and solving it) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา ออกแบบวิธีการแก้ปัญหาและลงมือแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจแก้ปัญหาโดยปรึกษาหรือขอคำแนะนำจากครู เพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือใช้วิธีการในการแก้ปัญหาของปัญหาที่คล้ายกัน

ขั้นตอนที่ 3 การสรุปผล (Summary results) หลังจากให้นักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้แล้ว ให้นักเรียนทบทวนความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา พร้อมทั้งรวบรวมและสรุปประเด็นสำคัญ

ขั้นตอนที่ 4 การขยายวิธีการ (Method extensions) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ดำเนินไปแล้ว และขยายไปยังปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกันนี้

ขั้นตอนที่ 5 การเปรียบเทียบวิธีการ (Method comparisons) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสะท้อนเกี่ยวกับวิธีในการแก้ปัญหา และระบุวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา จากนั้นพิจารณาข้อดีและข้อจำกัดของแต่ละวิธีการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 6 การสรุปรวบยอด (Sum-up and increasing) เป็นขั้นที่ให้นักเรียนสะท้อนความสำเร็จเกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหาของนักเรียนเอง ในด้านแนวคิดที่ใช้ ความรู้ที่สำคัญ วิธีการ หรืออื่น ๆ เพื่อส่งเสริมความรู้และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน

จากที่กล่าวมาข้างต้น ผู้วิจัยจึงนำแนวคิดที่ปรับมาจาก Problem-oriented Teaching Method มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นั่นคือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ซึ่งน่าจะส่งผลให้เกิดการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้ โดยลักษณะกิจกรรมการเรียนรู้เริ่มต้นด้วยการที่ครูนำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจ จากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนศึกษารายละเอียดของปัญหา ทำความเข้าใจกับปัญหา และตีความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา ซึ่งในขั้นนี้น่าจะส่งผลให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ปัญหา จากนั้นในขั้นต่อไปกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์ ค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา ออกแบบและดำเนินการแก้ปัญหา โดยครูให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น ซึ่งในขั้นนี้น่าจะส่งผลให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา และพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล ต่อมาเป็นขั้นที่ให้นักเรียนร่วมกันทบทวนและสรุปความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา ซึ่งในขั้นนี้น่าจะส่งผลให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล จากนั้นในขั้นถัดไปให้นักเรียนยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกัน ซึ่งในขั้นนี้น่าจะส่งผลให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา และพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล ต่อมาเป็นขั้นที่ให้นักเรียนร่วมกันระบุนิยามวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา พร้อมทั้งร่วมกันอภิปรายข้อดี และข้อจำกัดของแต่ละวิธีการในการแก้ปัญหา ซึ่งในขั้นนี้น่าจะส่งผลให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา และในขั้นสุดท้ายครูให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา จากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่แล้วกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาใหม่ ซึ่งในขั้นนี้น่าจะส่งผลให้เกิดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ และพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล

จากความสำคัญและข้อมูลที่กล่าวมาข้างต้น ทำให้ผู้วิจัยสนใจที่จะศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 และผู้วิจัยคาดหวังว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาน่าจะเป็นวิธีการหนึ่งที่จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหา และการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนให้ดีขึ้นได้

คำถามการวิจัย

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนได้หรือไม่ อย่างไร

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม
5. เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

สมมติฐานของการวิจัย

ซูรายา สัสดีวงศ์ (2555) ได้พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวทางการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า

- 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
- 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ
- 3) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ ทั้งนี้ กระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวทางการใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นการจัดกิจกรรมที่ครูผู้สอนใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันเป็นเครื่องมือให้นักเรียนสร้างความรู้ โดยให้นักเรียนคิดและแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา หาวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยครูล้วงความคิด สนับสนุนความคิดและขยายความคิด ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์และสะท้อนความคิดของวิธีแก้ปัญหาที่แตกต่างกัน อันนำไปสู่การเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

นพเรศวร์ ธรรมศรีณกุล (2555) ได้พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบ 4 ขั้นตอนของสเติร์นเบิร์กและแนวคิดฮิวริสติกส์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 พบว่า 1) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนทดสอบทั้งฉบับ 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนทดสอบทั้งฉบับ 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 4) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้กระบวนการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบ 4 ขั้นตอนของสเติร์นเบิร์กและแนวคิดฮิวริสติกส์ เป็นการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การมีปฏิสัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหาคณิตศาสตร์จริง 2) การวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหา 3) การแก้ปัญหาและมองย้อนกลับ และ 4) การประยุกต์ขั้นตอนการแก้ปัญหากับปัญหาใหม่ จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

ปริสา วงศ์คำพระ และคณะ (2556) ได้ศึกษาผลการใช้รูปแบบการสอนการตั้งปัญหาเสริมด้วยกระบวนการแก้ปัญหาและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 11.40 คิดเป็นร้อยละ 35.61 และหลังเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 24.56 คิดเป็นร้อยละ 77.15 เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่าหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน ทั้งนี้การใช้รูปแบบการสอนการตั้งปัญหาเสริมด้วยกระบวนการแก้ปัญหาและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ เป็นการดำเนินการที่ครูผู้สอนมุ่งนำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจเพื่อกระตุ้นหรือยั่วยุให้นักเรียนสนใจเกิดความท้าทายที่จะเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาและอยากใช้ศักยภาพที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา สรุปโน้ตค้น และเป็นการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเป็นผู้นำเสนอปัญหาและช่วยกันหาวิธีการแก้ปัญหานั้น แล้วเขียนถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์ หรือความคิดเห็นของนักเรียนที่ได้รับลงในแบบบันทึกการเรียนรู้ที่ครูสร้างขึ้น จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 พบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 ทั้งนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นรูปแบบของการจัดการเรียนการสอนกลุ่มย่อย 4 - 6 คน เพื่อให้นักเรียนร่วมกันใช้กระบวนการคิดที่หลากหลายซึ่งจะเน้นในเรื่องการเปิดความคิดของนักเรียนแต่ละบุคคล อาจอยู่ในรูปของการแสดงความคิดเห็น การกำหนดปัญหา แนวทางการแก้ปัญหาหรือการตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่ จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

กุลนิตา ปลั่งปิติวิริยะเวช (2559) ได้พัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น พบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในทิศทางที่ดีขึ้น ทั้งนี้กระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ มีจุดเน้นในการจำลองทางความคิดจากปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ปัญหาเสมือนจริงเป็นภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แล้วดำเนินการหาคำตอบของปัญหาจากแบบจำลองคณิตศาสตร์นั้น จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

ปภัสชญา เสมา (2559) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสับสอปที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 พบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสับสอปมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่า

ก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบทอดมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบทอดมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น ทั้งนี้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบทอด เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการร่วมมือระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนกับนักเรียนในการสืบสอบความรู้ผ่านการทำงานแบบกลุ่มย่อย เน้นการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสื่อสาร แสวงหาความรู้และแนวทางการแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูกำหนดบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาแล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจ แลกเปลี่ยนความรู้ วิเคราะห์จุดเด่น-จุดด้อยและหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ดำเนินการแก้ปัญหาพร้อมกันแล้วเรียบเรียงวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง ประยุกต์ใช้ความรู้ในบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่ท้าทาย นักเรียนประเมินตนเองและครูประเมินการทำงานของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

วีรพล เทพบรรหาร (2554) ได้ศึกษาผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งหนึ่งในสังกัดมหาวิทยาลัยรัฐ/มหาวิทยาลัยในกำกับของรัฐ เขตกรุงเทพมหานคร พบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดมีพัฒนาการดีขึ้น ทั้งนี้การใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวทางการสอนแนะให้รู้คิดเป็นการจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ซึ่งในแต่ละขั้นตอนครูใช้แนวทางการสอนแนะให้รู้คิดเพื่อให้นักเรียนคิดบนฐานความรู้ความเข้าใจของตนเองอย่างต่อเนื่องจนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา สามารถพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ได้

Hu et al. (2018) ได้ศึกษาผลของ Problem-oriented Teaching Method ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักศึกษาในระดับมหาวิทยาลัย พบว่า นักศึกษากลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักศึกษากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ทั้งนี้ Problem-oriented Teaching Method เป็นวิธีการที่ช่วยพัฒนาความพยายามในการค้นหาของนักเรียน และความสามารถในการเรียนรู้ด้วยตัวเอง โดยที่ครูจะเป็นเพียงแค่ผู้ช่วยเท่านั้น ในส่วนของกิจกรรมในชั้นเรียนครูมีหน้าที่กระตุ้นให้นักเรียนค้นหาและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และตั้งคำถาม ตลอดทั้งสนับสนุนให้นักเรียนค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา รวมถึงให้คำแนะนำตามความจำเป็น ซึ่งวิธีการนี้จะทำให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้ และมีความกระตือรือร้นในการค้นหาความรู้ จึงมีแนวโน้มเป็นไปได้ว่าการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาสามารถพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ได้

จากข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ผู้วิจัยจึงใช้เป็นแนวทางในการกำหนดสมมติฐานของการวิจัย ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
5. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น

ขอบเขตของการวิจัย

1. ประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

1.1 ประชากรที่ใช้ในการศึกษาค้างนี้ คอ นักรเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

1.2 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการศึกษาค้างนี้ คอ นักรเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 จำนวน 1 ห้อง ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่ง ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

2. เนื้อหาที่ใช้ในการวิจัยค้างนี้ เป็นส่วนหนึ่งของหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) มัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

3. ตัวแปรที่ศึกษา มีดังนี้

3.1 ตัวแปรต้น ได้แก่

3.1.1 การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

3.2 ตัวแปรตาม ได้แก่

3.2.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

3.2.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

คำจำกัดความในการวิจัยจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา หมายถึง การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ปรับมาจาก Problem-oriented Teaching Method (Hu et al., 2018) เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ครูนำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาที่เป็นประเด็นหลักที่น่าสนใจ จากนั้นครูกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจ เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ ค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา ออกแบบและลงมือแก้ปัญหา สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอปัญหา ร่วมกันค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย เปรียบเทียบวิธีการในการแก้ปัญหา จากนั้นสนับสนุนและกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิธีการในการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ โดยครูให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น โดยมีขั้นตอนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1.1 ขั้นการเตรียมความพร้อม เป็นขั้นทบทวนความรู้พื้นฐานหรือเนื้อหาเดิมเพื่อเชื่อมโยงเข้าสู่ความรู้หรือเนื้อหาใหม่ โดยการใช้การสนทนา ซักถาม เกม ยกตัวอย่างสถานการณ์และ

อภิปรายร่วมกันเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนและกระตุ้นความสนใจ หากพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอ ครูต้องปรับปรุงความรู้พื้นฐานให้กับนักเรียนก่อน

1.2 ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจ จากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันทำความเข้าใจ เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ ค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา ออกแบบและดำเนินการแก้ปัญหา จากนั้นนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาใหม่ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา จากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนศึกษารายละเอียดของปัญหา ทำความเข้าใจกับปัญหา และตีความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา ออกแบบวิธีการแก้ปัญหาและลงมือแก้ปัญหา โดยครูให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นสรุปผลการแก้ปัญหา หลังจากทีนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้แล้ว ครูให้นักเรียนร่วมกันทบทวนและสรุปความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นขยายวิธีการ เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ดำเนินการไปแล้ว และให้นักเรียนยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกันนี้

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นเปรียบเทียบวิธีการ เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนร่วมกันระบุวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา จากนั้นอภิปรายข้อดี และข้อจำกัดของแต่ละวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นสรุปและต่อยอดความคิด เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา จากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่แล้วกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิธีการในการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย

1.3 ขั้นสรุป เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ กระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา และปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นจากการแก้ปัญหา และมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน

2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับจากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Polya (1973) ร่วมกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหตามแนวคิดของ R. Mayer, E., (1992) ซึ่งมีองค์ประกอบ 4 ด้าน ดังนี้

2.1 ความสามารถด้านการวิเคราะห์ปัญหา หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เพื่อระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 ความสามารถด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการคัดเลือกและเชื่อมโยงข้อมูล เพื่อสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหา ระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

2.3 ความสามารถด้านการดำเนินการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์จนนำไปสู่คำตอบของปัญหา

2.4 ความสามารถด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสรุปและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ตลอดจนความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดไว้ในสถานการณ์ปัญหา

3. ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของสมเดช บุญประจักษ์ (2540) วรรณารอ อยู่สุข (2555) และธัญพิมล จันทร์นุ้ม (2558) ซึ่งมีองค์ประกอบ 2 ด้าน ดังนี้

3.1 ความสามารถด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา แล้วนำมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน

3.2 ความสามารถด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแสดงเหตุผล พร้อมทั้งเขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

ประโยชน์ที่ได้รับจากการวิจัย

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงขึ้น
2. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาสามารถใช้เป็นแนวทางสำหรับครูและผู้สนใจจะได้พิจารณานำไปใช้ในการจัดการเรียนการสอนเพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
3. ข้อค้นพบที่ได้จากการวิจัยในครั้งนี้จะเป็นประโยชน์และแนวทางต่อการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาสำหรับนักวิจัยรุ่นต่อไป



บทที่ 2

เอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง ตามหัวข้อดังต่อไปนี้

1. Problem-oriented Teaching Method
 - 1.1 ที่มาและความหมายของ Problem-oriented Teaching Method
 - 1.2 ขั้นตอนของ Problem-oriented Teaching Method
2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ประเภทของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์
 - 2.5 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.7 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
 - 3.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
 - 4.1 งานวิจัยต่างประเทศ
 - 4.2 งานวิจัยในประเทศ

โดยมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. Problem-oriented Teaching Method

1.1 ที่มาและความหมายของ Problem-oriented Teaching Method

วิชาคณิตศาสตร์เป็นแขนงหลักของวิทยาศาสตร์และเป็นพื้นฐานของการวิจัยทางวิทยาศาสตร์ ซึ่งรวมถึงการใช้สิ่งที่เป็นนามธรรมและเหตุผลเชิงตรรกะ การคำนวณเชิงตัวเลข และการวิเคราะห์กฎการเปลี่ยนแปลงสิ่งต่าง ๆ ซึ่งบ่อยครั้งจะใช้ภาษาในเชิงสัญลักษณ์ นอกจากนี้คณิตศาสตร์ยังจัดเป็นสาระหลักในระดับประถมศึกษาและระดับมัธยมศึกษาในหลายประเทศ (Hu et al., 2018)

ในการเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์สิ่งที่สำคัญคือเราจะสามารถแก้ปัญหาที่ได้นั้นได้อย่างไร (Contreras, 2005; Felmer, Pehkonen, and Kilpatrick, 2016; Perdomo-Díaz, Felmer, Randolph, and González, 2017) ซึ่งสิ่งนี้เป็นขั้นตอนในกระบวนการการสอนที่สำคัญมาก โดยวิธีสอนจะมุ่งเน้นไปยังการแก้ปัญหาซึ่งเป็นหัวข้อที่ได้รับความนิยมเป็นอย่างมากในการวิจัยทางการศึกษาในปัจจุบัน

Dufresne, Gerace, and Leonard (1997) ได้นำเสนอการใช้ตัวแทนที่หลากหลายเพื่อส่งเสริมความยืดหยุ่นในการแก้ปัญหาที่ไม่เป็นขั้นตอน (non algorithmic problem solving) โดยทั่วไปแล้วการเป็นตัวแทนที่มีลักษณะเฉพาะ (special representations) มี 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การอธิบายปัญหา (elucidate a problem) เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนร่างภาพหรือเขียนแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์/สถานการณ์ และสรุปข้อมูลที่โจทย์/สถานการณ์กำหนดให้
2. การระบุประเด็นสำคัญของปัญหา (subject of a problem) เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนถูกตั้งคำถามในการวาดกราฟหรือหาค่าโดยใช้กราฟ
3. การบอก/การเขียนแสดงขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา (step in a formal procedure) เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหา เพื่อนำไปใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหา

Clough and Kauffman (1999) ได้ส่งเสริมให้นักเรียนสร้างความเชื่อมโยงโดยการทำซ้ำระหว่างแนวคิดเชิงทฤษฎีผ่านบริบทต่าง ๆ และการประยุกต์ใช้ในทางปฏิบัติ ซึ่งแนวคิดที่เชื่อมโยงกับหลายแนวคิดอื่น ๆ จะทำให้เข้าใจได้ดีและจดจำได้ยาวนาน และแนวคิดที่เชื่อมโยงเพียงแค่แนวคิดเดียวจะลืมได้ง่าย

Flick (1993) ได้ค้นพบว่า ควรให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วม/มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกันในขณะปฏิบัติกิจกรรมในชั้นเรียน และเน้นการอภิปรายในชั้นเรียน โดยที่กิจกรรมที่ให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วม เรียกว่า กิจกรรม hands-on ซึ่งรูปแบบการจัดกิจกรรม hands-on ต้องมีลักษณะที่สอดคล้องกับเงื่อนไข 3 เงื่อนไข ดังต่อไปนี้

1. เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มได้ลงมือหรือจัดการ object หรือสถานการณ์/บริบททางธรรมชาติ

2. เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนมีการประยุกต์ใช้ความรู้ที่หลากหลายในการทำ ความเข้าใจกับสถานการณ์/บริบททางธรรมชาติ

3. เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนต้องอธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่สังเกตได้ การอ้างอิง ข้อมูล และมีการสรุปผลได้

ในที่นี้ Flick ได้สรุปว่า กิจกรรม hands-on ที่ดีจะมีองค์ประกอบที่สำคัญ 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. การสอดแทรกในระหว่างการเรียนการสอน (instructional intervention) ประกอบด้วยวิธีการที่จะให้ข้อมูลย้อนกลับซึ่งสอดคล้องกับความต้องการข้อมูลที่มากขึ้นของนักเรียน ในขณะเดียวกันก็ส่งเสริมให้มีการสืบสอบเพิ่มเติมโดยใช้คำถาม สอดคล้องกับ งานวิจัยของ Harward (1998) ที่ชี้ให้เห็นว่า คำตอบที่เป็นไปได้ของนักเรียนจากการถามคำถาม เพิ่มเติม นักเรียนจะรู้สึกอึดอัดใจในการตอบคำถาม เนื่องจากการถามคำถามเพิ่มเติมเป็นการเน้นให้ ผู้เรียนสืบสอบคำตอบที่เป็นไปได้หรือจุดประกายความคิดให้นักเรียนได้

2. สื่อในการเรียนรู้ (materials) ควรใช้สื่อในการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นไปยัง ปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับสภาพแวดล้อม/สถานการณ์ของนักเรียน

3. กระบวนการ (procedures) ที่เน้นไปยังลักษณะของโครงสร้างที่สำคัญ และการทำงานที่สำคัญของสื่อการเรียนรู้รวมไปถึงบริบท/สภาพแวดล้อมภายใต้การศึกษาเรื่องนั้น ๆ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Robert karplus (Lawson et al., 1989) ที่ได้ใช้การรบกวน (messing about) ในการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง สารแขวนลอย ซึ่งจะสอนโดยใช้กิจกรรมผสมแป้ง ข้าวโพดลงไปในน้ำ จะเห็นว่าสารแขวนลอยนี้แขวนลอยอยู่ในตัวกลางที่เป็นของเหลว มีลักษณะเป็น สารเนื้อผสมที่อนุภาคไม่รวมเป็นเนื้อเดียวกันสามารถมองเห็นสารผสมได้อย่างชัดเจน การสอน กิจกรรมนี้เพื่อให้นักเรียนได้เห็นคุณสมบัติที่ผิดปกติของทั้งสองสิ่งนี้ก่อนดำเนินการสอน เรื่อง สารและ สมบัติของสาร

กระบวนการแก้ปัญหาที่มีวิธีการที่หลากหลาย ซึ่งวิธีการแก้ปัญหาที่เสนอโดย Polya (1957) เป็นที่นิยมใช้แพร่หลายเป็นอย่างมาก ในหนังสือ “How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method” Polya ได้นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหา ซึ่งแบ่งออกเป็น 4 ขั้นตอนที่สามารถส่งเสริมแรงจูงใจและเพิ่มความสำเร็จในด้านการคิดของนักเรียนได้ ดังนี้ 1. ขั้นทำความเข้าใจ ปัญหา (understands the problem) 2. ขั้นวางแผนงาน (devises a plan) 3. ขั้นดำเนินการตาม แผน (carries out the plan) และ 4. ขั้นทบทวนหรือขยายแนวคิด (reviews/extends) (Lee, 2017; Felmer et al., 2016; Polya, 1957 อ้างถึงใน Hu, Xing, and Tu, 2018)

Hu et al. (2018) ได้พิจารณาการสอนความรู้เชิงทฤษฎีและการเข้าใจอย่างลึกซึ้งเกี่ยวกับสูตรทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน และได้นำเสนอวิธีการสอนวิธีใหม่โดยมีรากฐานแนวคิดมาจาก Polya (1957) Flick (1993) Dufresne et al. (1997) และ Clough and Kauffman (1999) ซึ่งเรียกว่า 6 ขั้นตอนของ Problem-oriented Teaching Method (6-step problem-oriented teaching method) คือ

ขั้นตอนที่ 1 การนำเสนอปัญหาเชิงความคิด (Cognitive problem)

ขั้นตอนที่ 2 การวิเคราะห์ปัญหาและการแก้ปัญหา (Analysis problems and solving it)

ขั้นตอนที่ 3 การสรุปผล (Summary results)

ขั้นตอนที่ 4 การขยายวิธีการ (Method extensions)

ขั้นตอนที่ 5 การเปรียบเทียบวิธีการ (Method comparisons)

ขั้นตอนที่ 6 การสรุปขยายยอด (Sum-up and increasing)

และ Problem-oriented Teaching Method หมายถึง วิธีสอนตามแนวคิดของ Hu, Xing, and Tu (2018) ซึ่งให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหาที่เน้นการมีส่วนร่วม การอภิปรายในชั้นเรียน วิเคราะห์และเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา พร้อมทั้งเปรียบเทียบวิธีการในการแก้ปัญหา จากนั้นสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหาแล้วขยายไปสู่การนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่มีความหลากหลาย

1.2 ขั้นตอนของ Problem-oriented Teaching Method

Problem-oriented Teaching Method ตามแนวคิดของ Hu, Xing, and Tu (2018) เป็นวิธีการที่ช่วยพัฒนาความพยายามในการค้นหาของนักเรียน และความสามารถในการเรียนรู้ด้วยตัวเอง โดยที่ครูจะเป็นเพียงแค่ผู้ช่วยเท่านั้น ในส่วนของกิจกรรมในชั้นเรียนครูมีหน้าที่กระตุ้นให้นักเรียนค้นหาและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และตั้งคำถาม ตลอดจนสนับสนุนให้นักเรียนค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา รวมถึงให้คำแนะนำตามความจำเป็น ซึ่ง Problem-oriented Teaching Method นี้จะทำให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้ และมีความกระตือรือร้นในการค้นหาคำตอบ การเรียนรู้แบบ Passive learning ก่อนหน้านี้ของนักเรียนจะถูกแทนที่ด้วยการแสวงหาและการค้นหาคำตอบอย่างกระตือรือร้นซึ่งจะส่งเสริมความสามารถในการเรียนรู้ตลอดชีวิต ซึ่ง Problem-oriented Teaching Method ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้ (Hu, Xing, and Tu, 2018: 1696-1699)

ตารางที่ 1 6 ขั้นตอนของ Problem-oriented Teaching Method (6-step problem-oriented teaching method)

ลำดับขั้น	ขั้นตอน	การดำเนินการ	ตัวอย่างคำถามที่ใช้
ขั้นที่ 1	การนำเสนอ ปัญหาเชิง ความคิด (Cognitive problem)	นักเรียนควรทำความเข้าใจกับ รายละเอียดของปัญหาและ ทำความเข้าใจกับปัญหา	<ul style="list-style-type: none"> - คำถามหรือโจทย์ปัญหานี้หมายความว่าอะไร - คำตอบที่นักเรียนต้องการหาคืออะไร - แนวคิด ทฤษฎีบท และสูตรต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้คืออะไรบ้าง - นักเรียนเข้าใจปัญหานี้หรือไม่
ขั้นที่ 2	การวิเคราะห์ ปัญหาและ การแก้ปัญห (Analysis problems and solving it)	<p>นักเรียนจะวิเคราะห์ สถานการณ์ปัญหาและค้นหา วิธีการในการแก้ปัญห</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนอาจแก้ปัญหโดย ปรึกษาหรือขอคำแนะนำจาก ครู เพื่อนร่วมชั้นเรียน หรือใช้ วิธีการในการแก้ปัญหของ ปัญหาที่คล้ายกัน และใน ท้ายที่สุดนักเรียนจะออกแบบ วิธีการแก้ปัญหและลงมือ แก้ปัญห 	<p>วิธีการในการแก้ปัญหของปัญหาที่ คล้ายกัน</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนเคยเห็นปัญหาที่คล้ายกัน แบบนี้หรือไม่ <p>(1.) ถ้า “เคยเห็น”</p> <ul style="list-style-type: none"> - ปัญหานั้นมีลักษณะอย่างไร - วิธีการในการแก้ปัญหานั้นคือ อะไร - วิธีการในการแก้ปัญหานั้น สามารถนำมาช่วยแก้ปัญหานี้ได้หรือไม่ <p>(2.) ถ้า “ไม่เคยเห็น”</p> <ul style="list-style-type: none"> - นักเรียนคิดว่าเงื่อนไขสำคัญของ ปัญหานี้คืออะไร - นักเรียนสามารถคาดเดา คำตอบหรือคำนวณอะไรได้บ้าง - วิธีการในการแก้ปัญหที่ เหมาะสมที่สุดสำหรับปัญหานี้คืออะไร - นักเรียนอาจถามครูหรือเพื่อนร่วมชั้น เพื่อหาวิธีการในการแก้ปัญหานี้

ลำดับขั้น	ขั้นตอน	การดำเนินการ	ตัวอย่างคำถามที่ใช้
ขั้นที่ 3	การสรุปผล (Summary results)	หลังจากที่นักเรียนได้ดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ - นักเรียนจะต้องทบทวนความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหานี้ พร้อมทั้งรวบรวมและสรุปประเด็นสำคัญ	หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหาไปแล้วนั้น - นักเรียนใช้ความรู้เชิงทฤษฎีอะไร (แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ขั้นตอนวิธี หรืออื่น ๆ) ในการแก้โจทย์ปัญหานี้ - นักเรียนคุ้นเคยกับความรู้ที่ใช้หรือไม่ ถ้ายังไม่คุ้นเคย ครูจะกลับไปทบทวนความรู้เรื่องนั้นให้นักเรียนอีกครั้ง
ขั้นที่ 4	การขยายวิธีการ (Method extensions)	นักเรียนต้องคิดเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหที่ได้ดำเนินการไปแล้ว และขยายไปยังปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกันนี้	- มีปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกันนี้ได้หรือไม่ - นักเรียนสามารถแก้ปัญหที่คล้ายกับปัญหานี้ได้หรือไม่
ขั้นที่ 5	การเปรียบเทียบวิธีการ (Method comparisons)	นักเรียนสะท้อนเกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหา - นักเรียนพิจารณาว่ามีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหานี้หรือไม่ - นักเรียนพิจารณาข้อดีและข้อจำกัดของแต่ละวิธีการแก้ปัญห	- มีวิธีการอื่นที่สามารถแก้ปัญหานี้ได้อีกหรือไม่ - ข้อดี และข้อจำกัดของแต่ละวิธีการในการแก้ปัญหาคืออะไร ในแง่ของความรู้ กลยุทธ์ในการแก้ปัญห ขั้นตอนในการคำนวณ
ขั้นที่ 6	การสรุปรวบยอด (Sum-up and increasing)	ครูให้ นักเรียน สะท้อนความสำเร็จเกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหาของนักเรียนเอง ในด้านแนวคิดที่ใช้ ความรู้ที่สำคัญ วิธีการ หรืออื่น ๆ เพื่อ	หลังจากที่นักเรียนได้แก้ปัญหานี้แล้ว - นักเรียนได้เรียนรู้เกี่ยวกับอะไรบ้าง ในด้านความรู้ วิธีการในการแก้ปัญห และอื่น ๆ

ลำดับขั้น	ขั้นตอน	การดำเนินการ	ตัวอย่างคำถามที่ใช้
		ส่งเสริมความรู้และความสามารถในการแก้ปัญหาของนักเรียน	

งานวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยจึงนำแนวคิดที่ปรับมาจาก Problem-oriented Teaching Method (Hu et al., 2018) มาใช้ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ นั่นคือ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ซึ่งประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นที่ครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา จากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนศึกษารายละเอียดของปัญหา ทำความเข้าใจกับปัญหา และตีความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา เป็นขั้นที่ครูกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา ค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา ออกแบบวิธีการแก้ปัญหาและลงมือแก้ปัญหา โดยครูให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นสรุปผลการแก้ปัญหา หลังจากที่นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้แล้ว ครูให้นักเรียนร่วมกันทบทวนและสรุปความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นขยายวิธีการ เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนคิดเกี่ยวกับวิธีการแก้ปัญหาที่ได้ดำเนินการไปแล้ว และให้นักเรียนยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกันนี้

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นเปรียบเทียบวิธีการ เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนร่วมกันระบุมิติวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา จากนั้นอภิปรายข้อดี และข้อจำกัดของแต่ละวิธีการในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นสรุปและต่อยอดความคิด เป็นขั้นที่ครูให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา จากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่แล้วกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิธีการในการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย

2. การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1980) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีการต่าง ๆ เพื่อให้ได้คำตอบของปัญหา โดยในการแก้ปัญหาผู้ที่แก้ต้องใช้ความรู้ ความคิด และประสบการณ์เดิมมาช่วยในการแก้ปัญหาที่พบ

National Council of Teachers of Mathematics (2000b) ได้ให้กระบวนการของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นการทำงานที่ยังไม่รู้วิธีการที่ได้มาซึ่งคำตอบในทันที ซึ่งการหาคำตอบของนักเรียนต้องนำความรู้ที่มีอยู่ไปเข้าสู่กระบวนการแก้ปัญหา ทำให้เกิดความรู้ใหม่ ๆ การแก้ปัญหาไม่ได้มีเป้าหมายเพียงแค่การหาคำตอบ แต่อยู่ที่วิธีการได้มาซึ่งคำตอบ นักเรียนควรได้รับการฝึกฝน ได้แก้ปัญหาที่ซับซ้อน และได้มีการสะท้อนความคิดในการแก้ปัญหานั้นออกมาด้วย

สมเดช บุญประจักษ์ (2544) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยที่ผู้แก้ปัญหานั้นจะต้องนำความรู้และประสบการณ์เดิมมาช่วยในการเชื่อมโยงเข้ากับสถานการณ์ที่ปรากฏในปัญหาที่พบ

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555ข) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าเป็นกระบวนการในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ ขั้นตอนหรือกระบวนการแก้ปัญหา ยุทธวิธีแก้ปัญหา และประสบการณ์ที่มีอยู่ไปใช้ในการค้นหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

สายพิน ล้าเลิศ (2558) ได้ให้ความหมายของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ว่าการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการหาแนวทางหรือวิธีการเพื่อช่วยในการหาคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยอาศัยความรู้ ทักษะ หลักการและประสบการณ์เดิมต่าง ๆ มาประยุกต์เชื่อมโยง เพื่อหาคำตอบของปัญหาที่พบ

ณิชาพร เจริญวานิชกูร (2560) ได้กล่าวว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง การหาวิธีการเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบ โดยอาศัยความรู้ กระบวนการหรือขั้นตอนแก้ปัญหา และยุทธวิธีการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ตลอดจนประสบการณ์เดิมและทักษะพื้นฐานต่าง ๆ ที่มีอยู่ไปประยุกต์ใช้กับสถานการณ์ใหม่

จากการศึกษาความหมายของการให้แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 ประเภทของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประเภทของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ Polya (1973) ได้แบ่งประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามจุดประสงค์ของปัญหา เป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. ปัญหาให้ค้นหา (Problem to find) อาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎีหรือในเชิงปฏิบัติ เป็นปัญหาที่มีจุดประสงค์ให้ค้นหาคำตอบที่ต้องการซึ่งอาจอยู่ในรูปปริมาณหรือจำนวน เป็นปัญหาให้หาวิธีการ หรือหาเหตุผลก็ได้ ปัญหาให้ค้นหามีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 3 ส่วน คือ

- 1.1 สิ่งที่ต้องการหา
- 1.2 สิ่งที่กำหนดให้
- 1.3 เงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการหากับสิ่งที่กำหนดให้

2. ปัญหาให้พิสูจน์ (Problem to prove) ปัญหาประเภทนี้มีจุดประสงค์ให้แสดงการให้เหตุผลว่า ข้อความที่กำหนดให้เป็นจริง หรือ ข้อความที่กำหนดให้เป็นเท็จ ปัญหาให้พิสูจน์มีส่วนสำคัญแบ่งได้เป็น 2 ส่วน คือ

- 2.1 สิ่งที่กำหนดให้ หรือ สมมติฐาน
- 2.2 สิ่งที่ต้องการพิสูจน์ หรือ ผลสรุป

Bitter, Hatfield, and Edwards (1993: 37) ได้แบ่งปัญหาออกเป็น 3 ลักษณะ คือ

1. ปัญหาปลายเปิด (Open-Ended) เป็นปัญหาที่มีจำนวนคำตอบที่เป็นได้หลายคำตอบ ลักษณะนี้จะมองว่ากระบวนการแก้ปัญหาเป็นสิ่งสำคัญมากกว่าคำตอบ

2. ปัญหาให้ค้นพบ (Discovery) เป็นปัญหาที่จะได้คำตอบในขั้นตอนสุดท้ายของการแก้ปัญหา เป็นปัญหาที่มีวิธีการแก้ได้หลากหลายวิธี

3. ปัญหาที่กำหนดแนวทางในการค้นพบ (Guided discovery) เป็นปัญหาที่มีลักษณะร่วมของปัญหา มีคำชี้แนะและคำชี้แจงในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนอาจไม่ต้องค้นหาหรือไม่ต้องกังวลในการหาคำตอบ

Kutz (1991, อ้างถึงใน สิริพร ทิพย์คง, 2544) ได้แบ่งประเภทปัญหาออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่พบเห็นทั่วไปหรือโจทย์ปัญหา (routine or word problem solving) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน ผู้แก้ปัญหามีความคุ้นเคยกับโครงสร้าง ลักษณะของปัญหา และวิธีการแก้ปัญห

2. ปัญหาที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน (non-routine problem solving) เป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน ผู้แก้ปัญหจะต้องประมวลความรู้ ความคิดรวบยอด และหลักการต่าง ๆ ที่นำมาใช้ในการแก้ปัญห ซึ่งแบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ

2.1 ปัญหากระบวนการ (process problem) เป็นปัญหาที่ต้องใช้กระบวนการคิดอย่างมีลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญห

2.2 ปัญหาในรูปปริศนา (puzzle problem) เป็นปัญหาที่ทำท่ายและให้ความสนุกสนาน

จากการศึกษาประเภทของการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปประเภทของการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญได้ 2 คือ 1) ปัญหาคณิตศาสตร์ทั่วไปที่เคยพบเห็นมาก่อน ซึ่งเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างไม่ซับซ้อน 2) ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ไม่เคยพบเห็นมาก่อน ซึ่งเป็นปัญหาที่มีโครงสร้างซับซ้อน

2.3 กระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Polya (1973 อ้างถึงใน อัมพร ม้าคนอง, 2553) ได้นำเสนอกระบวนการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนเข้าใจปัญหาอย่างถ่องแท้ มีการวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหอย่างเป็นระบบและมีประสิทธิภาพ ทำให้ได้คำตอบที่ถูกต้องหรือผลเฉลยที่เป็นเหตุเป็นผลจากการแก้ปัญห ซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา (Understands the problem) เป็นขั้นการวิเคราะห์เพื่อทำความเข้าใจปัญหา โดยอาจหาว่าสิ่งที่ต้องการทราบคืออะไร ข้อมูลมีอะไรบ้าง เงื่อนไขคืออะไร จะแก้ปัญหตามเงื่อนไขได้หรือไม่ เงื่อนไขที่ให้มาเพียงพอที่จะหาสิ่งที่ต้องการหรือไม่ ในขั้นนี้ การวาดภาพ การใช้สัญลักษณ์ การแบ่งเงื่อนไขออกเป็นส่วนย่อย ๆ อาจช่วยให้เข้าใจปัญหาดีขึ้น

2. ขั้นวางแผนงาน (Devises a plan) เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบ หากไม่สามารถเชื่อมโยงได้ทันทีอาจต้องใช้ปัญหาอื่นช่วยเพื่อให้ได้แผนงานแก้ปัญหในที่สุด ผู้แก้ปัญหอาจเริ่มต้นด้วยการคิดว่าตนเคยเห็นปัญหาลักษณะนี้จากที่ไหนมาก่อนหรือไม่ หรือเคยเห็นปัญหในรูปแบบที่คล้ายคลึงกันนี้หรือไม่ จะใช้ความรู้หรือวิธีการใด

แก้ปัญหา จะแก้ปัญหาส่วนใดได้ก่อนบ้าง จะแปลงข้อมูลที่มีอยู่ใหม่เพื่อให้สิ่งที่ต้องการทราบกับข้อมูลที่มีอยู่สัมพันธ์กันมากขึ้นหรือไม่ ได้ใช้ข้อมูลและเงื่อนไขที่มีอยู่อย่างเหมาะสมหรือยัง

3. ขั้นดำเนินการตามแผน (Carrying out the plan) เป็นการลงมือทำงานตามแผนที่วางไว้ และมีการตรวจสอบแต่ละขั้นย่อย ๆ ของงานที่ทำว่าถูกต้องหรือไม่ จะแน่ใจได้อย่างไร เป็นการกำกับการทำงานตามแผน

4. ขั้นตรวจย้อนกลับ (Looking back) เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่ ซึ่งอาจครอบคลุมถึงการขยายความคิดจากผลหรือคำตอบที่ได้ และการวิเคราะห์หาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา

Guilford (1971) ได้กำหนดลำดับการแก้ปัญหาว่าควรประกอบด้วย 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ เป็นการกำหนดปัญหาหรือค้นหาปัญหาที่แท้จริงของเหตุการณ์

2. ขั้นวิเคราะห์ปัญหา เป็นการพิจารณาว่ามีสิ่งใดที่เป็นสาเหตุสำคัญของปัญหาหรือสิ่งใดไม่ใช่สาเหตุของปัญหา

3. ขั้นเสนอแนวทางในการแก้ปัญหา เป็นการหาวิธีการแก้ปัญหา คือ การหาวิธีการแก้ปัญหาซึ่งตรงกับสาเหตุของปัญหาและแสดงออกมาในรูปแบบของวิธีการแก้ปัญหา และได้ผลลัพธ์ในขั้นสุดท้าย

4. ขั้นตรวจสอบผล เป็นการเสนอเกณฑ์เพื่อตรวจสอบผลลัพธ์ที่มาจากการเสนอวิธีการแก้ปัญหา ถ้าผลลัพธ์ที่ได้ยังไม่ถูกต้อง ก็ต้องเสนอวิธีการแก้ปัญหาใหม่จนกว่าจะได้ผลลัพธ์ที่ถูกต้อง

5. ขั้นประยุกต์ เป็นการนำวิธีการแก้ปัญหาที่ถูกต้องไปใช้ในโอกาสอื่นเมื่อพบกับสถานการณ์ปัญหาคล้ายกับปัญหาเดิม

Krulik and Reys (1980) ได้เสนอกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แก้ปัญหาซึ่งประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการพิจารณาข้อมูลในปัญหาหรือเงื่อนไขในส่วนที่กำหนดว่ากำหนดมีอะไรบ้าง ข้อมูลเพียงพอสำหรับการแก้ปัญหาหรือไม่ และสิ่งที่ต้องการหาคืออะไร

2. ขั้นวางแผนการแก้ปัญหา เป็นการหาความสัมพันธ์ของสิ่งที่กำหนดให้กับสิ่งที่ต้องการหา โดยการมีค้นหาทฤษฎี กฎ สูตร นิยาม เพื่อนำมาใช้ในการวางแผนแก้ปัญหา

3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นการดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่ได้วางไว้

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นการตรวจสอบความถูกต้องของการดำเนินการแก้ปัญหาทั้งหมด และความครบถ้วนของคำตอบที่ได้

รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์ (2545) ได้สรุปขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 3 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา โดยอาศัยการแปลความหมาย การวิเคราะห์ข้อมูล ว่าปัญหามีอะไร กำหนดอะไรมาบ้าง จำแนกแยกแยะสิ่งที่เกี่ยวข้องกับปัญหา และสิ่งที่ไม่เกี่ยวข้องกับปัญหาให้แยกออกจากกัน
2. ขั้นวางแผนแก้ปัญหา หาความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ทั้งเป็นสิ่งที่กำหนดให้ และข้อมูลที่เป็นผลตามมาจากสิ่งที่กำหนดให้ หาวิธีการแก้ปัญหาโดยนำกฎเกณฑ์หลักการความคิดรวบยอด มาประกอบกับข้อมูลแล้วเสนอออกมาในรูปวิธีการ
3. ขั้นคำนวณคำตอบที่ถูกต้องตามแผนที่วางไว้ ต้องรู้จักวิธีคำนวณที่เหมาะสม ตลอดจนตรวจสอบวิธีการและคำตอบที่ได้ ถ้าไม่พบคำตอบตามเงื่อนไขของปัญหาต้องกลับไปวางแผนแก้ปัญหาใหม่

สมศักดิ์ โสภณพินิจ (2547) ได้สรุปกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ 5 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นการพิจารณาปัญหาโดยอาจมีการใช้รูปแบบทางคณิตศาสตร์ต่าง ๆ มาช่วย
2. ขั้นแสวงหาความรู้เพื่อนำไปใช้ในการแก้ปัญหา โดยพิจารณาเหตุและแนวทางในการแก้ปัญหา
3. ขั้นการวางแผนในการแก้ปัญหา เป็นการวางโครง การหากลวิธีที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา
4. ขั้นดำเนินการแก้ปัญหตามแผน เป็นการนำกลวิธีที่วางแผนไว้มาดำเนินการแก้ปัญหา
5. ขั้นตรวจสอบผล เป็นการตรวจสอบความเหมาะสม ความถูกต้อง และความน่าเชื่อถือของคำตอบ

จากการศึกษากระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า กระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มี 4 ขั้นตอน ดังนี้

1. ขั้นทำความเข้าใจปัญหา เป็นขั้นการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เพื่อระบุสิ่งที่โจทย์กำหนด และสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
2. ขั้นวางแผน เป็นขั้นการเชื่อมโยงระหว่างข้อมูลในปัญหากับสิ่งที่ต้องการทราบเพื่อวางแผนการแก้ปัญหา
3. ขั้นดำเนินการตามแผน เป็นขั้นการดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้

4. ขั้นตรวจสอบ เป็นการตรวจสอบคำตอบหรือเฉลยที่ได้ว่าสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดในปัญหาหรือไม่

2.4 ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์

Mayer (1992: 455–489; 2003: 146-189) ได้เสนอทักษะที่เป็นความสามารถพื้นฐานของการแก้ปัญหารวมทั้งสิ้น 4 ทักษะ ซึ่งในแต่ละทักษะต้องใช้ความรู้ด้านต่าง ๆ ดังนี้

ขั้นที่ 1 : ขั้นสร้างตัวแทนของความคิดของปัญหา (Problem representation)

การสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเป็นขั้นตอนแรกของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งนักเรียนทุกคนจะต้องผ่านกระบวนการในขั้นนี้ก่อนไปสู่การหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ โดยทักษะสำคัญที่นักเรียนต้องใช้ในกระบวนการขั้นนี้มี 2 ทักษะดังนี้

1. ทักษะการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem translation) หมายถึงความสามารถในการแปลความโจทย์คณิตศาสตร์ และการทำความเข้าใจสถานการณ์ของโจทย์ที่บรรยายอยู่ในรูปของประโยคภาษา กราฟ แผนภูมิ ตารางข้อมูล หรือรูปภาพ เพื่อจะได้ทราบว่าโจทย์ให้ข้อมูลอะไรมาบ้างและโจทย์ต้องการหาสิ่งใด โดยความรู้ที่ต้องใช้ในทักษะนี้มี 2 ประเภทคือ (1) ความรู้ทางภาษา (Linguistic knowledge) เป็นความรู้ที่ทำให้นักเรียนสามารถอ่านหนังสือได้และเข้าใจความหมายของสถานการณ์ปัญหาที่โจทย์กำหนด (2) ความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์ (Factual knowledge) หรือความรู้เกี่ยวกับความหมายของศัพท์ทางคณิตศาสตร์หรือนิยามคณิตศาสตร์ (Semantic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ที่ช่วยให้นักเรียนสามารถทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาได้แจ่มชัดยิ่งขึ้น

Mayer ได้กล่าวว่า การแปลความโจทย์คณิตศาสตร์จะมีความยากเพิ่มขึ้นเมื่อมีสถานการณ์ปัญหามีประโยคที่บรรยายความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้กับปริมาณของตัวแปรในโจทย์ (Relational statement) ตัวอย่างเช่น “แมรีมีอายุเป็น 2 เท่าของเบ็ตตี้ ถ้าแมรีอายุ 40 ปี เบ็ตตี้จะมีอายุกี่ปี?” จะเห็นว่าโจทย์ปัญหานี้ได้บรรยายความสัมพันธ์ของอายุแมรีคือ 40 ปี (ปริมาณของข้อมูลที่โจทย์กำหนดมาให้) กับอายุของเบ็ตตี้ (ปริมาณของตัวแปรในโจทย์) โดยกล่าวไว้ว่า แมรีมีอายุเป็น 2 เท่าของเบ็ตตี้ ซึ่งโจทย์ปัญหาลักษณะนี้จะมีความยากมากกว่าโจทย์ที่บอกปริมาณของข้อมูลมาให้โดยตรง (Assignment statement) เช่น “แมรีอายุ 40 ปี เบ็ตตี้อายุ 20 ปี แมรีมีอายุเป็นกี่เท่าของเบ็ตตี้?” ดังนี้ Loftus และ Suppes (1972 อ้างถึงใน Mayer, 2003: 154) ยังพบว่า โจทย์ที่ไม่เกี่ยวข้องกับการแปลงหน่วยปริมาณของข้อมูล

2. ทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ (Problem representation) หมายถึง ความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้คัดเลือกข้อมูลจากโจทย์ที่มีความเกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา และประมวลข้อมูลที่คัดเลือกแล้วดังกล่าวมาสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหา (Problem representation) โดยการจัดวางข้อมูลให้

เชื่อมโยงสัมพันธ์กันตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและความสอดคล้องกันตามหลักคณิตศาสตร์ สำหรับความรู้ที่ใช้ในทักษะนี้ คือ ความรู้ด้านแบบแผนทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา (Schematic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาเพื่อนำไปเชื่อมโยงข้อมูลต่าง ๆ ในสถานการณ์ปัญหาว่ามีความเกี่ยวข้องกันในลักษณะใด และมีหลักการทางคณิตศาสตร์อะไรบ้างที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหาได้ อย่างไรก็ตามพฤติกรรมที่พบในทักษะนี้สามารถแสดงออกได้หลายรูปแบบ ได้แก่

1) บอกได้ว่าข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้มีความขัดแย้งกันเองหรือไม่ (โดยเป็นการขัดแย้งกันด้วยหลักของเหตุผลหรือขัดแย้งกันด้วยหลักคณิตศาสตร์) ถ้ามี ข้อมูลที่ขัดแย้งกันนั้นคือข้อมูลใด และมีความขัดแย้งกันอย่างไร ในการตรวจสอบพฤติกรรมที่วันนี้ให้สร้างโจทย์คณิตศาสตร์ที่มีสถานการณ์ปัญหาซึ่งมีข้อมูลที่ไม่สามารถเกิดขึ้นได้จริง หรือมีข้อมูลที่เป็นไปไม่ได้ (Impossible problem) เพื่อให้นักเรียนพิจารณาความสมเหตุสมผลของข้อมูล เช่น “ชายคนหนึ่งมีจำนวนเหรียญยี่สิบห้าเซ็นต์เป็น 7 เท่าของจำนวนเหรียญสิบเซ็นต์ที่เขามี ถ้ามูลค่าของจำนวนเหรียญสิบเซ็นต์ที่เขา มีมากกว่ามูลค่าของจำนวนเหรียญยี่สิบห้าเซ็นต์อยู่ 2.50 ดอลลาร์ อยากทราบว่าชายคนนี้จะจะมีเหรียญแต่ละชนิดจำนวนกี่เหรียญ?” หากพิจารณาปัญหานี้ให้ดีๆ พบว่า เมื่อใช้ความรู้ด้านภาษาและความรู้เกี่ยวกับข้อเท็จจริงทางคณิตศาสตร์เพื่อแปลงประโยคในโจทย์ให้เป็นสมการทางคณิตศาสตร์จะได้ว่า $Q = 7D$ และ $D(0.10) = 2.50 + Q(0.25)$ เมื่อกำหนดให้ Q แทนจำนวนเหรียญยี่สิบห้าเซ็นต์ และ D แทนจำนวนเหรียญสิบเซ็นต์ แต่เมื่อได้พิจารณาสมการทั้งสองร่วมกันอย่างถี่ถ้วนแล้วจึงพบว่า ปัญหานี้ไม่สามารถสร้างสมการเพื่อเป็นตัวแทนทางความคิดของปัญหา (Problem representation) ได้เนื่องจากสมการที่สร้างขึ้นไม่สอดคล้องกันอย่างสมเหตุสมผลตามหลักคณิตศาสตร์ ซึ่งแสดงให้เห็นว่านักเรียนที่จะสามารถแสดงพฤติกรรมนี้ได้จำเป็นต้องอาศัยความรู้ทางคณิตศาสตร์ร่วมในการพิจารณาข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ เพื่อบูรณาการข้อมูลเหล่านั้นมาสร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาให้มีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์

2) พิจารณาข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เพื่อแยกแยะข้อมูลที่จำเป็นและข้อมูลที่ไม่จำเป็นต่อการแก้ปัญหา ให้สามารถเลือกใช้ข้อมูลมาแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง หรือคัดเลือกเฉพาะข้อมูลจากโจทย์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ ฉะนั้นนักเรียนที่แสดงพฤติกรรมนี้ได้ต้องรู้จักประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการจำแนกข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ แล้วคัดเลือกเฉพาะข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหานั้น

3) บอกได้ว่าในการแก้ปัญหานั้น ๆ จำเป็นต้องใช้ข้อมูลใดบ้าง หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือบอกได้ว่าโจทย์ให้ข้อมูลมาเพียงพอสำหรับใช้แก้ปัญหาหรือไม่ ถ้าไม่เพียงพอ ข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมคืออะไรบ้าง อย่างไรก็ตามพฤติกรรมนี้จะมีลักษณะคล้ายคลึงกับพฤติกรรมในข้อ 2 เพียงแต่แสดงออกในรูปแบบที่ต่างกันขึ้นอยู่กับลักษณะของโจทย์ปัญหา กล่าวคือ โจทย์ปัญหาซึ่งใช้

วัดพฤติกรรมในข้อ 2 มักเป็นโจทย์ที่ให้ข้อมูลมากเกินไปจนความจำเป็นต่อการแก้ปัญหาเพื่อวัดความสามารถในการจำแนกข้อมูลและคัดเลือกข้อมูลที่เหมาะสมในการแก้ปัญหา ในขณะที่ลักษณะของโจทย์ปัญหาที่ใช้วัดพฤติกรรมนี้มักเป็นโจทย์ที่กำหนดข้อมูลให้ไม่ครบถ้วนหรือไม่เพียงพอต่อการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนแสดงความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหา แล้วบอกข้อมูลส่วนที่เหลือหรือบอกข้อมูลที่ต้องการเพิ่มเติมในการใช้แก้ปัญหา กล่าวอีกนัยหนึ่งคือนักเรียนต้องประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่จะใช้ในการแก้ปัญหา เพื่อบอกข้อมูลที่ต้องการซึ่งได้ขาดหายไปแต่มีความเกี่ยวข้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ดังกล่าวอันจะนำไปสู่การแก้ปัญหาต่อไปได้

4) สร้างโจทย์คณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ หรือสร้างสถานการณ์ปัญหาที่สอดคล้องกับสมการคณิตศาสตร์ที่กำหนดมาให้ได้ ซึ่งนักเรียนต้องแสดงความสามารถในการประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อมาบูรณาการกับข้อมูลในสถานการณ์ปัญหาให้ออกมาเป็นโจทย์ปัญหาที่มีข้อมูลในโจทย์สอดคล้องกันตามเงื่อนไขของการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ที่กำหนดมาให้

5) จำแนกโจทย์ปัญหาตามลักษณะเนื้อหาทางคณิตศาสตร์หรือตามลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องในการใช้แก้ปัญหาได้ โดยส่วนใหญ่แล้วนักเรียนที่จะแสดงพฤติกรรมนี้ได้ต้องมีความรู้พื้นฐานเรื่อง “กลุ่มโครงสร้างของโจทย์คณิตศาสตร์ (Problem categories)” ก่อน จึงจะสามารถจำแนกหรือจัดประเภทของโจทย์ปัญหาตามลักษณะความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาได้ (ซึ่งโดยส่วนมากการสอนความรู้พื้นฐานดังกล่าว มักพบในรูปแบบการเรียนการสอนของโรงเรียนในต่างประเทศ และมักไม่ค่อยพบการเรียนการสอนลักษณะนี้ในโรงเรียนของไทย) อย่างไรก็ตามพฤติกรรมนี้ยังคงเป็นพฤติกรรมที่ต้องประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เช่นกัน เพื่อที่จะจำแนกสถานการณ์ปัญหาในโจทย์ตามลักษณะของความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ต้องใช้ในการแก้ปัญหา

6) สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดและมีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์ โดยใช้การวาดรูปเพื่อแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล หรือจะแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลโดยการสร้างแผนภูมิ ตารางข้อมูล หรือแผนภาพก็ได้ รวมถึงการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่สร้างสมการที่สอดคล้องกัน เป็นต้น ซึ่งนักเรียนที่สร้างตัวแทนทางความคิดของปัญหาได้จะต้องสามารถประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงความสัมพันธ์ของข้อมูลเหล่านั้นตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดให้และมีความสอดคล้องตามหลักคณิตศาสตร์ได้

พฤติกรรมที่ปรากฏในทักษะการบูรณาการข้อมูลจากโจทย์ปัญหาโดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวไปในข้างต้นนี้ มีข้อสังเกตบางประการซึ่งเห็นได้ว่า พฤติกรรมเหล่านั้นล้วนมีลักษณะของพฤติกรรมที่เท่าเทียมกัน ในแง่ที่ต้องประยุกต์ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงความรู้กับข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้เหมือนกัน หรือพฤติกรรมเหล่านั้นต่างมีคุณลักษณะบางประการที่เหมือนกันคือต้องการใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อเชื่อมโยงข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล เพียงแต่มีการแสดงออกของแต่ละพฤติกรรมที่แตกต่างกันออกไปเท่านั้น

ขั้นที่ 2 : ขั้นแก้ปัญหาเพื่อหาคำตอบ (Problem solution)

สำหรับขั้นสุดท้ายของกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ เป็นการใช้ตัวแทนทางความคิดของปัญหาที่สร้างแล้วนั้น มาประกอบในการวางแผนแก้ปัญหาเพื่อหากลวิธีที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ โดยกระบวนการในขั้นนี้ประกอบด้วยทักษะที่สำคัญ 2 ทักษะ ได้แก่

1. ทักษะการวางแผนการแก้ปัญหา (Solution planning and monitoring) หมายถึง ความสามารถในการบูรณาการความรู้ทางคณิตศาสตร์กับตัวแทนทางความคิดของปัญหาเพื่อเชื่อมโยงข้อมูลทั้งหมดไปสู่การหาสิ่งที่โจทย์ต้องการ โดยมีการแบ่งขั้นตอนในการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา และเลือกกลวิธีในการแก้ปัญหา (Planning) พร้อมทั้งกำกับความคิด (Monitoring) เพื่อตรวจสอบการวางแผนขั้นตอนการแก้ปัญหาในแต่ละขั้นตอนว่ามีความสำคัญอย่างไรหรือเพราะเหตุใดจึงเลือกขั้นตอนนั้นมาแก้ปัญหา และขั้นตอนเหล่านั้นมีความถูกต้องเหมาะสมแล้วหรือไม่ สำหรับความรู้ที่ใช้ในทักษะนี้คือ ความรู้ด้านกลวิธีในการหาคำตอบหรือความรู้เกี่ยวกับการวางแผนแก้ปัญหา (Strategic knowledge) ซึ่งเป็นความรู้ที่ต้องอาศัยประสบการณ์การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของแต่ละบุคคล ร่วมกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เคยเรียนมาในการวางแผนหรือสร้างกลวิธีแก้ปัญหาที่จะนำไปสู่การหาคำตอบที่ต้องการ

2. ทักษะการดำเนินการตามแผน (Solution execution) หมายถึง ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ตามกลวิธีที่ได้วางแผนและการคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์เพื่อที่จะหาคำตอบตามที่โจทย์ต้องการ โดยความรู้สำคัญที่ต้องใช้ในทักษะนี้คือ ความรู้เชิงกระบวนการ (Procedural knowledge) เพื่อคำนวณหาคำตอบตามแผนการที่วางไว้จนได้ผลลัพธ์ออกมาตามที่ต้องการ ทักษะนี้จึงเป็นทักษะที่ใช้ในกระบวนการแก้ปัญหาโจทย์ปัญหาลำดับสุดท้ายนั่นเอง

2.5 กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงกลยุทธ์หรือยุทธวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Greenes (1972, อ้างถึงใน ยุพิน พิพิธกุล, 2530) ได้กล่าวถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาไว้ ดังนี้

1. วิธีการคาดคะเนหรือเดา เป็นการเสี่ยงคาดคะเน เพื่อจะได้หาสิ่งที่ต้องการอ้างอิงต่อไป
2. การทำให้เป็นอย่างง่าย เป็นการทำให้โจทย์ให้เป็นกรณีง่าย ๆ เท่าที่จะทำได้ แล้วค้นหารูปแบบและความสัมพันธ์ เพื่อขยายไปเรื่องที่ซับซ้อนต่อไป
3. การทดลองเพื่อแก้ปัญหา เช่น การโยนลูกเต๋า การสร้างรูป การวัด คำนวณ การสังเกตว่าผลการเปลี่ยนแปลงอย่างไร หรือการทดลองเพื่อเก็บข้อมูล
4. การสร้างแผนภาพ เช่น การสอนเรื่องสมการโดยการเขียนภาพประกอบ ซึ่งทำให้โจทย์ปัญหาเป็นรูปธรรมที่เห็นได้ชัด มองเห็นแนวทางในการคิด
5. การทำตาราง เป็นการช่วยให้มองเห็นข้อที่เหมือนกัน หรือต่างกัน อันจะนำไปสู่การนำเสนอสรุป และการแก้ปัญหาได้
6. การเขียนกราฟ ซึ่งช่วยให้เห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล เห็นแนวทางถึงสิ่งที่น่าจะเป็นไปได้

Reys et al. (2004) ได้เสนอกลวิธีที่ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ 10 ประการ

1. ปฏิบัติเพื่อออกไปจากปัญหา (Act it out) เป็นกลวิธีนี้นักเรียนได้สัมผัสกับสถานการณ์ของโจทย์ปัญหา และนักเรียนได้เรียนรู้วิธีการแก้ปัญหจากสถานการณ์นั้น
2. ใช้ภาพหรือแผนภาพ (Make a drawing or diagram) เป็นการเขียนภาพหรือแผนภาพของข้อมูลตามที่โจทย์กำหนดให้
3. ค้นหาแบบรูป (Look for a pattern) เป็นการใช้แบบรูปของจำนวนหรือรูปภาพที่โจทย์กำหนดให้ช่วยในการแก้โจทย์ปัญหา
4. สร้างตาราง (Construct a table) เป็นการจัดระเบียบของข้อมูลในรูปแบบของตารางช่วยให้ผู้แก้โจทย์ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้โจทย์ปัญหา
5. จำแนกทุกกรณีที่เป็นไปได้ (Identify all possibilities) กลวิธีนี้มักใช้ร่วมกับกลวิธีสร้างตาราง และค้นหาแบบรูป ทำให้นักเรียนรู้ว่าคำตอบของโจทย์ปัญหาเป็นอะไรได้บ้าง

6. เดาและตรวจสอบ (Guess and check) เป็นการคาดเดาคำตอบและตรวจสอบคำตอบที่ได้ ผู้แก้ปัญหามั่นใจว่าคำตอบที่ได้จากการเดาถูกต้องหรือไม่ จะต้องตรวจสอบคำตอบว่าเป็นไปตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนดหรือไม่

7. ทำย้อนกลับ (Work backward) เป็นการหาคำตอบโดยพิจารณาจากข้อมูล สุดท้ายที่โจทย์กำหนดมาให้ ช่วยในการหาคำตอบที่โจทย์ถาม

8. เขียนประโยคเปิด (Write an open sentence) เป็นการฝึกหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในประโยคคำถาม ซึ่งมีลักษณะเหมือนคำทาย เพื่อใช้ในการหาคำตอบ

9. แก้ปัญหาที่ง่ายกว่าหรือปัญหาที่คล้ายกัน (Solve a simpler or similar problem) เป็นการกำหนดปัญหาขึ้นมาใหม่ที่มีลักษณะง่ายกว่า หรือคล้ายกัน โดยมีโครงสร้างของปัญหาเหมือนเดิม

10. เปลี่ยนจุดมุ่งหมายของปัญหา (Change your point of view) เป็นการแก้ปัญหาละตอน ทำให้ได้คำตอบของโจทย์ปัญหา

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) ได้กล่าวถึงกลยุทธ์ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. กลยุทธ์เดาและตรวจสอบ เป็นการพิจารณาข้อมูลและเงื่อนไขต่าง ๆ ที่ปัญหากำหนดแล้วคาดเดาคำตอบของปัญหา หลังจากนั้นตรวจสอบความถูกต้อง ถ้าไม่ถูกต้องก็คาดเดาใหม่ โดยอาศัยพื้นฐานของเหตุผล จากการคาดเดาครั้งแรก

2. กลยุทธ์การวาดภาพ เป็นการแสดงสถานการณ์ของข้อมูลที่โจทย์กำหนดให้ออกมาเป็นภาพ เพื่อช่วยให้ผู้แก้ปัญหามีความเข้าใจปัญหาแจ่มชัดขึ้น ทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ และสามารถกำหนดแนวในการแก้ปัญหได้รวดเร็ว

3. กลยุทธ์สร้างตาราง เป็นการจากแจงกรณีต่าง ๆ ที่เป็นไปได้ของสถานการณ์ที่ปัญหากำหนดโดยนำมาเขียนในรูปตาราง เป็นการจัดระบบข้อมูลทำให้มองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลชัดเจน ซึ่งนำไปสู่การหาคำตอบของปัญหา

4. กลยุทธ์ใช้ตัวแปร แทนจำนวนที่ไม่ทราบค่า ซึ่งจะเป็นโจทย์ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับจำนวนหรือปริมาณ โดยสร้างความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่มีตัวแปรปรากฏอยู่ แล้วศึกษาหาคำตอบของปัญหาจากความสัมพันธ์นั้น

5. กลยุทธ์ค้นหารูปแบบ เป็นการศึกษาข้อมูลที่มีอยู่ แล้ววิเคราะห์ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลเหล่านั้นแล้วคาดเดาคำตอบ และสรุปเป็นรูปแบบหรือกฎเกณฑ์ของข้อมูลเหล่านั้น ทำให้ได้คำตอบที่โจทย์ต้องการ

6. กลยุทธ์แบ่งกรณี เป็นการแบ่งปัญหาเป็นกรณีมากกว่า 1 กรณี ทำให้แต่ละกรณีมีความชัดเจนมากขึ้น เมื่อหาคำตอบของทุกกรณีได้แล้วนำมาพิจารณาคำตอบของทุกกรณีร่วมกัน จะได้ภาพรวมซึ่งเป็นคำตอบของปัญหา

7. กลยุทธ์การใช้เหตุผล เป็นการใช้อยู่ที่ปัญหาคำหนดให้ เป็นเหตุบังคับให้เกิดผล ซึ่งต้องผสมผสานกับความรู้ และประสบการณ์ต่าง ๆ ที่ผู้แก้ปัญหาอยู่เพื่อให้ได้คำตอบที่ต้องการ

8. กลยุทธ์สร้างปัญหาขึ้นใหม่ เป็นการสร้างปัญหาที่มีโครงสร้างคล้ายกับปัญหาเดิมแต่มีความยุ่งยากน้อยกว่า ตลอดจนแบ่งเป็นปัญหาเดิมออกเป็นปัญหาย่อย ๆ ที่สัมพันธ์กับปัญหาเดิม จะทำให้ผู้แก้ปัญหามองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหาเดิม

9. กลยุทธ์สร้างแบบจำลอง เป็นการทำให้ปัญหามีความชัดเจนมากขึ้น เป็นการสื่อที่เป็นรูปธรรมมาแสดงสถานการณ์ของปัญหา และรวมไปถึงการใช้สื่อในการแก้ปัญหา

10. กลยุทธ์ทำย้อนกลับ ปัญหาบางชนิดสามารถแก้ไขง่ายกว่าถ้าเริ่มต้นแก้ปัญหาโดยพิจารณาจากผลลัพธ์สุดท้ายแล้วมองย้อนกลับมาสู่ตัวปัญหาอย่างมีขั้นตอน กลยุทธ์มองย้อนกลับใช้กระบวนการคิดวิเคราะห์โดยพิจารณาจากผลย้อนกลับไปหาเหตุ ซึ่งจะต้องหาเงื่อนไขเชื่อมโยงระหว่างสิ่งที่ต้องการกับสิ่งที่กำหนด

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2544) ได้กล่าวถึงยุทธวิธีในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ยุทธวิธีเดาและตรวจสอบ
2. ยุทธวิธีเขียนภาพ เขียนแผนภูมิและสร้างแบบจำลอง
3. ยุทธวิธีสร้างตาราง
4. ยุทธวิธีใช้ตัวแปร
5. ยุทธวิธีค้นหารูปแบบ
6. ยุทธวิธีใช้การให้เหตุผลทางตรง
7. ยุทธวิธีย้อนกลับ
8. ยุทธวิธีสร้างปัญหาใหม่ สามารถแยกได้เป็น 3 ลักษณะ คือ
 - 8.1 ยุทธวิธีนี้ถึงปัญหาที่เกี่ยวข้องกัน
 - 8.2 ยุทธวิธีแก้ปัญหที่ง่ายกว่า
 - 8.3 ยุทธวิธีกำหนดเป้าหมายตรง

สมเดช บุญประจักษ์ (2550) ได้รวบรวมยุทธวิธีที่นำมาใช้ในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การหารูปแบบ เป็นยุทธวิธีการแก้ปัญหาได้ดีแบบหนึ่ง ที่ผู้แก้ปัญหามองจะต้องวิเคราะห์และหาความสัมพันธ์ของข้อมูลในสถานการณ์ปัญหานั้น ๆ แล้วคาดเดาคำตอบโดยใช้การให้เหตุผลแบบอุปนัย คำตอบที่ได้จะยอมรับว่าเป็นคำตอบที่ถูกต้อง ผ่านการตรวจสอบยืนยันโดย

ใช้การพิสูจน์หรือการใช้เหตุผลแบบนิรนัย การแก้ปัญหาที่ใช้ยุทธวิธีการหาแบบรูป นิยมเขียนคำตอบของปัญหาในรูปแบบทั่วไป ซึ่งอาจจะเป็นแบบรูปของจำนวนหรือแบบรูปของรูปเรขาคณิต

2. การเขียนแผนผังหรือภาพประกอบ เป็นการเขียนผังหรือภาพต่าง ๆ ของสถานการณ์ปัญหา เพื่อช่วยให้เห็นถึงความสัมพันธ์และแนวทางในการหาคำตอบ

3. การสร้างรูปแบบหรือแบบจำลอง เป็นกลวิธีการแก้ปัญหาที่คล้ายกับการเขียนแผนภาพ แต่มีประโยชน์ที่ดีกว่าตรงที่นักเรียนสามารถเคลื่อนสิ่งที่นำมาจัดรูปแบบได้

4. การสร้างตารางหรือกราฟ เป็นการจัดการกระทำกับข้อมูลเพื่อให้ดูง่าย สะดวกต่อการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์อันจะนำไปสู่การพบรูปแบบหรือข้อชี้แนะอื่น ๆ ตารางอาจช่วยแสดงกรณีที่เป็นไปได้ของการแก้ปัญหา นั้น ๆ

5. การแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมด เป็นการแจกแจงกรณีที่เป็นไปได้ทั้งหมดของปัญหา ใช้ได้กรณีที่จำนวนกรณีที่แน่นอน มักจะใช้ตารางช่วยในการแจกแจงกรณี

6. การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์เพื่อแสดงสถานการณ์ทางปัญหา ที่เป้าหมาย 2 ประการ คือ เป็นการแสดงความเข้าใจสถานการณ์ปัญหาและเป็นการแสดงให้รู้ว่าต้องคิดคำนวณอย่างไรในการแก้ปัญหา นักเรียนที่เขียนประโยคทางคณิตศาสตร์ได้ถูกต้อง แสดงว่าเข้าใจปัญหานั้นและนำไปสู่การดำเนินการหาคำตอบได้ถูกต้อง

7. การดำเนินการแบบย้อนกลับ ยุทธวิธีนี้เริ่มจากข้อมูลที่ได้จากขั้นตอนสุดท้ายแล้วทำย้อนขั้นตอนกลับมาสู่ข้อความที่กำหนดเริ่มต้น เป็นการใช้กระบวนการเรียงของการวิเคราะห์ที่พิจารณาจากผลย้อนกลับไปสู่เหตุ โดยพิจารณาจากเงื่อนไขระหว่างสิ่งที่ต้องการกับข้อมูลที่กำหนด การดำเนินการย้อนกลับใช้ได้ดีกับการแก้ปัญหาที่ต้องการอธิบายถึงขั้นตอนการได้มาซึ่งคำตอบ เช่น การพิสูจน์ทางเรขาคณิต

8. การแบ่งเป็นปัญหาย่อย ๆ หรือเปลี่ยนมุมมองของปัญหา บางปัญหาที่มีความซับซ้อนหรือมีหลายขั้นตอน เพื่อความสะดวกอาจแบ่งปัญหาเป็นปัญหาย่อย ๆ เพื่อง่ายต่อการหาคำตอบแล้วนำผลการแก้ปัญหาย่อย ๆ นี้ไปตอบปัญหาที่กำหนด หรือบางปัญหาอาจต้องใช้การคิดและเปลี่ยนมุมมองที่ต่างไปจากที่คุ้นเคยที่ต้องทำตามขั้นตอนที่ละขั้น

จากการศึกษากลยุทธ์หรือยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า กลยุทธ์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นมีหลากหลาย เช่น การใช้ภาพหรือแผนภาพ การค้นหาแบบรูป การสร้างตารางหรือกราฟ การเขียนเป็นประโยคทางคณิตศาสตร์ ซึ่งผู้แก้ปัญหามustเลือกใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ให้เหมาะสมกับลักษณะของแต่ละปัญหาซึ่งจะทำให้สามารถแก้ปัญหานั้นได้สำเร็จ

2.6 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) ได้เสนอวิธีสอนของครู เพื่อช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาตามขั้นตอนของการแก้ปัญหา 4 ขั้นตอนของ Polya และนำมาเป็นแนวทางในการช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนสรุปได้ดังนี้

1. การพัฒนาความสามารถในการทำความเข้าใจปัญหา

- ควรพัฒนาทักษะการอ่าน โดยให้นักเรียนฝึกอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งหาคำตอบ อาจฝึกได้ทั้งเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม

- ควรใช้กลวิธีช่วยเพิ่มพูนความเข้าใจ เช่น การเขียนภาพหรือสร้างแบบจำลอง ทำให้ปัญหามีความเป็นรูปธรรม สามารถทำความเข้าใจได้ง่ายขึ้น

- ควรใช้ปัญหาที่เกี่ยวข้องกับชีวิตจริงมาให้นักเรียนฝึกทำความเข้าใจ

2. การพัฒนาความสามารถในการวางแผนการแก้ปัญหา

- ต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่ควรใช้วิธีการกระตุ้นให้คิดด้วยตนเอง เช่น การใช้คำถามนำ

- ควรส่งเสริมให้นักเรียนคิดออกมามาก ๆ คือ สามารถบอกให้คนอื่น ๆ ทราบว่าตนคิดอะไร อาจอยู่ในรูปของการบอก หรือเขียนแผนภาพ และแบบแผนแสดงลำดับขั้นตอน การคิดออกมาให้ผู้อื่นทราบ ทำให้เกิดการอภิปรายเพื่อหาแนวทางในการแก้ปัญหาที่เหมาะสม

- ควรสร้างลักษณะนิสัยของนักเรียนให้รู้จักคิดวางแผนก่อนลงมือทำสิ่งใดเสมอ เพราะจะทำให้สามารถประเมินความเป็นไปได้ของการแก้ปัญหานั้น ๆ ควรเน้นว่าวิธีแก้ปัญหานั้นสำคัญกว่าคำตอบที่ได้ เพราะวิธีการสามารถนำไปใช้ได้กว้างขวางมากกว่า

- ควรจัดหาปัญหามาให้นักเรียนฝึกบ่อย ๆ ซึ่งต้องเป็นปัญหาที่ท้าทายและน่าสนใจ

- ควรส่งเสริมให้รู้จักใช้กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา แต่ละข้อให้มากกว่าหนึ่งวิธี เพื่อให้นักเรียนมีความยืดหยุ่นในความคิด และจะมีโอกาสได้ฝึกการวางแผนมากขึ้น

3. การพัฒนาความสามารถในการดำเนินการตามแผน

- ควรให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหา ดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และควรให้นักเรียนฝึกการตรวจสอบการวางแผน ก่อนที่จะลงมือทำตามแผน โดยพิจารณาความเป็นไปได้ ความถูกต้องของแผนที่วางไว้ และพิจารณาว่าวิธีการเหมาะสมถูกต้องกับการแก้ปัญหานั้น ๆ หรือไม่

4. การพัฒนาความสามารถในการตรวจสอบผลหรือคำตอบ

- ควรกระตุ้นให้เห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบให้เคยชิน โดยครูอาจสร้างกิจกรรมให้นักเรียนได้ฝึกการตรวจสอบความถูกต้อง หาข้อบกพร่องจากการแสดงการแก้ปัญหาที่ครูยกตัวอย่างมาให้

- ควรกระตุ้นให้รู้จักตีความหมายของคำตอบที่ได้ ว่ามีความหมายสอดคล้องกับปัญหาหรือไม่

- ควรสนับสนุนให้ทำแบบฝึกหัด โดยใช้วิธีการหาคำตอบได้มากกว่า 1 วิธี เพื่อเป็นการตรวจสอบวิธีการที่ใช้นั้นกับวิธีการอื่นที่สามารถใช้หาคำตอบในปัญหานั้นได้อีก

- ควรฝึกให้นักเรียนหัดสร้างโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับเนื้อหาที่เรียน เพื่อช่วยให้มีความเข้าใจในโครงสร้างของปัญหา ทำให้สามารถมองเห็นแนวทางในการคิดแก้ปัญหาด้วยวิธีอื่น ๆ ได้

ศักดิ์ดา บุญโต (2544) ได้กล่าวว่า สิ่งที่จะทำให้นักเรียนเกิดความสนใจและสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้ดีขึ้น ได้แก่

1. ครูควรเลือกปัญหาที่น่าสนใจ เป็นโจทย์ปัญหาที่นักเรียนมีประสบการณ์ในเรื่องนั้น ๆ

2. ควรเลือกใช้อุปกรณ์ที่เป็นรูปธรรม เช่น การวาดภาพ การเขียนแผนผัง จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นปัญหาและสามารถหาคำตอบหรือพิสูจน์ได้ชัดเจน

3. การสร้างบทบาทสมมติ เช่น การแสดงประกอบบทเรียน จะช่วยให้นักเรียนสานสัมพันธ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหานั้นได้ดีขึ้น

4. การให้โจทย์ปัญหาที่มีความยากง่ายหลาย ๆ ระดับ เนื่องจากนักเรียนแต่ละคนมีความสามารถแตกต่างกัน การให้แบบฝึกหัดที่ตนเองประสบความสำเร็จ จะช่วยให้นักเรียนมีเจตคติที่ดีขึ้น เป็นการท้าทายความสามารถที่จะแก้ปัญหาในระดับที่ยากขึ้น

5. ครูควรหาวิธีการที่จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นข้อมูลที่สัมพันธ์กันได้ชัดเจนและรวดเร็ว รวมทั้งการรู้จักตัดทอนข้อมูลที่ไม่จำเป็นทิ้ง

6. การฝึกเขียนประโยคข้อความเพื่อนำไปสู่ประโยคสัญลักษณ์ ก็เป็นสิ่งจำเป็นในการแก้โจทย์ปัญหาซับซ้อน อาจจะไม่จำเป็นสำหรับนักเรียนที่มีความสามารถน้อย เพราะจะก่อให้เกิดความสับสนเพิ่ม

7. ครูไม่ควรตีกรอบให้นักเรียนแก้โจทย์ปัญหาด้วยวิธีที่ครูอธิบายเพียงอย่างเดียว แต่ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนหาแนวทางแก้ปัญหามากมาย ๑ วิธี และนำเสนอวิธีที่นักเรียนคิดได้ มาอภิปรายร่วมกัน เพื่อให้นักเรียนได้เลือกวิธีที่ตัวเองสนใจ และช่วยให้นักเรียนยอมรับในวิธีการแก้ปัญหาของบุคคลอื่นด้วย

8. การฝึกให้นักเรียนรู้จักการหาคำตอบโดยการประมาณ ควรเริ่มฝึกตั้งแต่นักเรียนเริ่มเรียนการแก้โจทย์ปัญหา เพื่อให้เกิดความคุ้นเคย

9. ครูควรฝึกให้นักเรียนมีความสามารถเฉพาะบางประการ เช่น

- การสรุปความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์ และการนำหลักเกณฑ์ต่าง ๆ มาประยุกต์ใช้

- การแปลงภาษาทางคณิตศาสตร์เป็นประโยคสัญลักษณ์
- การมองหาลักษณะที่เหมือนกันหรือต่างกัน
- การหาสภาพหรือเงื่อนไขของโจทย์ปัญหา
- การวางหลักเกณฑ์ทั่วไปซึ่งมีพื้นฐานอยู่บนการสังเกต

อัมพร ม้าคนอง (2553) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหให้ผู้เรียน สรุปเป็น 3 แนวทาง ดังนี้

1. การสอนผ่านการแก้ปัญห เป็นการสอนความรู้หรือพัฒนาทักษะใด ๆ โดยใช้ปัญหาเป็นสื่อหรือเครื่องมือในการเรียนรู้ เช่น การให้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เพื่อให้ผู้เรียนวิเคราะห์ แก้ปัญหา และเรียนรู้สิ่งใหม่

2. การสอนให้แก้ปัญห เป็นการสอนที่เน้นการฝึกให้ผู้เรียนใช้กระบวนการแก้ปัญหากับปัญหาที่หลากหลายและมีโครงสร้างแตกต่างกัน เพื่อให้เกิดประสบการณ์ในการแก้ปัญหามากพอที่จะสามารถนำไปประยุกต์ใช้ได้

3. การสอนกระบวนการแก้ปัญห เป็นการสอนให้ผู้เรียนเข้าใจและเรียนรู้เกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญห เทคนิค และกลวิธีแก้ปัญห

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ครูควรพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาโดยการสอนผ่านการแก้ปัญหา สอนให้แก้ปัญหา หรือสอนกระบวนการแก้ปัญหา โดยเลือกปัญหาที่น่าสนใจและมีความยากง่ายหลาย ๆ ระดับ และฝึกให้นักเรียนหาแนวทางแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีการ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนในขั้นตอนต่าง ๆ ของการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด

2.7 การประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Charles and Lester (1982) ได้เสนอรูปแบบการวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ โดยพิจารณาถึงความสามารถ 3 ประการ ดังนี้

1. ความเข้าใจปัญหา เป็นความสามารถในการแปลความหมายของโจทย์ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้
 - 0 หมายถึง แปลความหมายผิดโดยสิ้นเชิง
 - 1 หมายถึง แปลความหมายผิดบางส่วน
 - 2 หมายถึง แปลความหมายโจทย์ถูกต้อง
2. การแก้ปัญหา เป็นความสามารถในการวางแผนแก้ปัญหาโจทย์ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้
 - 0 หมายถึง ไม่ลงมือทำหรือทำผิดโดยสิ้นเชิง
 - 1 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้องเป็นบางส่วน
 - 2 หมายถึง มีกระบวนการแก้ปัญหาถูกต้อง (ไม่พิจารณาการคำนวณ)
3. การตอบปัญหา เป็นการพิจารณากระบวนการแก้ปัญหากับทักษะการคำนวณ มีวิธีการให้คะแนน ดังนี้
 - 0 หมายถึง ตอบผิดและกระบวนการแก้ปัญหาผิด
 - 1 หมายถึง ตอบเพียงบางส่วน (ในกรณีที่มีหลายคำตอบ)
 - 2 หมายถึง การคำนวณถูกต้อง

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (2555) ได้เสนอเกณฑ์การประเมินผลแบบเกณฑ์ย่อยของการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

รายการประเมิน	คะแนน (ระดับคุณภาพ)	เกณฑ์การพิจารณา
1. ความเข้าใจปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เข้าใจปัญหาได้ถูกต้อง - เข้าใจปัญหาได้ถูกต้องเพียงบางส่วน - เข้าใจปัญหาน้อยมากหรือไม่เข้าใจปัญหา
2. การเลือกยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง เหมาะสม และสอดคล้องกับปัญหา - เลือกวิธีการที่สามารถแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง แต่ยังไม่เหมาะสมหรือไม่ครอบคลุมประเด็นของปัญหา - เลือกวิธีการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ ไม่สามารถเลือกวิธีการแก้ปัญหาได้
3. การใช้ยุทธวิธีการแก้ปัญหา	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง และแสดงการแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างชัดเจน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ได้ถูกต้อง แต่แสดงการแก้ปัญหายังไม่ชัดเจน - นำวิธีการแก้ปัญหาไปใช้ไม่ถูกต้อง หรือไม่แสดงลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. การสรุปคำตอบ	3 (ดี) 2 (พอใช้) 1 (ต้องปรับปรุง)	- สรุปคำตอบได้ถูกต้อง สมบูรณ์ - สรุปคำตอบได้ถูกต้องบางส่วน หรือสรุปคำตอบไม่ครบถ้วน - ไม่มีการสรุปคำตอบ หรือสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง

สุรัชย์ วงศ์จันเสื่อ (2555) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ไว้ดังนี้

คะแนน	คำอธิบาย
ส่วนที่ 1 การประเมินความเข้าใจปัญหา	
2	สามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้
1	สามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้แต่ไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ หรือ สามารถบอกสิ่งที่โจทย์กำหนดได้แต่ไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ หรือ บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้ แต่ไม่ครบถ้วน
0	กรณีไม่สามารถบอกสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและสิ่งที่โจทย์กำหนดได้
ส่วนที่ 2 การวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา	
2	สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้และดำเนินการแก้ปัญหา จนได้คำตอบที่ถูกต้อง
1	มีการวางแผนแต่ไม่มีการดำเนินการแก้ปัญหา หรือ มีความพยายามการวางแผนและมีการดำเนินการแก้ปัญหา
0	กรณีไม่มีความพยายามในการวางแผน หรือวางแผนไม่ถูกต้อง และไม่ดำเนินการแก้ปัญหา
ส่วนที่ 3 การสรุปคำตอบ	
2	เขียนคำตอบถูกต้องและมีการเขียนอธิบายเพื่อสรุปคำตอบ
1	เขียนคำตอบถูกต้องแต่ไม่ได้เขียนอธิบายเพื่อสรุปคำตอบ หรือ เขียนคำตอบไม่ถูกต้องแต่เขียนอธิบายเพื่อสรุปคำตอบได้ถูกต้อง หรือ เขียนคำตอบถูกต้องและเขียนอธิบายเพื่อสรุปคำตอบได้ถูกต้อง บางส่วน หรือ ไม่มีการเขียนอธิบายเพื่อสรุปคำตอบแต่ได้คำตอบถูกต้อง
0	คำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง และไม่มีการเขียนอธิบายเพื่อสรุปคำตอบ

ธีรพล พากเพียรกิจ (2558) ได้สร้างเกณฑ์การตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

ความสามารถในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา	คะแนน
ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง	3
- ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้บ้าง แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง หรือ - ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องทั้งหมด แต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาไม่ถูกต้อง	2
- ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้บ้าง แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด และระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ไม่ถูกต้อง หรือ - ระบุสิ่งสำคัญที่สรุปได้จากสถานการณ์ปัญหาได้ไม่ถูกต้องเลย แต่ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการหาได้ถูกต้อง	1
ความสามารถในการแปลงข้อมูลของสถานการณ์ปัญหา	คะแนน
กำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และสร้างสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง	3
- กำหนดตัวแปรแทนข้อมูลและหาความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง แต่สร้างสมการทางพีชคณิตไม่ถูกต้อง หรือ - สร้างสมการทางพีชคณิตได้ถูกต้อง แต่กำหนดตัวแปรแทนข้อมูลหรือหาความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ถูกต้อง	2
กำหนดตัวแปรแทนข้อมูลหรือหาความสัมพันธ์ของข้อมูลอย่างใดอย่างหนึ่งได้ถูกต้อง	1
กำหนดตัวแปรแทนข้อมูล หาความสัมพันธ์ของข้อมูล และสร้างสมการทางพีชคณิตได้ไม่ถูกต้องเลย หรือ ไม่มีร่องรอยในการทำ	0

ความสามารถในการดำเนินการแก้สถานการณ์ปัญหา	คะแนน
แสดงวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด และสรุปคำตอบได้ถูกต้อง	3
- แสดงวิธีการหาคำตอบได้บ้าง แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด และสรุปคำตอบได้ถูกต้อง หรือ - แสดงวิธีการหาคำตอบได้ถูกต้องทั้งหมด และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง	2
- แสดงวิธีการหาคำตอบได้บ้าง แต่ไม่ถูกต้องทั้งหมด และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่แสดงวิธีการหาคำตอบ แต่สรุปคำตอบได้ถูกต้อง	1
ไม่แสดงวิธีการหาคำตอบ และสรุปคำตอบไม่ถูกต้อง	0
ความสามารถในการตรวจสอบการแก้สถานการณ์ปัญหา	คะแนน
ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพื่อดูความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่จำเป็นได้อย่างครบถ้วน	3
ตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพื่อดูความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่จำเป็นไม่ครบถ้วน	2
มีร่องรอยแสดงความพยายามในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบเพื่อดูความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่จำเป็น แต่ไม่ถูกต้อง	1
ไม่มีร่องรอยในการตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ	0

จากการประเมินความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับจากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Polya (1973) ร่วมกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ R. Mayer, E., (1992)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สำหรับงานวิจัยนี้ได้ให้ความหมายของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หมายถึง หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการหาแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้มาซึ่งคำตอบของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับจากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Polya (1973) ร่วมกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ R. Mayer, E., (1992) ซึ่งมีองค์ประกอบ 4 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ปัญหา หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา เพื่อระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหาทางคณิตศาสตร์

2. ความสามารถในการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการคัดเลือกและเชื่อมโยงข้อมูล เพื่อสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหา ระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

3. ความสามารถในการดำเนินการแก้ปัญหา หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ และคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์จนนำไปสู่คำตอบของปัญหา

4. ความสามารถในการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสรุปและตรวจสอบความถูกต้องของคำตอบ ตลอดจนความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดไว้ในสถานการณ์ปัญหา

3. การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

3.1 ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

O'Daffer (1990) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ และเป็นการคิดเกี่ยวกับการสร้างหลักการ การสรุปแนวคิดที่สมเหตุสมผล และการหาความสัมพันธ์ของแนวคิดนั้น

Krulik and Rudnick (1993) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลและการคิดมีส่วนเกี่ยวข้องกัน โดยเป็นความสามารถของนักเรียนในการได้มาซึ่งข้อสรุปที่สมเหตุสมผลจากข้อมูลที่กำหนด ซึ่งนักเรียนต้องสร้างข้อความคาดการณ์หาข้อสรุปจากความสัมพันธ์ในสถานการณ์ปัญหา แล้วแสดงเหตุผลพร้อมทั้งอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปนั้น ซึ่งข้อสรุปดังกล่าวเป็นการนำมารวมกันจนกลายเป็นความรู้ใหม่ ซึ่ง Krulik and Rudnick ได้แบ่งการคิดออกเป็น 4 ชั้น คือ

1. การคิดขั้นระลึกได้ (recall) จัดเป็นทักษะการคิดที่เป็นธรรมชาติเกือบเป็นอัตโนมัติ เป็นความสามารถในการระลึกข้อเท็จจริง

2. การคิดขั้นพื้นฐาน (basic) เป็นความเข้าใจ ความคิดรวบยอด เป็นประโยชน์นำไปใช้ในชีวิตประจำวัน

3. การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ (critical) เป็นความคิดที่ใช้ในการเชื่อมโยงและการประเมินลักษณะทั้งหมดของการแก้ปัญหา ประกอบด้วย การจำ การเรียนรู้ การวิเคราะห์ข้อมูล การเชื่อมโยงข้อมูล เพื่อหาคำตอบที่มีเหตุผลได้

4. การคิดขั้นสร้างสรรค์ (creative) เป็นความคิดที่ซับซ้อน ความคิดระดับนี้เป็นสิ่งประดิษฐ์ที่คิดหรือจินตนาการขึ้นเอง

Krulik and Rudnick มองว่าการให้เหตุผลจะรวมถึงการคิดขั้นพื้นฐาน การคิดขั้นวิจารณ์ญาณ และการคิดขั้นสร้างสรรค์ สำหรับการคิดขั้นวิจารณ์ญาณและการคิดขั้นสร้างสรรค์ Krulik and Rudnick เรียกว่า การคิดระดับสูง (higher-order thinking)

National Council of Teachers of Mathematics (2000b) ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลเป็นส่วนหนึ่งของการคิดที่สามารถพัฒนาได้ในทุกระดับ โดยกำหนดมาตรฐานการให้เหตุผลและการพิสูจน์ในระดับก่อนอนุบาลจนถึงเกรด 12 ดังนี้

1. ตระหนักว่าการให้เหตุผลและการพิสูจน์เป็นพื้นฐานของคณิตศาสตร์
2. สร้างและสำรวจข้อความคาดการณ์ทางคณิตศาสตร์
3. พัฒนาและประเมินการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์ทางคณิตศาสตร์
4. เลือกและใช้การให้เหตุผลและวิธีการพิสูจน์ที่หลากหลาย

กุลนิดา วรรณนันท (2552) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการสังเกต วิเคราะห์ หาความสัมพันธ์เพื่อหารูปแบบทั่วไปของข้อมูล ข้อเท็จจริง สถานการณ์ ปรากฏการณ์จากตัวอย่างย่อยเฉพาะต่าง ๆ และนำแบบรูปดังกล่าวไปแก้ปัญหา คิดวิเคราะห์ อธิบายความสัมพันธ์หรือข้อสนับสนุนอย่างสมเหตุสมผล

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้กล่าวว่า การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นส่วนหนึ่งของการคิดทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับการสร้างข้ออ้างอิงทั่วไป และการหาข้อสรุปที่ถูกต้องเกี่ยวกับแนวคิดหรือวิธีการที่สิ่งต่าง ๆ เกี่ยวข้องหรือสัมพันธ์กัน

สุตารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของแนวคิด การแสดงข้อมูลของข้อมูล และการใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทางคณิตศาสตร์มาอธิบายเพื่อยืนยันหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

วรรณรณ อยู่สุข (2555) ได้กล่าวว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เป็นความสามารถในการคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลเกี่ยวกับปัญหาหรือสถานการณ์ทางคณิตศาสตร์ ซึ่งความสามารถในการให้เหตุผลประกอบด้วย การวิเคราะห์ข้อมูลเพื่อหาความสัมพันธ์ และความสามารถในการอธิบายข้อสรุป โดยใช้ข้อมูลในการสนับสนุนหรือคัดค้านได้อย่างสมเหตุสมผล

ธัญพิมล จันทรนุ่น (2558) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ และการแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล

เพาพงา วังเวช (2559) ได้ให้ความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ที่มีอยู่มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และแสดงข้อสรุปของข้อมูล พร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

จากการศึกษาความหมายของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้น ในการวิจัยในครั้งนี้ผู้วิจัยให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล

3.2 ประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้ O'Daffer (1990) ได้กล่าวว่า ทักษะการให้เหตุผลที่มีความสำคัญต่อความสำเร็จทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนอยู่ 2 ประการ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อมูลที่เกี่ยวข้องกับการอธิบายสมบัติและโครงสร้างหลักการใหม่ ค้นหารูปทั่วไป รูปแบบทางคณิตศาสตร์ วิเคราะห์สถานการณ์ และในการอธิบายสมบัติและโครงสร้างต่าง ๆ ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำไปสู่การสรุปนิมิตหรืออาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบอุปนัยเกิดจากผลของกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี แล้วนำไปสู่การสรุปเป็นกฎเกณฑ์ทั่วไป

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นกระบวนการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งเป็นการใช้ข้อความหรือรูปแบบที่เป็นจริงหรือสมเหตุสมผลอยู่แล้ว เพื่อนำไปสู่ข้อสรุปจากหลักฐานที่ปรากฏเป็นการพิสูจน์ข้อสรุปและตัดสินความถูกต้องของขั้นตอนการคิด การให้เหตุผลแบบนี้เป็นการให้เหตุผลระบบตรรกะ เป็นการให้เหตุผลโดยใช้โครงสร้างทางคณิตศาสตร์เป็นพื้นฐาน คือ อนิยาม นิยาม สัจพจน์ และทฤษฎีบท อาจกล่าวได้ว่า การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้ข้อสรุปที่เป็นกฎเกณฑ์ทั่วไปเป็นหลัก แล้วจะได้ผลสรุปของกรณีทีสอดคล้องกับกฎเกณฑ์ที่เป็นจริงเสมอ

Greenes and Findell (1999) ได้แบ่งประเภทของการให้เหตุผลเป็น 2 ประเภท ดังนี้

1. การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลเชิงตรรกะที่เริ่มต้นด้วยประโยคหรือเหตุใหญ่ในรูปทั่วไป เพื่อนำไปสู่การสรุปในกรณีเฉพาะ ซึ่งนักเรียน

สามารถเข้าถึงการให้เหตุผลเชิงนิรนัยนี้ได้ เมื่อนักเรียนแก้ปัญหาที่ให้พวกเขาได้สร้างข้อสรุปจากข้อเท็จจริงที่กำหนดให้ ทั้งที่อยู่ในรูปของคำพูด แผนภาพ กราฟ หรือตาราง

2. การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลจากกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี โดยระบุความสัมพันธ์จากกรณีย่อย ๆ เหล่านั้น เพื่อสร้างเป็นข้อสรุปที่อยู่ในรูปทั่วไปของความสัมพันธ์ดังกล่าว

อัมพร ม้าคนอง (2554) ได้อธิบายว่าการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์มีหลายลักษณะ ดังนี้

1. การให้เหตุผลเชิงตรรก (Logical reasoning) เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การคิดเชิงตรรกประกอบด้วยการให้เหตุผล 2 ประเภท ดังนี้

1.1 การให้เหตุผลแบบอุปนัย (Inductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบอุปนัย ซึ่งเป็นการคิดจากข้อเท็จจริงย่อย โดยสังเกตลักษณะร่วมที่สำคัญหรือแบบแผนของสิ่งที่พบ เพื่อนำไปสู่กฎเกณฑ์หรือหลักการทั่วไป การให้เหตุผลแบบนี้จึงใช้ข้อมูลที่เป็นจริงจากข้อมูลย่อย ๆ ไปสู่ข้อสรุปหรือความจริงทั่วไป หรือเป็นการมองเห็นตัวอย่างหลาย ๆ ตัวอย่างแล้วใช้เหตุผลสรุปความสัมพันธ์ในรูปแบบทั่วไปของตัวอย่างเหล่านั้น หรืออาจกล่าวอีกนัยหนึ่งว่าเป็นการหาความสัมพันธ์จากสมาชิกบางส่วนในกลุ่มเพื่ออ้างอิงไปใช้กับสมาชิกส่วนอื่นของกลุ่มเดียวกัน

1.2 การให้เหตุผลแบบนิรนัย (Deductive reasoning) เป็นการให้เหตุผลตามการคิดแบบนิรนัย ซึ่งเป็นการคิดจากกฎเกณฑ์ หลักการ หรือข้อสรุปทั่วไปไปสู่ข้อเท็จจริงย่อย การให้เหตุผลแบบนี้จึงเป็นการใช้ข้อมูลที่เป็นกฎหรือหลักเกณฑ์ทั่วไปที่ยอมรับกันว่าเป็นจริง โดยมีการพิสูจน์มาแล้ว เป็นหลักในการหาข้อสรุปของกรณีเฉพาะที่สอดคล้องกับกฎเกณฑ์นั้น

2. การให้เหตุผลเชิงสัดส่วน (Proportional reasoning) เป็นการให้เหตุผลโดยใช้ความคิดเกี่ยวกับสัดส่วน ทั้งสัดส่วนที่เกี่ยวข้องกับจำนวนและตัวเลขและข้อมูลเชิงคุณภาพ เช่น การหาค่าที่หายไป การเปรียบเทียบจำนวน การเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วน ซึ่งการให้เหตุผลเชิงสัดส่วนมีหลายลักษณะ ดังนี้

2.1 การให้เหตุผลเชิงคุณภาพ (Qualitative reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับการเปลี่ยนแปลงของอัตราส่วนและเศษส่วน เมื่อตัวเศษและ/หรือตัวส่วนของเศษส่วนเดิมเพิ่มขึ้น ลดลง หรือเท่าเดิม

2.2 การให้เหตุผลเชิงตัวเลข (Numerical reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับตัวเลข แบ่งเป็น 2 ประเภท ดังนี้

2.2.1 การระบุค่าตัวแปร เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับที่มาของค่าตัวแปรจากปัญหาสัดส่วน

2.2.2 การเปรียบเทียบเชิงตัวเลข เป็นการให้เหตุผลจากการเปรียบเทียบอัตราส่วนหรือเศษส่วน

2.3 การให้เหตุผลเชิงปริภูมิ (Spatial reasoning) เป็นการให้เหตุผลเกี่ยวกับมิติสัมพันธ์ หรือสิ่งที่ปรากฏในมิติต่าง ๆ เช่น ภาพ 2 มิติ หรือ ทรง 3 มิติ และการให้เหตุผลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิตทั้งในมิติเดียวกันและมิติต่างกัน รวมถึงการให้เหตุผลเกี่ยวกับการแปลงข้อมูลเชิงคุณภาพเป็นภาพหรือทรงมิติต่าง ๆ เพื่อความเข้าใจที่ชัดเจนขึ้น

จากการศึกษาประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสามารถสรุปประเภทของการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญได้ 2 ประเภท คือ 1) การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลที่ใช้การสังเกตกรณีเฉพาะหลาย ๆ กรณี เพื่อสร้างเป็นข้อสรุปที่อยู่ในรูปทั่วไป 2) การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลที่นำเอาข้อสรุปที่ยอมรับว่าจริงหรือกฎเกณฑ์ทั่วไปมาอ้างอิงเพื่อไปสู่ข้อเท็จจริงย่อยหรือกรณีเฉพาะ

3.3 แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Rowan and Morrow (1993) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ว่า ครูต้องจัดบรรยากาศที่แสดงให้นักเรียนเห็นว่าการให้เหตุผลเป็นสิ่งสำคัญกว่าการได้เพียงคำตอบที่ถูกต้อง โดยจะต้องเป็นบรรยากาศที่สนับสนุนและส่งเสริมให้นักเรียนได้พูดอธิบายและแสดงเหตุผลแนวคิด ได้ปฏิบัติและสรุปพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปของแนวคิดดังกล่าว

National Council of Teachers of Mathematics (2009) ได้เสนอแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้

1. ให้งานที่ต้องการให้นักเรียนนึกภาพที่ออกมาด้วยตนเอง
2. ถามคำถามเพื่อให้นักเรียนพูดด้วยภาษาของตนเอง รวมทั้งสมมติฐานที่นักเรียนสร้างขึ้น
3. ให้อาจารย์นักเรียนในการวิเคราะห์ปัญหา สำรวจปัญหาโดยใช้รูปแบบและดำเนินการด้วยวิธีการที่เป็นทางการมากขึ้น
4. หลีกเลี่ยงการบอกวิธีการแก้ปัญหาเมื่อนักเรียนไม่ประสบความสำเร็จในการแก้ปัญหา และหาวิธีการอื่น ๆ เพื่อสนับสนุนให้นักเรียนคิดและลงมือปฏิบัติ
5. ถามคำถามที่กระตุ้นให้นักเรียนคิด เช่น “ทำไมถึงทำงานนี้” “นักเรียนทราบได้อย่างไร”
6. รอเวลาที่เหมาะสมหลังจากถามคำถามเพื่อให้นักเรียนคิดเหตุผลของตนเอง

7. ส่งเสริมให้นักเรียนถามคำถามตรวจสอบตนเองและผู้อื่น
8. คาดหวังให้นักเรียนสื่อสารเหตุผลของตนเองกับเพื่อนร่วมชั้นและครู โดยการพูดและเขียนโดยใช้ภาษาทางคณิตศาสตร์ที่เหมาะสม
9. เน้นการอธิบายที่เป็นตัวอย่างที่ดี และให้นักเรียนสะท้อนสิ่งที่นักเรียนได้ทำ
10. จัดสภาพห้องเรียนให้นักเรียนรู้สึกสะดวกสบายในการแบ่งปันข้อโต้แย้งทางคณิตศาสตร์และวิจารณ์ข้อโต้แย้งของเพื่อนในลักษณะที่เป็นประโยชน์

กุลนิดา วรรณานันท์ (2552) ได้กล่าวว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ผู้สอนควรจัดบรรยากาศในการเรียนรู้ให้ผู้เรียนเกิดการคิด มีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นและการอธิบายเพื่อหาข้อสรุป พร้อมทั้งแสดงการยืนยันข้อสรุปของแนวคิดนั้น ๆ

สุตารัตน์ ภิรมย์ราช (2555) ได้สรุปว่า แนวทางการพัฒนาทักษะการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งทำได้ดังนี้

1. ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่สนับสนุนให้นักเรียนได้คิดและอธิบายแนวคิดโดยให้เหตุผลยืนยันหรือคัดค้านแนวคิดนั้น ๆ อย่างสมเหตุสมผล
2. ครูควรกระตุ้นความคิดของนักเรียนตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ธัญพิมล จันทรนุ้ม (2558) ได้กล่าวถึง แนวทางการพัฒนาการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์นั้น ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ส่งเสริมให้นักเรียนฝึกการคิดวิเคราะห์ และสรุปแนวคิดอย่างสมเหตุสมผล และจัดกิจกรรมที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน โดยการสร้างบรรยากาศการพูดคุยแลกเปลี่ยนความคิดเห็นภายในห้องเรียน ซึ่งโจทย์ปัญหาที่ใช้ต้องเป็นสถานการณ์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงของนักเรียน เพื่อดึงดูดความสนใจในการคิด ครูควรกระตุ้นให้นักเรียนคิดตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และนำแนวคิดที่ร่วมกันสรุปอย่างสมเหตุสมผลไปประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ใหม่

จากการศึกษาแนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นสรุปได้ว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียนโดยนักเรียนสามารถบอก และอธิบายเหตุผลของตนเองได้อย่างอิสระและการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในชั้นเรียน ซึ่งให้นักเรียนได้ฝึกการคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล และสามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาให้สอดคล้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้องได้ โดยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้นี้ครูควรใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนอยู่ตลอดการจัดกิจกรรม

3.4 การประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

นักการศึกษาหลายท่านได้กล่าวถึงการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

Krulik and Rudnick (1996) ได้อธิบายถึงเทคนิคการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ดังนี้

1. การสังเกต (Observations) โดยครูควรเดินรอบ ๆ ห้องเรียน เพื่อสังเกตความสามารถในการให้เหตุผลขณะที่นักเรียนกำลังแก้ปัญหาอยู่กับกลุ่มเพื่อนในชั้นเรียน
2. การทดสอบ (Test) ไม่ควรใช้ข้อสอบแบบเลือกตอบแต่ควรเป็นข้อสอบที่ให้นักเรียนได้แสดงเหตุผล เพื่อการตัดสินใจของนักเรียน ซึ่งควรเป็นคำถามปลายเปิด

National Council of Teachers of Mathematics (2000b) ได้อธิบายถึงเกณฑ์การประเมินในการให้เหตุผลและการพิสูจน์ ดังนี้

1. ระบุความรู้ ความจำ ในการให้เหตุผลและการพิสูจน์ที่เป็นพื้นฐานทางคณิตศาสตร์
2. การสร้างและสำรวจทางคณิตศาสตร์อย่างมีเหตุมีผล
3. การพัฒนาและการประเมินทางคณิตศาสตร์โดยการอ้างเหตุผลและการพิสูจน์
4. การเลือกและใช้รูปแบบในการให้เหตุผลและเครื่องมือสำหรับการพิสูจน์อย่างหลากหลาย

สมเดช บุญประจักษ์ (2540) ได้กล่าวถึงพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลไว้ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์และระบุถึงความสัมพันธ์ของข้อมูล
 - 1.1 อธิบายความหมายคำ ศัพท์เฉพาะของข้อมูล
 - 1.2 แสดงถึงความสัมพันธ์ของข้อมูลและแทนความสัมพันธ์ของข้อมูลด้วยสัญลักษณ์ที่เหมาะสม
 - 1.3 คาดเดาคำตอบของปัญหาและตรวจสอบข้อคาดเดาอย่างมีเหตุผล
2. ความสามารถในการสรุป
 - 2.1 สรุปแนวคิดในการแก้ปัญหาได้
 - 2.2 อธิบายเหตุผลสำหรับผลสรุปนั้น

3. ความสามารถในการแสดงข้อสรุป ยืนยันข้อสรุปของแนวคิด

3.1 ตรวจสอบข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา

3.2 อธิบายการได้มาซึ่งข้อสรุปของแนวคิดในการแก้ปัญหา

3.3 ขยายข้อสรุปไปสู่รูปทั่วไปได้

วรรณารถ อยู่สุข (2555) ได้สร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งประกอบไปด้วย 2 องค์ประกอบ ดังนี้

ลักษณะคำตอบ	ระดับคะแนน
1. ด้านการวิเคราะห์ข้อมูล	
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด แต่ยังขาดข้อมูลหรือยังไม่สมบูรณ์นัก	2
นักเรียนสามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้อย่างถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้วิเคราะห์ทั้งหมด	1
นักเรียนไม่สามารถวิเคราะห์และเขียนแสดงข้อมูลได้เลย	0
2. ด้านความสามารถในการอธิบายข้อสรุป	
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง และครบถ้วน	3
นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครึ่งหนึ่ง แต่ยังไม่สมบูรณ์	2
- นักเรียนสามารถเขียนอธิบายสรุป โดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครึ่งหนึ่ง - นักเรียนสามารถเขียนอธิบายได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่สามารถใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดในการอธิบายได้	1
นักเรียนไม่สามารถเขียนอธิบายข้อสรุปได้เลย	0

ธัญพิมล จันทร์นุ่น (2558) ได้สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งประกอบด้วย 2 องค์ประกอบ ดังนี้

ความสามารถในการวิเคราะห์หาความสัมพันธ์ของข้อมูล	คะแนน
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนทั้งหมด	3
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	2
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลได้อย่างถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	1
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย	0
ความสามารถในการแสดงข้อสรุปของข้อมูล	คะแนน
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล	3
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่ง และสมเหตุสมผล หรือ เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี	2
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง และสมเหตุสมผล หรือ เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลเลย	1
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องบ้าง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง และไม่สมเหตุสมผล หรือ เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปไม่ถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลเลย หรือ ไม่เขียนเลย	0

จากการประเมินความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่กล่าวมาข้างต้นในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยพิจารณาจากลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของ สมเดช บุญประจักษ์ (2540) วรรณรณ อยู่สุข (2555) และธัญพิมล จันทร์นุ่น (2558)

กล่าวโดยสรุปได้ว่า สำหรับงานวิจัยนี้ได้ให้ความหมายของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการนำความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลที่ได้จากสถานการณ์ปัญหา และแสดงข้อสรุปของข้อมูลอย่างสมเหตุสมผล ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น

โดยพิจารณาลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของ สมเดช บุญประจักษ์ (2540) วรรณารถ อยู่สุข (2555) และธัญพิมล จันทร์นุ่น (2558) ซึ่งมี องค์ประกอบ 2 ด้าน ดังนี้

1. ความสามารถในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหา แล้วนำมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน

2. ความสามารถในการแสดงข้อสรุปของข้อมูล หมายถึง ความสามารถของนักเรียนในการแสดงเหตุผล พร้อมทั้งเขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

4.1 งานวิจัยต่างประเทศ

Flick (1993) ได้ค้นพบว่า ควรให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วม/มีปฏิสัมพันธ์ร่วมกัน ในขณะปฏิบัติการกิจกรรมในชั้นเรียน และเน้นการอภิปรายในชั้นเรียน โดยที่กิจกรรมที่ให้นักเรียนทุกคนมีส่วนร่วม เรียกว่า กิจกรรม hands-on ซึ่งรูปแบบการจัดกิจกรรม hands-on ต้องมีลักษณะที่ สอดคล้องกับเงื่อนไข 3 เงื่อนไข ดังต่อไปนี้

1. เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนเป็นรายบุคคลหรือเป็นกลุ่มได้ลงมือหรือจัดการ object หรือสถานการณ์/บริบททางธรรมชาติ
2. เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนมีการประยุกต์ใช้ความรู้ที่หลากหลายในการทำ ความเข้าใจกับสถานการณ์/บริบททางธรรมชาติ
3. เป็นกิจกรรมที่ให้นักเรียนต้องอธิบายเกี่ยวกับสิ่งที่สังเกตได้ การอ้างอิง ข้อมูล และมีการสรุปผลได้

ในที่นี้ Flick ได้สรุปว่า กิจกรรม hands-on ที่ดีจะมีองค์ประกอบที่สำคัญ 3 องค์ประกอบ ดังนี้

1. การสอดแทรกในระหว่างการเรียนการสอน (instructional intervention) ประกอบด้วยวิธีการที่จะให้ข้อมูลย้อนกลับซึ่งสอดคล้องกับความต้องการข้อมูลที่มากขึ้นของนักเรียน ในขณะเดียวกันก็ส่งเสริมให้มีการสืบสอบเพิ่มเติมโดยการใช้คำถาม สอดคล้องกับ งานวิจัยของ Harward (1998) ที่ชี้ให้เห็นว่า คำตอบที่เป็นไปได้ของนักเรียนจากการถามคำถามเพิ่มเติม นักเรียนจะรู้สึกอึดอัดใจในการตอบคำถาม เนื่องจากการถามคำถามเพิ่มเติมเป็นการเน้นให้ผู้เรียนสืบสอบคำตอบที่เป็นไปได้หรือจุดประกายความคิดให้นักเรียนได้

2. สื่อในการเรียนรู้ (materials) ควรใช้สื่อในการเรียนรู้ที่มุ่งเน้นไปยังปฏิสัมพันธ์ระหว่างนักเรียนกับสภาพแวดล้อม/สถานการณ์ของนักเรียน

3. กระบวนการ (procedures) ที่เน้นไปยังลักษณะของโครงสร้างที่สำคัญและการทำงานที่สำคัญของสื่อการเรียนรู้รวมถึงบริบท/สภาพแวดล้อมภายใต้การศึกษาเรื่องนั้น ๆ สอดคล้องกับงานวิจัยของ Robert Karplus (Lawson et al., 1989) ที่ได้ใช้การรบกวน (messing about) ในการสอนวิชาวิทยาศาสตร์ เรื่อง สารแขวนลอย ซึ่งจะสอนโดยการใช้กิจกรรมผสมแป้งข้าวโพดลงไปในน้ำ จะเห็นว่าสารแขวนลอยนี้แขวนลอยอยู่ในตัวกลางที่เป็นของเหลว มีลักษณะเป็นสารเนื้อผสมที่อนุภาคไม่รวมเป็นเนื้อเดียวกันสามารถมองเห็นสารผสมได้อย่างชัดเจน การสอนกิจกรรมนี้เพื่อให้นักเรียนได้เห็นคุณสมบัติที่ผิดปกติของทั้งสองสิ่งนี้ก่อนดำเนินการสอน เรื่อง สารและสมบัติของสารและการประเมินของกิจกรรม hands-on จะช่วยพัฒนาทักษะของครู เพิ่มความหลากหลายทางความคิดของนักเรียน พัฒนาทักษะทางวิทยาศาสตร์และความรู้ของนักเรียนในชั้นเรียนวิทยาศาสตร์ได้

Clough and Kauffman (1999) ได้อธิบายส่วนประกอบหลักในกรอบแนวคิดและประยุกต์ใช้กับการศึกษาด้านวิศวกรรมศาสตร์ และกล่าวว่า ตำราเรียนควรเป็นเครื่องมือที่ช่วยในการเรียนรู้ แต่ไม่ได้บ่งบอกถึงขอบเขต ลำดับ และการสอนในวิชาเรียน การจัดทำหลักสูตรที่ดีควรลำดับแนวคิดจากง่ายไปยังแนวคิดที่ยากในแต่ละสาขาวิชานั้น ๆ เพราะแนวคิดเหล่านี้ควรที่จะทำซ้ำ ๆ อยู่บ่อย ๆ แต่ในบริบทที่แตกต่างกัน ซึ่งจะทำให้เกิดการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดใหม่กับแนวคิดที่มีอยู่เดิม วิธีนี้จะเพิ่มการเชื่อมโยงระหว่างแนวคิดต่าง ๆ อย่างแน่นหนาและทำให้เกิดการเรียนรู้ในระยะยาว การทำซ้ำในบริบทที่แตกต่างกันและการประยุกต์ ถ้านึกถึงการเรียนรู้ในรูปแบบของแผนภาพความคิดที่ซับซ้อนมาก แนวคิดที่มีหลายการเชื่อมโยงกับแนวคิดอื่น ๆ จะทำให้เข้าใจได้ดียิ่งขึ้นและจดจำได้ยาวนาน แต่แนวคิดที่เชื่อมโยงเพียงแค่นี้เดียวเป็นสิ่งที่บอบบางมากและง่ายต่อการลืม ซึ่งหลักสูตรแบบเกลียว (spiralizing curriculum) อาจจะช่วยในการเชื่อมโยงแนวคิดต่าง ๆ ได้

Dufresne, Gerace, and Leonard (2004) ได้นำเสนอกลยุทธ์การสอนเพื่อส่งเสริมความคล่อง การแก้ปัญหาที่ไม่เป็นขั้นตอน (non algorithmic problem solving) ในสถานการณ์ปัญหานักเรียนจะสร้างการเป็นตัวแทนแนวคิดที่ไม่เป็นพีชคณิต (non algebraic representations) สำหรับการวิเคราะห์และการแก้ปัญหาทางฟิสิกส์ หลังจากที่นักเรียนอ่านและวิเคราะห์ปัญหานักเรียนสามารถสร้างการเป็นตัวแทนแนวคิดของปัญหาได้จากการตีความและการเชื่อมโยงกับความรู้ต่าง ๆ อาจรวมถึงความรู้เกี่ยวกับแนวคิดทางกายภาพ และหลักการ สมการ กระบวนการ รูปภาพที่เกี่ยวข้อง และปัญหาที่เกี่ยวข้อง นักเรียนจะรู้ว่าควรแทนปัญหาอย่างไรที่จะเหมาะสมและง่ายต่อการหาคำตอบ โดยทั่วไปแล้วการเป็นตัวแทนที่มีลักษณะเฉพาะ (special representations) มี 3 ลักษณะ ดังนี้

1. การอธิบายปัญหา (elucidate a problem) เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนร่างภาพหรือเขียนแสดงความสัมพันธ์ของโจทย์/สถานการณ์ และสรุปข้อมูลที่โจทย์/สถานการณ์กำหนดให้
2. การระบุประเด็นสำคัญของปัญหา (subject of a problem) เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนถูกตั้งคำถามในการวาดกราฟหรือหาค่าโดยใช้กราฟ
3. การบอก/การเขียนแสดงขั้นตอนในกระบวนการแก้ปัญหา (step in a formal procedure) เกิดขึ้นเมื่อนักเรียนวางแผนการแก้ปัญหา เพื่อนำไปใช้ในการดำเนินการแก้ปัญหา ซึ่งในงานวิจัยนี้มีกิจกรรมที่ให้นักเรียนได้อธิบายสถานการณ์ของปัญหาด้วยการสร้างการเป็นตัวแทนแนวคิดที่แตกต่างกันมี 3 การเป็นตัวแทนแนวคิด คือ (a) แผนภาพ strobe (b) สมการ และ (c) กราฟ จากผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่ใช้แผนภาพ strobe และกราฟ จะสามารถวาดและให้คำตอบได้อย่างถูกต้อง ในทางตรงกันข้ามนักเรียนจำนวนมากไม่สามารถประยุกต์ใช้การเป็นตัวแทนแบบพีชคณิต (สมการ) ได้ ส่วนนักเรียนที่ใช้วิธีการทางพีชคณิตได้เขียนวิธีการและเหตุผลที่ผิด ซึ่งในงานวิจัยนี้พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่อธิบายว่า แผนภาพ strobe และกราฟเป็นวิธีที่ง่ายในการใช้ ส่วนวิธีการทางพีชคณิตนั้นเป็นวิธีการที่ยาก และในการสอนวิชาฟิสิกส์มีเป้าหมายหนึ่งคือ ต้องการให้นักเรียนพิจารณาและใช้การเป็นตัวแทนแนวคิดอย่างหลากหลายให้เป็นธรรมชาติในการแก้ปัญหาและควรให้นักเรียนแก้ปัญหาได้อย่างคล่อง

Hu, Xing, and Tu (2018) ได้ศึกษาผลของ Problem-oriented Teaching Method โดยมีรากฐานแนวคิดมาจาก Polya (1957) Flick (1993) Dufresne et al. (1997) และ Clough and Kauffman (1999) การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาผลของ Problem-oriented Teaching Method ที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักศึกษา โดยจะแบ่งกลุ่มตัวอย่างออกเป็น 2 ห้องเรียนซึ่งจะถูกเลือกแบบสุ่มจากมหาวิทยาลัยรัฐบาลในประเทศจีน โดยกลุ่มแรกจะเป็นกลุ่มทดลองซึ่งจะได้รับ Problem-oriented Teaching Method และอีกกลุ่มเป็นกลุ่มควบคุมซึ่งจะได้รับวิธีสอนแบบปกติ (traditional teaching method) ในการศึกษาครั้งนี้ ในช่วงเริ่มภาคการศึกษาและช่วงปลายของภาคการศึกษาจะมีการประเมินผลของกลุ่มทดลองและกลุ่มควบคุม Problem-oriented Teaching Method เป็นวิธีการที่ช่วยพัฒนาความพยายามในการค้นหาของนักเรียน และความสามารถในการเรียนรู้ด้วยตัวเอง โดยที่ครูจะเป็นเพียงแค่ผู้ช่วยเท่านั้น ในส่วนของกิจกรรมในชั้นเรียนครูมีหน้าที่กระตุ้นให้นักเรียนค้นหาและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา และตั้งคำถาม ตลอดจนสนับสนุนให้นักเรียนค้นหาแนวทางในการแก้ปัญหา รวมถึงให้คำแนะนำตามความจำเป็น ซึ่ง Problem-oriented Teaching Method นี้จะทำให้นักเรียนสนใจในการเรียนรู้ และมีความกระตือรือร้นในการค้นหาความรู้ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักศึกษากลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักศึกษากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

2) Problem-oriented Teaching Method ช่วยลดความแตกต่างของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน คณิตศาสตร์ระหว่างนักศึกษาในเมืองและนักศึกษาในชนบท

4.2 งานวิจัยในประเทศ

ชูรายา สัสติวงศ์ (2555) ได้พัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบ การพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวทางการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการ คิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนเดชะปัตตนิยานุกูล จังหวัดปัตตานี จำนวน 82 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 43 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 39 คน ซึ่งกระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนา ความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวทางการใช้ปัญหาเป็นหลัก เป็นการจัดกิจกรรมที่ครูผู้สอนใช้ปัญหา หรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันเป็นเครื่องมือให้นักเรียนสร้างความรู้ โดยให้นักเรียนคิดและแสดง ความคิดจากประเด็นปัญหา ทาวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย โดยครูล้วงความคิด สนับสนุน ความคิดและขยายความคิด ซึ่งจะช่วยให้นักเรียนวิเคราะห์และสะท้อนความคิดของวิธีแก้ปัญหาที่ แตกต่างกัน อันนำไปสู่การเรียนรู้ผ่านการแก้ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการคิด วิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง หลังเรียนสูงกว่า ก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) ความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ ที่ระดับ .05 3) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลอง สูงกว่าร้อยละ 50 ของคะแนนสอบทั้งฉบับ และ 4) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการคิดวิเคราะห์ในทางที่ดีขึ้น สามารถคิดวิเคราะห์และนำความรู้ไปใช้แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ ได้

นพเรศวร์ ธรรมศรีณกุล (2555) ได้พัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบ 4 ขั้นตอนของสเติร์นเบิร์กและแนวคิดฮิวริสติกส์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้น ประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนบ้านในเวียง จังหวัดแพร่ จำนวน 2 ห้องเรียน ห้องเรียนละ 18 คน ซึ่งกระบวนการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบ 4 ขั้นตอนของสเติร์นเบิร์กและแนวคิดฮิวริสติกส์ เป็นการ เรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นประกอบด้วย 4 ขั้นตอน ได้แก่ 1) การมีปฏิสัมพันธ์กับสถานการณ์ปัญหา คณิตศาสตร์จริง 2) การวิเคราะห์กระบวนการแก้ปัญหา 3) การแก้ปัญหาและมองย้อนกลับ และ 4) การประยุกต์ขั้นตอนการแก้ปัญหากับปัญหาใหม่ ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการให้ เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 60 ของคะแนนทดสอบทั้งฉบับ 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนกลุ่มทดลองสูงกว่าเกณฑ์ขั้นต่ำที่กำหนดโดยกรมวิชาการ คือ สูงกว่าร้อยละ 60

ของคะแนนทดสอบทั้งฉบับ 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 4) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังเรียนด้วยกระบวนการเรียนการสอนที่พัฒนาขึ้นสูงกว่ากลุ่มที่เรียนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ปริสา วงศ์คำพระ และคณะ (2556) ได้ศึกษาผลการใช้รูปแบบการสอนการตั้งปัญหาเสริมด้วยกระบวนการแก้ปัญหาและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เรื่อง การวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้น โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสตรีราชินูทิศ ซึ่งการใช้รูปแบบการสอนการตั้งปัญหาเสริมด้วยกระบวนการแก้ปัญหาและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ เป็นการดำเนินการที่ครูผู้สอนมุ่งนำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาที่น่าสนใจเพื่อกระตุ้นหรือช่วยให้นักเรียนสนใจเกิดความท้าทายที่จะเรียนรู้วิธีการแก้ปัญหาและอยากใช้ศักยภาพที่ตนเองมีอยู่ในการแก้ปัญหา สรุปโน้ตค้น และเป็นการสอนที่เปิดโอกาสให้นักเรียนเป็นผู้นำเสนอปัญหาและช่วยกันหาวิธีการแก้ปัญหานั้น แล้วเขียนถ่ายทอดความรู้ ความเข้าใจ แนวคิดทางคณิตศาสตร์หรือความคิดเห็นของนักเรียนที่ได้รับลงในแบบบันทึกการเรียนรู้ที่ครูสร้างขึ้น ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ย เท่ากับ 11.40 คิดเป็นร้อยละ 35.61 และหลังเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 24.56 คิดเป็นร้อยละ 77.15 2) ความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนก่อนเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 8.19 คิดเป็นร้อยละ 30.32 และหลังเรียนมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 18.91 คิดเป็นร้อยละ 70.02 เมื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพบว่าหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล (2557) ได้ศึกษาผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (Open Approach) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนเซนต์ฟรังซิสซาเวียร์คอนแวนต์ เขตดุสิต กรุงเทพมหานคร ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2556 จำนวน 44 คน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เป็นรูปแบบของการจัดการเรียนการสอนกลุ่มย่อย 4 - 6 คน เพื่อให้นักเรียนร่วมกันใช้กระบวนการคิดที่หลากหลายซึ่งจะเน้นในเรื่องการเปิดความคิดของนักเรียนแต่ละบุคคล อาจอยู่ในรูปของการแสดงความคิดเห็น การกำหนดปัญหา แนวทางการแก้ปัญหาหรือการตั้งปัญหาขึ้นมาใหม่ ผลการวิจัยพบว่า 1) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดอย่างมี

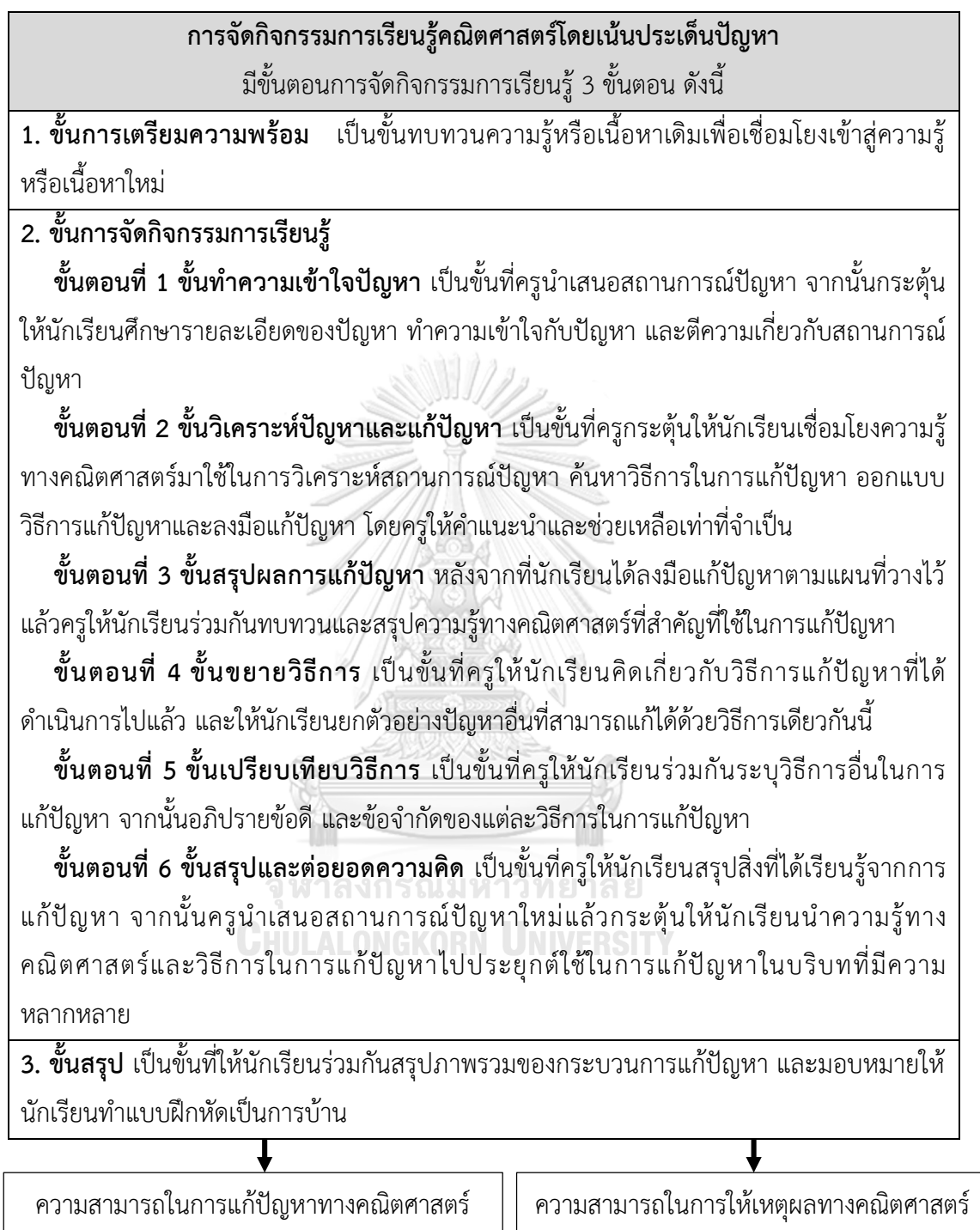
นัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 2) ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 70 อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01 และ 3) ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด เรื่องทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 สูงกว่าก่อนได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิดอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .01

กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช (2559) ได้พัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม จำนวน 64 คน ซึ่งกระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ มีจุดเน้นในการจำลองทางความคิดจากปัญหาในชีวิตจริงหรือสถานการณ์ปัญหาเสมือนจริงเป็นภาษาหรือสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์แล้วดำเนินการหาคำตอบของปัญหาจากแบบจำลองคณิตศาสตร์นั้น ผลการวิจัยพบว่า 1) กระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้มีหลักการสำคัญ 5 หลักการ และ 2) คุณภาพของกระบวนการสอนที่พัฒนาขึ้น พบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่ากลุ่มควบคุมอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) นักเรียนกลุ่มทดลองมีพัฒนาการความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ในทิศทางที่ดีขึ้น

ปภัสชญา เสมา (2559) ได้ศึกษาผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนกาญจนาภิเษกวิทยาลัย นครปฐม (พระตำหนักสวนกุหลาบมัธยม) แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 34 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 34 คน ซึ่งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบ เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นการร่วมมือระหว่างครูกับนักเรียนและนักเรียนกับนักเรียนในการสืบสอบความรู้ผ่านการทำงานแบบกลุ่มย่อย เน้นการใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสื่อสาร แสวงหาความรู้และแนวทางแก้ปัญหาด้วยตนเอง โดยครูกำหนดบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาแล้วให้นักเรียนทำความเข้าใจ แลกเปลี่ยนความรู้ วิเคราะห์จุดเด่น จุดด้อยและหาวิธีการแก้ปัญหาที่เหมาะสมและมีประสิทธิภาพ ดำเนินการแก้ปัญหาร่วมกันแล้ว

เรียบเรียงวิธีการแก้ปัญหาด้วยภาษาของตนเอง ประยุกต์ใช้ความรู้ในบริบทหรือสถานการณ์ปัญหาใหม่ที่ท้าทาย นักเรียนประเมินตนเองและครูประเมินการทำงานของนักเรียนด้วยวิธีการที่หลากหลาย ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 3) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 4) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 5) นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบมีพัฒนาการของความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้น

วีรพล เทพบรรหาร (2554) ได้ศึกษาผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น โดยกลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสาธิตแห่งหนึ่งในสังกัดมหาวิทยาลัยรัฐ/มหาวิทยาลัยในกำกับของรัฐ เขตกรุงเทพมหานคร จำนวน 70 คน แบ่งเป็นกลุ่มทดลองจำนวน 34 คน และกลุ่มควบคุมจำนวน 36 คน ซึ่งการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดเป็นการจัดกิจกรรมที่เน้นให้นักเรียนแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้วยตนเองโดยใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ ตามแนวคิดของ Singer and Voica (2012) ซึ่งในแต่ละขั้นตอนครูใช้แนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดเพื่อให้นักเรียนคิดบนฐานความรู้ความเข้าใจของตนเองอย่างต่อเนื่องจนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ด้วยตนเองอย่างมีประสิทธิภาพ ผลการวิจัยพบว่า 1) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียนอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 2) นักเรียนกลุ่มทดลองมีความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และ 3) ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดมีพัฒนาการดีขึ้น



ภาพที่ 1 กรอบแนวคิดในการวิจัย

บทที่ 3

วิธีการดำเนินการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้ดำเนินการวิจัยตามขั้นตอนต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง
2. การออกแบบการวิจัย
3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
 - 4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง
 - 4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล
5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล
 - 5.1 การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ
 - 5.2 การเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ
6. การวิเคราะห์ข้อมูล
 - 6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ
 - 6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ
7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย
 - 7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัด
 - 7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

โดยแต่ละขั้นมีรายละเอียด ดังนี้

1. การศึกษาเอกสารและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ศึกษาค้นคว้าเอกสาร ตำรา บทความ และงานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเพื่อเป็นข้อมูลและแนวทางในการทำวิจัย ดังนี้

1. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา บทความ ข้อมูล งานวิจัยที่เกี่ยวข้องทั้งในประเทศและต่างประเทศเกี่ยวกับแนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ Problem-oriented Teaching Method เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

2. ศึกษาคู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 และหลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่ง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อเป็นแนวทางในการวิเคราะห์ความรู้ที่จะใช้ในการทำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

3. ศึกษาเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหนังสือเรียน สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 หนังสือคู่มือครูสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์พื้นฐาน (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 และหนังสืออื่น ๆ ประกอบเพิ่มเติม เพื่อเป็นแนวทางในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

4. ศึกษาเอกสาร วารสาร ตำรา บทความ ข้อมูลจากหนังสือและสื่อออนไลน์เกี่ยวกับการออกแบบการวิจัย การวัดและประเมินผล การจัดการเรียนรู้คณิตศาสตร์ งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2. การออกแบบการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้เป็นการวิจัยแบบศึกษากลุ่มเดียววัดสองครั้ง (The One-Group Pretest Posttest Design) โดยแบบแผนการทดลองมีลักษณะ ดังนี้

ตารางที่ 2 แบบแผนการทดลอง

กลุ่ม ตัวอย่าง	การทดสอบก่อนการทดลอง (O ₁)	การ ทดลอง	การทดสอบหลังการทดลอง (O ₂)
E	- ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์	X	- ความสามารถในการแก้ปัญหาทาง คณิตศาสตร์ - ความสามารถในการให้เหตุผลทาง คณิตศาสตร์

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแบบแผนการทดลอง

E	แทน	กลุ่มทดลอง (Experimental Group)
X	แทน	การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา
O ₁	แทน	การทดสอบก่อนการทดลอง (Pretest)
O ₂	แทน	การทดสอบหลังการทดลอง (Posttest)

3. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้เป็นนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่ง ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีการจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ จำนวนทั้งหมด 13 ห้อง โดยผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 1 ห้องเรียนสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ คือ นักเรียนห้อง ม.1/12 จำนวน 44 คน

4. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง ประกอบด้วย

1.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย

2.1 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.2 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

4.1 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง

เครื่องมือที่ใช้ในการทดลองในครั้งนี้ ประกอบด้วย การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา โดยผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จำนวน 12 แผน ระยะเวลา 12 คาบเรียน (คาบละ 50 นาที) โดยผู้วิจัยสร้างขึ้นตามขั้นตอนดังนี้

1. แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาแนวคิดและทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ Problem-oriented Teaching Method จากหนังสือ เอกสาร วารสาร และงานวิจัยต่าง ๆ ที่เกี่ยวข้อง

1.2 ศึกษาคู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ.2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 หลักสูตรสถานศึกษาของโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่ง จังหวัดกรุงเทพมหานคร หนังสือเรียนและคู่มือครู กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

1.3 ศึกษาผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ รายละเอียดของสาระการเรียนรู้ การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ การวัดและประเมินผล และแบ่งเนื้อหาให้เหมาะสมกับเวลาที่จะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

1.4 เขียนแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจำนวน 12 แผน โดยแต่ละแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ประกอบด้วย ผลการเรียนรู้ สาระสำคัญ จุดประสงค์การเรียนรู้ สาระการเรียนรู้ กิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้ การวัดและการประเมินผลการเรียนรู้ บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

ตารางที่ 3 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เนื้อหา และจำนวนคาบของแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่	เนื้อหา	จำนวนคาบ
1	ทบทวนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	1
2	ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน (อายุ)	1
3	ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน (จำนวน)	1
4	ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน (เงิน)	1
5	ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน (โจทย์ที่ซับซ้อนมากขึ้น)	1
6	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (อัตราส่วน)	1
7	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (ร้อยละ)	1
8	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (ของผสม)	1
9	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ (โจทย์ที่ซับซ้อนมากขึ้น)	1
10	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว (ระยะทาง)	1
11	ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว (โจทย์ที่ซับซ้อนมากขึ้น)	1
12	ปัญหาเรขาคณิตเกี่ยวกับจำนวน อัตราส่วนและร้อยละ และอัตราเร็ว	1
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย		12

CHULALONGKORN UNIVERSITY

1.5 นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจพิจารณาความถูกต้องของเนื้อหาและความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาก่อนนำไปใช้จริง

2. นำแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่ปรับปรุงแล้วไปใช้จริงกับกลุ่มตัวอย่าง

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาสำหรับกลุ่มตัวอย่าง มีขั้นตอนการจัดกิจกรรม 3 ขั้นตอน คือ ขั้นการเตรียมความพร้อม ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ และขั้นสรุป โดยผู้วิจัยได้สร้างกรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มตัวอย่าง ดังแสดงในตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 4 กรอบแนวคิดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์สำหรับกลุ่มตัวอย่าง

<p style="text-align: center;">กลุ่มตัวอย่าง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา)</p>
<p>ขั้นการเตรียมความพร้อม (5 นาที)</p> <p>ครูใช้คำถามเพื่อตรวจสอบและทบทวนความรู้หรือเนื้อหาเดิมให้กับนักเรียน โดยการใช้การสนทนา ชักถาม เกม ยกตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาต่าง ๆ และอภิปรายร่วมกันเพื่อให้นักเรียนระลึกถึงสิ่งที่เคยเรียนมาและกระตุ้นความสนใจหรือทบทวนความรู้พื้นฐานที่จำเป็นต้องใช้ในการเรียน หากพบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีความรู้พื้นฐานไม่เพียงพอ ครูอาจสอนหรือปรับปรุงเพิ่มเติมตามความจำเป็น</p>
<p>ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (35 นาที)</p> <p>ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้</p> <p>ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 3-4 คน/รายบุคคล จากนั้นครูนำเสนอสถานการณ์ปัญหา แล้วให้นักเรียนศึกษารายละเอียดและทำความเข้าใจกับปัญหาล้าง - ครูกระตุ้นให้นักเรียนตีความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหา โดยให้นักเรียนระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ <p>ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหาล้าง</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา โดยการระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหาล้างหาความสัมพันธ์ของข้อมูลและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร ฯลฯ) เพื่อนำมาใช้ในการค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหาล้าง - ครูกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ หรือวิธีการในการแก้ปัญหาล้างของปัญหาที่คล้ายกัน เพื่อนำมาออกแบบวิธีการในการแก้ปัญหาล้าง และลงมือแก้ปัญหาล้างโดยครูให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น - ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและวิเคราะห์เกี่ยวกับคำตอบที่ได้ว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่

<p style="text-align: center;">กลุ่มตัวอย่าง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา)</p>
<p>ขั้นตอนที่ 3 ขั้นสรุปผลการแก้ปัญหา</p> <ul style="list-style-type: none"> - หลังจากที่นักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้แล้ว ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันทบทวน และสรุปความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา ในด้านแนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร หรือวิธีการ - ครูให้นักเรียนร่วมกันพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการในการแก้ปัญหของแต่ละคนภายในกลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนเลื่อกวิธีการในการแก้ปัญหากลุ่ม - ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอสิ่งที่สรุปได้ในประเด็นต่าง ๆ จากนั้นร่วมกันพิจารณาความถูกต้องของข้อสรุปดังกล่าว <p>ขั้นตอนที่ 4 ขั้นขยายวิธีการ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนทบทวนวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเอง แล้วยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาดังกล่าวเป็นข้อ ๆ - ครูให้นักเรียนร่วมกันแลกเปลี่ยนและตรวจสอบเกี่ยวกับปัญหาและความถูกต้องของลำดับขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหของแต่ละคนภายในกลุ่ม - ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาดังกล่าว <p>ขั้นตอนที่ 5 ขั้นเปรียบเทียบวิธีการ</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูสอบถามนักเรียนว่า มีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหามากหรือไม่ ถ้ามี ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอวิธีการอื่นในการแก้ปัญหาดังกล่าว - ถ้าไม่มี ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันค้นหาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหาดังกล่าว แล้วให้แต่ละกลุ่มร่วมกันแลกเปลี่ยนแนวคิดและกระบวนการในการแก้ปัญหาดังกล่าว - ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอวิธีการอื่นในการแก้ปัญหาดังกล่าว - ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อระบุข้อดี และข้อจำกัดของแต่ละวิธีการแก้ปัญหาดังกล่าว (ด้านความรู้ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาดังกล่าว ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาดังกล่าว และขั้นตอนในการคำนวณ) <p>ขั้นตอนที่ 6 ขั้นสรุปและต่อยอดความคิด</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูกระตุ้นให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหาดังกล่าวโดยเน้นการใช้ตัวแทนแนวคิดที่หลากหลาย(เช่น mind mapping, knowledge structure diagram, flow chart หรืออื่น ๆ) ในด้านแนวคิด ความรู้ที่สำคัญ วิธีการ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหาดังกล่าว ที่ใช้ในการแก้ปัญหาดังกล่าวของตนเอง จากนั้นแลกเปลี่ยนแนวคิดภายในกลุ่ม

<p style="text-align: center;">กลุ่มตัวอย่าง (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา)</p>
<ul style="list-style-type: none"> - ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอประเด็นต่าง ๆ ที่สรุปได้จากนั้นร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับข้อสรุปดังกล่าว - ครูเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ซึ่งอาจจะขยายจากปัญหาเดิม คล้ายคลึงกับปัญหาเดิม หรือเปลี่ยนปัญหาใหม่ จากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย โดยครูให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น - ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอวิธีการในการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาใหม่ - ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันคิดและวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหาในประเด็นลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา ขั้นตอนการคำนวณ ความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ และประเด็นอื่น ๆ (ถ้ามี)
<p>ขั้นสรุป (10 นาที)</p> <ul style="list-style-type: none"> - ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ กระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา และปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นในการแก้ปัญหา จากนั้นมอบหมายให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน

4.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล

เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล ประกอบด้วย แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ โดยรายละเอียดขั้นตอนการพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูลมีดังนี้

1. แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลองและหลังทดลอง โดยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

1.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

1.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหนังสือเรียนและคู่มือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

1.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยข้อสอบฉบับก่อนทดลอง ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 และข้อสอบฉบับหลังทดลอง ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

1.4 สร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริงจำนวน 4 ข้อ

1.5 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ปรับจากกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของ Polya (1973) ร่วมกับทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาตามแนวคิดของ R. Mayer, E., (1992) แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 5 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถด้านการวิเคราะห์ปัญหา	คะแนน
ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น และระบุข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น	3
- ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น และระบุข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหาถูกต้องและครบทุกประเด็น หรือ - ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น และระบุข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น	2
- ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น และระบุข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหาได้ไม่ถูกต้อง หรือ - ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ไม่ถูกต้อง และระบุข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น	1
- ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบไม่ถูกต้อง และระบุข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยการระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหา	0

ตารางที่ 5 (ต่อ) เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา	คะแนน
2.1 การสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหา	
สร้างตัวแทนแนวคิดได้สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน	1
สร้างตัวแทนแนวคิดได้สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหา แต่ไม่ครบถ้วน	0.5
- สร้างตัวแทนแนวคิดได้ไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการสร้างตัวแทนแนวคิด	0
2.2 การระบุนิยามที่ใช้ในการแก้ปัญหา	
ระบุนิยามที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น	1
ระบุนิยามที่ใช้ในการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น	0.5
- ระบุนิยามที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการระบุนิยามที่ใช้ในการแก้ปัญหา	0
2.3 การกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา	
แสดงแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหาได้อย่างครบถ้วน	1
แสดงแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของสถานการณ์ปัญหา แต่ไม่ครบถ้วน	0.5
- แสดงแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการแสดงแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา	0
ความสามารถด้านการดำเนินการแก้ปัญหา	
คะแนน	
ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้องสมบูรณ์ และคำนวณได้ถูกต้อง	3
ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกขั้นตอน และคำนวณได้ถูกต้อง	2
ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกขั้นตอน และคำนวณไม่ถูกต้อง ในบางขั้นตอน	1
- ดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยการดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้	0

ตารางที่ 5 (ต่อ) เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ความสามารถด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ	คะแนน
4.1 การสรุปคำตอบ	
สรุปคำตอบได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น	1
สรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น	0.5
- สรุปคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยการสรุปคำตอบ	0
4.2 การตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ	
แสดงการตรวจสอบคำตอบว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดไว้ในสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น	2
แสดงการตรวจสอบคำตอบว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดไว้ในสถานการณ์ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น	1
- แสดงการตรวจสอบคำตอบไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่มีร่องรอยในการตรวจสอบคำตอบ	0

1.6 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน พิจารณาความสอดคล้อง (Index of Item-Objective Congruence: IOC) และความเหมาะสม (\bar{X}) ของโครงสร้างข้อสอบ (ดังแสดงในตารางที่ 21 และ 22 หน้า 154 และ 155 ตามลำดับ) และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิ โดยเลือกข้อสอบข้อที่มีค่าความสอดคล้องตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป และค่าความเหมาะสมตั้งแต่ 3.01 – 5.00 โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

1) ควรปรับภาษาที่ใช้ในสถานการณ์ปัญหาบางข้อให้กระชับ และเข้าใจง่ายขึ้น

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

โจทย์เดิม

2. วรรณอาศัยอยู่ต่างจังหวัด ซึ่งมีลูกสาวสามคน คือ ฟาง เพ็ญ และเฟรม โดยลูกสาวทั้งสามคนอาศัยอยู่ในกรุงเทพมหานคร แต่ละคนจะกลับมาเยี่ยมแม่เสมอ โดยตกลงกันว่า ฟางมาเยี่ยมแม่ทุก 4 วัน เพ็ญมาเยี่ยมแม่ทุก 8 วัน และเฟรมมาเยี่ยมแม่ทุก 6 วัน ถ้าลูกสาวทั้งสามคนมาเยี่ยมแม่พร้อมกันครั้งแรกเมื่อวันที่ 13 มิถุนายน 2562 และหลังจากที่ลูกสาวทั้งสามคนมาเยี่ยมแม่พร้อมกันในครั้งที่ 2 แม่จะไม่อยู่บ้าน 5 วัน อยากทราบว่า ลูกสาวคนใดจะกลับบ้านไปแล้วเจอแม่เร็วที่สุด (เขียนคำตอบโดยระบุชื่อลูกสาว และวัน เดือน ปี พ.ศ. ที่พบ)

แก้ไขเป็น

2. วรรณอาศัยอยู่ต่างจังหวัด และลูกสาวสามคน คือ ฟาง เพ็ และเฟรม อาศัยอยู่ในกรุงเทพมหานคร แต่ละคนจะกลับมาเยี่ยมแม่เสมอ โดยตกลงกันว่า ฟางมาเยี่ยมแม่ทุก 4 วัน เพ็มาเยี่ยมแม่ทุก 8 วัน และเฟรมมาเยี่ยมแม่ทุก 6 วัน ถ้าลูกสาวทั้งสามคนมาเยี่ยมแม่พร้อมกันครั้งแรกเมื่อวันที่ 13 มิถุนายน 2562 และหลังจากที่ลูกสาวทั้งสามคนมาเยี่ยมแม่พร้อมกันในครั้งที่ 2 ในวันถัดไปแม่จะไปทำธุระและไม่อยู่บ้านเป็นเวลา 5 วัน อยากทราบว่า เมื่อแม่ทำธุระเสร็จและกลับมาถึงบ้าน ลูกสาวคนใดจะกลับบ้านไปแล้วเจอแม่เป็นคนแรก (เขียนคำตอบโดยระบุชื่อลูกสาว และวัน เดือน ปี พ.ศ. ที่พบกัน)

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง**โจทย์เดิม**

4. A B และ C ชวนกันไปร้านปาปลูกโป่งแห่งหนึ่งในงานวัดแถวบ้านที่จัดขึ้นเป็นประจำทุกปี โดยที่

- A ปาปลูกโป่งแตก 2 ลูก จากการปาลูกดอกทุก ๆ 3 ครั้ง
- B ปาปลูกโป่งแตก 3 ลูก จากการปาลูกดอกทุก ๆ 4 ครั้ง
- C ปาปลูกโป่งแตก 4 ลูก จากการปาลูกดอกทุก ๆ 5 ครั้ง

ถ้าทั้งสามคนปาลูกดอกในจำนวนครั้งที่เท่ากัน และปาปลูกโป่งแตกรวมกันทั้งหมด 665 ลูก ซึ่งทางร้านมีรางวัลเป็นตุ๊กตาให้สำหรับผู้ปาปลูกโป่งแตก โดยมีเงื่อนไขว่า ถ้าปาปลูกโป่งแตก 5 ลูก จะได้ตุ๊กตา 1 ตัว

อยากทราบว่า ในการปาปลูกโป่งครั้งนี้ A B และ C จะได้ตุ๊กตาคนละกี่ตัว

แก้ไขเป็น

4. A B และ C ชวนกันไปร้านปาปลูกโป่งแห่งหนึ่งในงานวัดแถวบ้านที่จัดขึ้นเป็นประจำทุกปี โดยที่

- A ปาปลูกโป่งแตก 2 ลูก จากการปาลูกดอกทุก ๆ 3 ครั้ง
- B ปาปลูกโป่งแตก 3 ลูก จากการปาลูกดอกทุก ๆ 4 ครั้ง
- C ปาปลูกโป่งแตก 4 ลูก จากการปาลูกดอกทุก ๆ 5 ครั้ง

ถ้าทั้งสามคนปาลูกดอกในจำนวนครั้งที่เท่ากัน และปาปลูกโป่งแตกรวมกันทั้งหมด 665 ลูก ซึ่งทางร้านมีรางวัลเป็นตุ๊กตา 1 ตัว ให้สำหรับผู้ปาปลูกโป่งแตก 5 ลูก

อยากทราบว่า ในการปาปลูกโป่งครั้งนี้ A B และ C จะได้ตุ๊กตาคนละกี่ตัว

2) ควรปรับลักษณะการถามคำถามในสถานการณ์ปัญหาบางข้อให้ครอบคลุม

และเหมาะสม

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

โจทย์เดิม

6. ภาวตลใช้ขันตักน้ำออกจากโอ่งที่บรรจุน้ำไว้เต็มโอ่งเพื่อโปรดน้าดันไม้ในสวนหลังบ้าน เมื่อระดับน้ำลดลงไป 60 เซนติเมตร ปรากฏว่ามีน้ำเหลืออยู่ $\frac{5}{8}$ ของโอ่ง อยากทราบว่า ถ้าน้ำบรรจุอยู่เต็มโอ่งจะต้องตักน้ำทั้งหมดกี่ครั้งน้ำจึงจะหมด ถ้าการตักน้ำ 1 ครั้ง ทำให้อระดับน้ำลดลง 4 เซนติเมตร

แก้ไขเป็น

6. ภาวตลตักน้ำจากโอ่งที่มีน้ำอยู่เต็มโอ่งเพื่อดันไม้ในสวนหลังบ้าน เมื่อระดับน้ำลดลง 60 เซนติเมตร ปรากฏว่ามีน้ำเหลืออยู่ $\frac{5}{8}$ ของโอ่ง อยากทราบว่า ถ้าน้ำอยู่เต็มโอ่งจะต้องตักน้ำกี่ครั้งน้ำจึงจะหมด ถ้าการตักน้ำ 1 ครั้ง ทำให้อระดับน้ำลดลง 4 เซนติเมตร

1.7 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างของโรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบคละความสามารถ มีจำนวนนักเรียนทั้งหมดและจำนวนนักเรียนต่อห้องใกล้เคียงกัน โดย

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง ผู้วิจัยได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 36 คน

- แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง ผู้วิจัยได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 38 คน

1.8 นำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้งสองฉบับเกี่ยวกับค่าความเที่ยง (Reliability) ค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์ คือ ความเที่ยงมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยาก มีค่าอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป คัดเลือกแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลองและหลังทดลอง ที่ผ่านเกณฑ์ฉบับละ 4 ข้อ ไปหาคุณภาพอีกครั้ง ผลปรากฏว่า

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

ค่าความเที่ยง	0.827
ค่าความยาก (p)	0.20 – 0.42
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.33 – 0.76

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

ค่าความเที่ยง	0.816
ค่าความยาก (p)	0.28 – 0.60
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.33 – 0.51

1.9 นำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

2. แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ คือ แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลองและหลังทดลอง โดยมีขั้นตอนในการสร้างดังนี้

2.1 ศึกษาวิธีการสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากเอกสาร วารสาร ตำรา และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

2.2 ศึกษาเนื้อหาเรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว จากหนังสือเรียนและคู่มือกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

2.3 สร้างตารางวิเคราะห์ข้อสอบตามสาระการเรียนรู้ และจุดประสงค์การเรียนรู้ โดยข้อสอบฉบับก่อนทดลอง ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ของระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 1 และข้อสอบฉบับหลังทดลอง ใช้เนื้อหาวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว แล้วกำหนดอัตราส่วนจำนวนข้อสอบในแต่ละเรื่องให้เหมาะสมกับจำนวนคาบ

2.4 สร้างความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จำนวน 2 ฉบับ แต่ละฉบับเป็นแบบทดสอบแบบอัตนัย จำนวน 7 ข้อ เพื่อนำไปใช้จริงจำนวน 4 ข้อ

2.5 สร้างเกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ซึ่งวัดได้จากแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น โดยพิจารณาลักษณะพฤติกรรมที่แสดงถึงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์จากงานของสมเดช บุญประจักษ์ (2540) รณารถ อยู่สุข (2555) และธัญพิมล จันทรนุ่น (2558) แสดงได้ดังนี้

ตารางที่ 6 เกณฑ์การให้คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

ความสามารถด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล	คะแนน
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน	3
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	2
วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้อง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่งของข้อมูลที่กำหนดให้	1
- วิเคราะห์และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลไม่ถูกต้อง หรือ - ไม่เขียนเลย	0
ความสามารถด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล	คะแนน
เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล	3
- เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง อย่างน้อยครั้งหนึ่ง และสมเหตุสมผล หรือ - เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี	2
- เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง และสมเหตุสมผล หรือ - เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลเลย	1
- เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ถึงครั้งหนึ่ง และไม่สมเหตุสมผล หรือ - เขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปโดยใช้ข้อมูลจากสถานการณ์ที่กำหนดให้ไม่ถูกต้อง และไม่สมเหตุสมผลเลย หรือ - ไม่เขียนเลย	0

2.6 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ จำนวน 2 ฉบับ และเกณฑ์การตรวจให้คะแนนที่ผู้วิจัยสร้างขึ้นไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบและนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษา แล้วนำไปให้ผู้ทรงคุณวุฒิจำนวน 3 ท่าน พิจารณาความสอดคล้อง (Index of Item-Objective Congruence: IOC) และความเหมาะสม (\bar{X}) ของโครงสร้างข้อสอบ (ดังแสดงในตารางที่ 23 และ 24 หน้า 155 และ 156 ตามลำดับ) และนำมาปรับปรุงแก้ไขตามข้อเสนอแนะของผู้ทรงคุณวุฒิ โดยเลือกข้อสอบข้อที่มีค่าความสอดคล้องตั้งแต่ 0.67 ขึ้นไป และค่าความเหมาะสมตั้งแต่ 3.01 – 5.00 โดยผู้ทรงคุณวุฒิได้ให้ข้อเสนอแนะ ดังนี้

- 1) ควรปรับภาษาที่ใช้ในสถานการณ์ปัญหาบางข้อให้กระชับ และเข้าใจง่ายขึ้น

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

โจทย์เดิม

7. อยู่ซ่อมรถแห่งหนึ่งได้ทำแบบสอบถามเพื่อสำรวจความต้องการในการบริการเต็มลมรถยนต์ด้วยตนเองของลูกค้า โดยสามารถเลือกตอบได้เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น พบว่า

2 ใน 12 ของลูกค้าที่ตอบแบบสอบถาม รู้สึกชื่นชอบ

4 ใน 6 ของลูกค้าที่ตอบแบบสอบถาม รู้สึกไม่ชอบ

60 คน ของลูกค้าที่ตอบแบบสอบถาม รู้สึกเฉย ๆ

แก้ไขเป็น

7. อยู่ซ่อมรถแห่งหนึ่งได้ทำแบบสอบถามเพื่อสำรวจความพึงพอใจในการให้บริการเต็มลมรถยนต์ด้วยตนเองของลูกค้า โดยลูกค้าสามารถเลือกตอบได้เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น พบว่า

2 ใน 12 ของลูกค้าที่ตอบแบบสอบถาม รู้สึกชื่นชอบ

4 ใน 6 ของลูกค้าที่ตอบแบบสอบถาม รู้สึกไม่ชอบ

60 คน ของลูกค้าที่ตอบแบบสอบถาม รู้สึกเฉย ๆ

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

โจทย์เดิม

3. สายฟ้าและพายุต้องการทาสีรั้วบ้านเป็นสีเทา สายฟ้าจึงเริ่มการผสมสีโดยใช้สีขาว 4 กระป๋องเทรวมกับสีดำ 6 กระป๋อง ปรากฏว่า สีส้มที่ได้เป็นสีเทาตามที่พวกเขาต้องการพอดีและได้ปริมาณที่เพียงพอ

โจทย์เดิม

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ข้างต้น พบว่า สีส้ม (สีเทา) ที่ได้เกิดจากการผสมสีขาว 4 กระป๋อง เทรวมกับสีดำ 6 กระป๋องพอดี จากนั้น พวกเขาจึงเริ่มช่วยกันลงมือทาสีบ้านอย่างตั้งใจ ขณะที่พวกเขากำลังช่วยกันทาสีอยู่นั้น พายุได้พัดพัดกับตอไม้ริมรั้วทำให้เขาผลักกระป๋องสีขาวยาวไว้ 1 กระป๋อง ผสมลงไปในกระป๋องของสีส้ม (สีเทา) ที่วางไว้ สายฟ้าจึงได้ตัดสินใจเทสีดำ 1 กระป๋อง เพิ่มลงไปในกระป๋องของสีส้มทันที

แก้ไขเป็น

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ข้างต้น เมื่อสายฟ้าและพายุได้สีส้ม (สีเทา) ตามที่ **ต้องการ** แล้วพวกเขาก็เริ่มช่วยกันลงมือทาสีรั้วบ้านอย่างตั้งใจ ขณะที่พวกเขากำลังช่วยกันทาสีอยู่นั้น พายุได้พัดพัดกับตอไม้ริมรั้วทำให้เขาผลักกระป๋องสีขาวยาวไว้ 1 กระป๋อง ผสมลงไปในกระป๋องของสีส้ม (สีเทา) ที่วางไว้ สายฟ้าจึงได้ตัดสินใจเทสีดำ 1 กระป๋อง เพิ่มลงไปในกระป๋องของสีส้มทันที

2) ควรปรับลักษณะของคำถามในสถานการณ์ปัญหาบางข้อให้ครอบคลุม

และเหมาะสม

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

โจทย์เดิม

6. ในการทำคุกกี้อัลมอนต์เนยสด มีส่วนผสมที่คงที่ ดังนี้

- | | | |
|----------------------|------------------------|---------------------------|
| 1. แป้งสาลี 2.5 ถ้วย | 5. ยีสต์ 1 ช้อนชา | 9. เบกกิ้งโซดา 0.5 ช้อนชา |
| 2. เนยสด 1 ถ้วย | 6. วนิลา 2 ช้อนชา | 10. อัลมอนต์ 2 ถ้วย |
| 3. ไข่ 2 ฟอง | 7. เกลือป่น 1.5 ช้อนชา | |
| 4. นมสด 0.5 ถ้วย | 8. น้ำตาลทราย 1.5 ถ้วย | |

จากส่วนผสมข้างต้น สามารถนำมาทำคุกกี้อัลมอนต์เนยสดได้จำนวนทั้งหมด 40 ชิ้น ๆ ละเท่า ๆ กัน

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ข้างต้น หากเพิ่มจำนวนของส่วนผสมทุกอย่างลงไป โดยเพิ่ม แป้งสาลี 12.5 ถ้วย (จากเดิมคือ 2.5 ถ้วย) จะสามารถสรุปได้หรือไม่ว่า “จำนวนคุกกี้อัลมอนต์ที่ได้จะเพิ่มเป็น 5 เท่าของปริมาณเดิม”

แก้ไขเป็น

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ข้างต้น หากเพิ่มจำนวนของส่วนผสมทุกอย่างลงไป **ในอัตราส่วนที่เท่ากัน** โดยเพิ่มแป้งสาลี 12.5 ถ้วย (จากเดิมคือ 2.5 ถ้วย) จะสามารถสรุปได้หรือไม่ว่า “จำนวนคุกกี้อัลมอนต์ที่ได้จะเพิ่มเป็น 5 เท่าของปริมาณเดิม”

2.7 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ได้ปรับปรุงแก้ไขแล้วนำไปทดลองใช้ (Try out) กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างของโรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร ซึ่งมีการจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ มีจำนวนนักเรียนทั้งหมดและจำนวนนักเรียนต่อห้องใกล้เคียงกัน โดย

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง ผู้วิจัยได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 36 คน

- แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง ผู้วิจัยได้นำไปทดลองใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 ที่กำลังศึกษาในภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2561 โรงเรียนขนาดใหญ่แห่งหนึ่ง ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร จำนวน 38 คน

2.8 นำมาตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนด เพื่อตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบทั้งสองฉบับเกี่ยวกับค่าความเที่ยง (Reliability) ค่าความยาก (Difficulty) และค่าอำนาจจำแนก (Discrimination) เป็นรายข้อ โดยมีเกณฑ์ คือ ความเที่ยงมีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป ค่าความยาก มีค่าอยู่ระหว่าง 0.20 – 0.80 และค่าอำนาจจำแนก มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป คัดเลือกแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลองและหลังทดลอง ที่ผ่านเกณฑ์ ฉบับละ 4 ข้อ ไปหาคุณภาพอีกครั้ง ผลปรากฏว่า

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

ค่าความเที่ยง	0.670
ค่าความยาก (p)	0.24 – 0.44
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.38 – 0.71

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

ค่าความเที่ยง	0.635
ค่าความยาก (p)	0.33 – 0.55
ค่าอำนาจจำแนก (r)	0.27 – 0.63

1.9 นำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ทั้งสองฉบับที่มีคุณภาพตามเกณฑ์ที่กำหนดไปใช้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่เป็นกลุ่มตัวอย่าง

5. การดำเนินการทดลองและการเก็บรวบรวมข้อมูล

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างด้วยตัวเอง โดยได้ดำเนินการในขั้นเตรียมการ ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล แบ่งออกเป็น การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ และการเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ ดังนี้

5.1 การเก็บข้อมูลเชิงปริมาณ

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาสำหรับกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่าง

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่ง ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กระทรวงศึกษาธิการ

2. ขั้นดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

2.1 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา เนื้อหาที่ใช้สอนคือเรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้เวลาในการสอน 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 20 พฤศจิกายน 2562 ถึงวันที่ 23 มกราคม 2563

2.3 หลังจากที่ได้ดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนครบ 12 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง ที่ผู้วิจัยสร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่นักเรียนทำมาดำเนินการตรวจให้คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนำผลการตรวจให้คะแนนนั้นมาวิเคราะห์ข้อมูล

5.2 การเก็บข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยสังเกตการเปลี่ยนแปลงความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ ทั้งนี้ผู้วิจัยใช้การสัมภาษณ์นักเรียนเป็นรายกรณีเพื่อให้ได้ข้อมูลเพิ่มเติม ซึ่งผู้วิจัยทำการวิเคราะห์ข้อมูลโดยการวิเคราะห์เชิงเนื้อหา โดยแบ่งการสังเกตการเปลี่ยนแปลงออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 – 4) ช่วงที่ 2 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 – 8) และช่วงที่ 3 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 – 12) ตามลำดับ

6. การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณและเชิงคุณภาพ ดังนี้

6.1 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผู้วิจัยนำคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งฉบับก่อนทดลองและหลังทดลอง มาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูปโดยการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

1. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียน

ผู้วิจัยนำคะแนนจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง และหลังทดลอง มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่กลุ่มตัวอย่างสัมพันธ์กันด้วยการทดสอบค่าที (t-test for dependent samples)

2. การเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนที่เรียนด้วยการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหากับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ผู้วิจัยนำคะแนนจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละ และทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างเดียวด้วยการทดสอบค่าที (t-test for one sample)

3. การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียน

ผู้วิจัยนำคะแนนจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง และหลังทดลอง มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่กลุ่มตัวอย่างสัมพันธ์กันด้วยการทดสอบค่าที (t-test for dependent samples)

4. การเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา กับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ผู้วิจัยนำคะแนนจากการตรวจแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง มาคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตร้อยละ และทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างเดียวด้วยการทดสอบค่าที (t-test for one sample)

6.2 การวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

1. วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

2. วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน รวมถึงปัญหาและอุปสรรคที่พบขณะดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

7. สถิติที่ใช้ในการวิจัย

สถิติที่ใช้ในการวิจัย ประกอบด้วย สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัด และสถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

7.1 สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัด

สถิติที่ใช้ในการหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีดังนี้

1. การหาความสอดคล้องของข้อสอบ (Index of Item-Objective Congruence: IOC)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	IOC	แทน	ดัชนีความสอดคล้อง
	$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความคิดเห็นของผู้เชี่ยวชาญ
	N	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 116)

2. การหาคุณภาพของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

2.1 หาค่าความเที่ยง (Reliability) เป็นแบบอัตนัย โดยใช้สูตรสัมประสิทธิ์แอลฟา (Alpha Coefficient: α) ของครอนบาค (Cronbach) ดังนี้

$$\alpha = \frac{k}{k-1} \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^k s_i^2}{s_t^2} \right)$$

เมื่อ	α	แทน	ค่าความเที่ยงของแบบวัด
	k	แทน	จำนวนข้อในแบบวัด
	s_i^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบในแต่ละข้อ
	s_t^2	แทน	ความแปรปรวนของข้อสอบทั้งฉบับ

(พร้อมพรรณ อุดมสิน, 2544: 128)

2.2 หาค่าความยากง่าย (Difficulty Index: p) เป็นแบบอัตนัย โดยใช้สูตรของวิทนีและซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$P = \frac{s_h + s_l - (n_t)(x_{\min})}{(n_t)(x_{\min} - x_{\max})}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าความยาก
	s_h	แทน	ผลของคะแนนกลุ่มสูง
	s_l	แทน	ผลของคะแนนกลุ่มต่ำ
	x_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	x_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_t	แทน	จำนวนคนกลุ่มสูงและกลุ่มต่ำรวมกัน

(พร้อมพรรณ อุตมสิน, 2544: 147)

2.3 หาค่าอำนาจจำแนก (Discrimination: r) เป็นแบบอัตนัย โดยใช้สูตรของวิทนีและซาเบอร์ (Whitney and Sabers) ดังนี้

$$r = \frac{s_h - s_l}{(n_h)(x_{\min} - x_{\max})}$$

เมื่อ	r	แทน	ค่าอำนาจจำแนก
	s_h	แทน	ผลของคะแนนกลุ่มสูง
	s_l	แทน	ผลของคะแนนกลุ่มต่ำ
	x_{\max}	แทน	คะแนนสูงสุดที่ได้
	x_{\min}	แทน	คะแนนต่ำสุดที่ได้
	n_h	แทน	จำนวนคนกลุ่มสูง

(พร้อมพรรณ อุตมสิน, 2544: 147)

7.2 สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยวิเคราะห์ข้อมูลโดยการหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และการทดสอบค่าที (t-test) ด้วยโปรแกรมสำเร็จรูป

บทที่ 4

ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ผู้วิจัยได้นำเสนอผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ และผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

1.1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

1.3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

1.4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

2.1 ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

2.2 ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

ตอนที่ 1 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณ

ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงปริมาณสามารถนำเสนอข้อมูล ได้ดังนี้

1.1 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ตารางที่ 7 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ทั้งหมด 44 คน

ความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t	p - value
		\bar{X}	S	\bar{X}	S		
ด้านที่ 1 การวิเคราะห์ ปัญหา	12	6.98	2.48	10.80	1.11	10.29	0.00*
ด้านที่ 2 การบูรณาการ ความรู้และการวางแผน การแก้ปัญหา	12	2.43	1.58	8.25	1.44	20.42	0.00*
ด้านที่ 3 การดำเนินการ แก้ปัญหา	12	1.36	1.63	9.77	2.44	21.53	0.00*
ด้านที่ 4 การสรุป และตรวจสอบความ สมเหตุสมผลของคำตอบ	12	0.32	0.59	8.14	2.79	19.01	0.00*
รวม	48	11.09	4.00	36.95	5.32	27.82	0.00*

* $p < .05$

จากตารางที่ 7 เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมพบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 11.09 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 4.00 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 36.95 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.32 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 27.82 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรายด้าน พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาในทุกด้านหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.2 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ตารางที่ 8 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ทั้งหมด 44 คน

ความสามารถในการ แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	\bar{X}	S	M	t	p - value
ด้านที่ 1 การวิเคราะห์ ปัญหา	12	10.80	1.11	90.00	21.45	0.00*
ด้านที่ 2 การบูรณาการ ความรู้และการวางแผน การแก้ปัญหา	12	8.25	1.44	68.75	4.85	0.00*
ด้านที่ 3 การดำเนินการ แก้ปัญหา	12	9.77	2.44	81.42	7.00	0.00*
ด้านที่ 4 การสรุป และตรวจสอบความ สมเหตุสมผลของคำตอบ	12	8.14	2.79	67.83	2.23	0.02*
รวม	48	36.95	5.32	76.98	10.17	0.00*

* p < .05

จากตารางที่ 8 เมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวม พบว่า คะแนนความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็น มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 36.95 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.32 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 76.98 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 10.17 สรุปได้ว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการ

เรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อพิจารณาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นรายด้าน พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาในทุกด้านหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.3 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน

ตารางที่ 9 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ทั้งหมด 44 คน

ความสามารถในการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	ก่อนเรียน		หลังเรียน		t	p - value
		\bar{X}	S	\bar{X}	S		
ด้านที่ 1 การวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ของข้อมูล	12	6.98	2.14	9.57	1.53	7.42	0.00*
ด้านที่ 2 การแสดงข้อสรุป ของข้อมูล	12	2.73	1.82	7.89	1.99	14.43	0.00*
รวม	24	9.70	3.57	17.45	2.82	14.37	0.00*

* $p < .05$

จากตารางที่ 9 เมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวม พบว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตก่อนเรียนเท่ากับ 9.70 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 3.57 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 17.45 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.82 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 14.37 สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นรายด้าน พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาในทุกด้านหลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

1.4 ผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ตารางที่ 10 แสดงค่าเฉลี่ยเลขคณิต (\bar{X}) ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S) คะแนนเฉลี่ยร้อยละ (M) และการทดสอบค่าที (t-test) ของคะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ทั้งหมด 44 คน

ความสามารถในการ ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	คะแนนเต็ม	\bar{X}	S	M	t	p - value
ด้านที่ 1 การวิเคราะห์ ความสัมพันธ์ของข้อมูล	12	9.57	1.53	79.75	10.26	0.00*
ด้านที่ 2 การแสดงข้อสรุป ของข้อมูล	12	7.89	1.99	65.75	2.29	0.01*
รวม	24	17.45	2.82	72.71	7.20	0.00*

* $p < .05$

จากตารางที่ 10 เมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยภาพรวมพบว่า คะแนนความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็น มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนเท่ากับ 17.45 คะแนน ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.82 คะแนนเฉลี่ยร้อยละ 72.71 และผลการทดสอบค่าที (t-test) เท่ากับ 7.20 สรุปได้ว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 และเมื่อพิจารณาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เป็นรายด้าน พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาในทุกด้านหลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ตอนที่ 2 ผลการวิเคราะห์ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ผู้วิจัยศึกษาการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยแบ่งการสังเกตการเปลี่ยนแปลงออกเป็น 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 – 4) ช่วงที่ 2 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 – 8) และช่วงที่ 3 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 – 12) ตามลำดับ

2.1 ผลการศึกษากการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

ผู้วิจัยศึกษาการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยแยกศึกษาตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ซึ่งมี 4 ด้าน ดังนี้

ด้านที่ 1 ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ปัญหา ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบและข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหา

ด้านที่ 2 ความสามารถของนักเรียนในการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา สร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหา ระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา และกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ด้านที่ 3 ความสามารถของนักเรียนในการดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ และคำนวณตามกระบวนการทางคณิตศาสตร์ จนนำไปสู่คำตอบของปัญหา

ด้านที่ 4 ความสามารถของนักเรียนในการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

การเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา สามารถสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 11 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	ช่วงที่ 1	ช่วงที่ 2	ช่วงที่ 3
ด้านที่ 1	นักเรียนส่วนใหญ่วิเคราะห์ปัญหาได้ แต่ยังไม่ครบทุกประเด็น	นักเรียนส่วนใหญ่วิเคราะห์ปัญหาได้ ถูกต้องและครบทุกประเด็น	นักเรียนวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น
ด้านที่ 2	นักเรียนส่วนใหญ่บูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหาได้ แต่ยังไม่ครบทุกประเด็น	นักเรียนส่วนใหญ่บูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหาได้ดียิ่งขึ้น แต่ยังไม่ขาดความสมบูรณ์ในบางประเด็น	นักเรียนส่วนใหญ่บูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น
ด้านที่ 3	มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และคำนวณได้ถูกต้อง	นักเรียนส่วนใหญ่ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกขั้นตอน	นักเรียนส่วนใหญ่ดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และคำนวณได้ถูกต้อง
ด้านที่ 4	มีนักเรียนเพียงบางส่วนที่สรุปผลและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องและครบถ้วน	นักเรียนส่วนใหญ่สรุปผลได้ถูกต้อง แต่ไม่ตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ	นักเรียนส่วนใหญ่สรุปผลและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องและครบถ้วน

ทั้งนี้ผู้วิจัยขอนำเสนอรายละเอียดของการเปลี่ยนแปลงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านย่อยและแต่ละช่วง ดังต่อไปนี้

ด้านที่ 1 ด้านการวิเคราะห์ปัญหา

ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4)

ในด้านที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้อง และครบทุกประเด็น ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น และระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหาไม่ถูกต้อง (ดังแสดงในภาพที่ 2)

1. ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
 ในปัจจุบันอายุของพ่อ พี่ชาย และน้องสาวรวมกัน มากกว่าอายุของแม่อยู่กี่ปี

2. ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
 ครอบครัวมีสมาชิก 4 คน พ่ออายุ เท่าของน้องสาว อีก 10 ปี แม่มีอายุ เท่าของน้อง พี่ชายมากกว่า 2 ปี

3. ระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหา
 แม่อายุ กี่ปี

ภาพที่ 2 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ข หน้า 203)

จากภาพที่ 2 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น โดยขาดการเขียนประโยคที่ว่า “ปัจจุบันแม่มีอายุ 32 ปี” ซึ่งเป็นรายละเอียดสำคัญที่จำเป็นต้องใช้ในการแก้ปัญหา และนักเรียนเขียนเงื่อนไขสำคัญของปัญหาไม่ถูกต้อง ซึ่งต้องเขียนว่า “ในอีก 10 ปีข้างหน้าพ่อมีอายุเป็น 3 เท่าของลูกสาว”

ช่วงที่ 2 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 – 8)

ในด้านที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และเงื่อนไขสำคัญของปัญหา ได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น (ดังแสดงในภาพที่ 3)

<p>1. ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ</p> <p>เขาจะให้ กากน้ำตาล และ น้ำตาลทรายแดงอย่างละกี่โลกรวม</p>	<p>15 ลิตร =</p> <p>7 ลิตร</p>
<p>2. ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้</p> <p>อัตราส่วนน้ำหนักของ ใบไม้ และ เศษฝัก : กากน้ำตาล : น้ำตาลทรายแดง</p> <p>ใบไม้ : 15 : 3 : 2</p> <p>ใบไม้ 1 กิโลกรัม : เศษฝัก = 25 กิโลกรัม</p>	
<p>3. ระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหา</p> <p>ถ้าเขาใช้ ใบไม้ และ เศษฝัก = 25 กิโลกรัม</p>	

ภาพที่ 3 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.2 ภาคผนวก ข หน้า 206)

จากภาพที่ 3 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และเงื่อนไขสำคัญของปัญหา ได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น

ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 9 – 12)

ในด้านที่ 1 พบว่า นักเรียนทั้งหมดสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และเงื่อนไขสำคัญของปัญหา ได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น

ด้านที่ 2 ด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา

ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4)

ในด้านที่ 2 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหาได้ สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของปัญหา แต่ไม่ครบถ้วน และไม่สามารถระบุความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ (ดังแสดงในภาพที่ 4) และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ในลักษณะภาพรวม แต่ไม่เขียนให้มีรายละเอียดที่เฉพาะเจาะจงและสอดคล้องกับบริบทของปัญหา (ดังแสดงในภาพที่ 5)

4. จากข้อมูลในข้อ 1, 2, 3 จงเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร ฯลฯ)
 $(7 \times 10) + 10 = 3(10 + 10)$

ภาพที่ 4 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ข หน้า 203)

จากภาพที่ 4 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหาในรูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของปัญหา แต่ไม่ครบถ้วน เนื่องจากไม่แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลอย่างละเอียด ในที่นี้นักเรียนไม่ได้เขียนอายุในปัจจุบันและอายุในอีก 10 ปีข้างหน้าของพ่อ แม่ พี่ชายและน้องสาว และนักเรียนไม่สามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ ซึ่งในข้อนี้ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง จำนวน อายุ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

6. จากวิธีการในการแก้ปัญหาในข้อ 5 จงยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา (ระบุเป็นข้อ ๆ โดยไม่ต้องคำนวณ)

ปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหได้ด้วยวิธีการเดียวกัน

ซื้อปากกา 50 แท่ง ราคา 300 บาท ยี่ห้อยี่ห้อ
 ยี่ห้อแรกแท่งละ 5 บาท ยี่ห้ออื่น 3 บาท
 อยากรู้ว่าซื้อปากกา ยี่ห้อไหนกี่แท่ง

ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

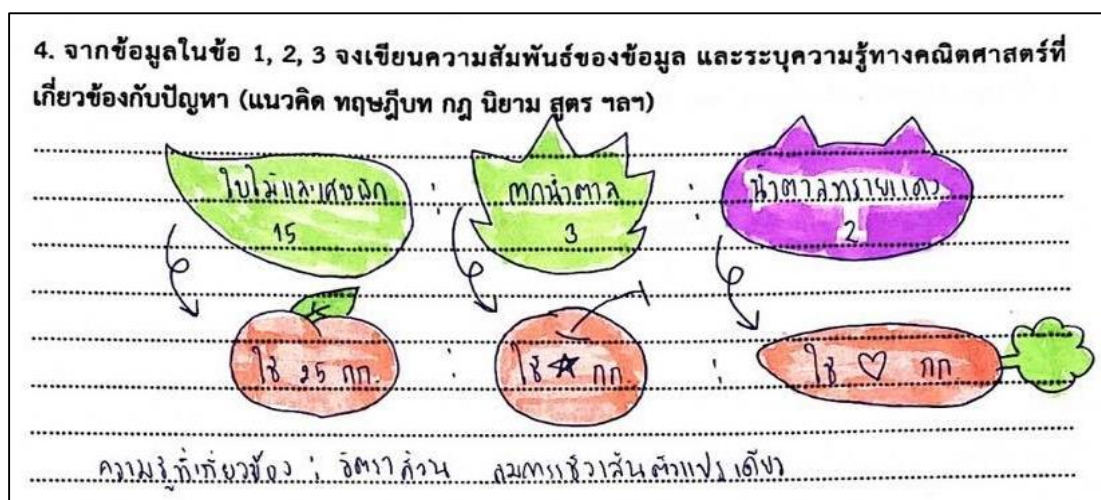
- ① กำหนดตัวแปร
- ② กำหนดค่า
- ③ ตั้งสมการ
- ④ แก้สมการ

ภาพที่ 5 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.1 ภาคผนวก ข หน้า 203)

จากภาพที่ 5 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนไม่สามารถแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาที่มีรายละเอียดที่เฉพาะเจาะจงและสอดคล้องกับบริบทของปัญหาได้ ซึ่งแสดงเพียงแนวทางการดำเนินการแก้ปัญหาในภาพรวมเท่านั้น แต่ไม่เขียนแสดงให้เห็นว่า กำหนดตัวแปรไม่ทราบค่าแทน จำนวนปากกาของยี่ห้อแรก จากนั้นหาจำนวนปากกาของยี่ห้อที่สอง แล้วหาจำนวนเงินที่ซื้อปากกา ยี่ห้อแรกและยี่ห้อที่สองมา และนำมาสร้างสมการเพื่อดำเนินการแก้ปัญหาให้ได้จำนวนปากกาของแต่ละยี่ห้อ

ช่วงที่ 2 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 – 8)

ในด้านที่ 2 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหาได้ สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของปัญหาได้อย่างครบถ้วน สามารถระบุความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น (ดังแสดงในภาพที่ 6) และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดแนวทาง หรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของปัญหา แต่ไม่ครบถ้วน (ดังแสดงในภาพที่ 7)



ภาพที่ 6 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.2 ภาคผนวก ข หน้า 206)

จากภาพที่ 6 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหาได้ สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของปัญหาได้อย่างครบถ้วน และนักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น เนื่องจากในข้อนี้ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง สัดส่วน ด้วย

6. จากวิธีการในการแก้ปัญหาในข้อ 5 จงยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา (ระบุเป็นข้อ ๆ โดยไม่ต้องคำนวณ)

$\frac{25}{100} \times 0.85 \times$

ปัญหาคือหาปริมาณของ 2 ชนิด ชนิด A ผสมผสาน 25% ชนิด B ผสมผสาน 39% ผสมผสานกัน ชนิด A, B จำนวนเท่าไร จะได้ปริมาณ 40 ลิตร ซึ่งปริมาณ 18%

ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

1. ชนิด A มีปริมาณ = x ลิตร B = $40 - x$ ลิตร

2. ชนิด A ผสมผสาน = $0.25x + 0.39(40 - x) = 7.2$

$\frac{18}{100} \times 40 = 7.2$

ภาพที่ 7 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8 ใบกิจกรรมที่ 8.1 ภาคผนวก ข หน้า 206)

จากภาพที่ 7 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของปัญหา แต่ไม่ครบทุกขั้นตอนและมีบางขั้นตอนที่เขียนไม่สมบูรณ์มากนัก เห็นได้จากการที่นักเรียนแสดงแนวทางการดำเนินการแก้ปัญหาในลำดับขั้นตอนต้นอย่างละเอียด และมีร่องรอยการคำนวณเพื่อหาค่าของปริมาณผสมของชนิด A ชนิด B และนมผสม แต่ในลำดับขั้นตอนที่ 2 นักเรียนเขียนเพียง “ชนิด A มีปริมาณ = $0.25x + 0.39(40 - x) = 7.2$ ” ซึ่งไม่ถูกต้อง เพราะสมการนี้ คือ การใช้นมผสมชนิด A ผสมกับชนิด B เพื่อให้ได้นมผสมในปริมาณ 40 ลิตร ซึ่งมีนมผสม 18% ไม่ใช่ชนิด A เพียงอย่างเดียว โดยนักเรียนต้องเขียนว่า “ชนิด A ผสมกับชนิด B มีปริมาณ = $0.25x + 0.39(40 - x) = 7.2$ ”

ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 9 – 12)

ในด้านที่ 2 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของปัญหาได้อย่างครบถ้วน สามารถระบุความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น (ดังแสดงในภาพที่ 8) และนักเรียนส่วนใหญ่สามารถกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของปัญหาได้อย่างครบถ้วน (ดังแสดงในภาพที่ 9)

4. จากข้อมูลในข้อ 1, 2, 3 จงเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร ฯลฯ)

ความรู้ = อัตราส่วน สัดส่วน การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ภาพที่ 8 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนแก้ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 ในกิจกรรมที่ 9.1 ภาคผนวก ข หน้า 207)

จากภาพที่ 8 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหาได้ สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของปัญหาได้อย่างครบถ้วน และนักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น

6. จากวิธีการในการแก้ปัญหาในข้อ 5 จงยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา (ระบุเป็นข้อ ๆ โดยไม่ต้องคำนวณ)

ปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหได้ด้วยวิธีการเดียวกัน

A และ B ได้รวมเงินค่า โดย A ออกก่อน B 1 ชม.
และรับสิ่งต่าง ๆ 80 บาท B ได้รับสิ่งต่าง ๆ 100 บาท
B ต้องใช้เงินเท่าไรจึงจะเท่ากับ A 5 บาท

ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

① กำหนดตัวแปร ให้ $A = x + 1$
 $B = x$ ชม

② หาสูตรในการใช้ รับสิ่งต่าง ๆ
กำหนด A 1 ชม 10 บาท
 $x + 1$ 80 บาท
B 1 ชม 100 บาท
 x 100 บาท

③ เขียนสมการค่าเท่ากัน
 $100x - 80(x + 1) = 5$

④ แก้สมการ / ตวงคำตอบ

ภาพที่ 9 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10 ในกิจกรรมที่ 10.1 ภาคผนวก ข หน้า 207)

จากภาพที่ 9 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไขสำคัญของปัญหาได้อย่างครบถ้วน โดยสามารถกำหนดตัวแปรและหาความสัมพันธ์ของตัวแปรได้ นั่นคือ สามารถกำหนดระยะทางที่ A และ B ขับรถได้ ตลอดจนสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของระยะทางของทั้งสองคน และดำเนินการแก้สมการ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ

ด้านที่ 3 ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา

ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4)

ในด้านที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกขั้นตอน และคำนวณไม่ถูกต้องในบางขั้นตอน (ดังแสดงในภาพที่ 10)

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

	พี่	น้อง	หมายเหตุ
ชั่วโมง	x	$x+10$	น้อง 3 เท่าของพี่ $(7x+10) = 3(x+10)$
เงิน	$x+2$	$(x+2)+10$	
หัว	$7x$	$7x+10$	$7x+10 = 3x+30$
แม่	32	32+10	$7x-3x = 30-10$
			$4x = 20$
			$x = \frac{20}{4}$
			$x = 5$

ภาพที่ 10 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2 ใบกิจกรรมที่ 2.1 ภาคผนวก ข หน้า 203)

จากภาพที่ 10 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถสร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ โดยกำหนดตัวแปร x แทน อายุในปัจจุบันของน้อง แล้วเขียนแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาและแก้สมการได้ค่า $x = 4$ ซึ่งเป็นการคำนวณที่ไม่ถูกต้อง (ค่าที่ถูกต้อง คือ $x = 5$) เนื่องจากนักเรียนนำ $\frac{1}{5}$ คูณทั้งสองข้างของสมการแทนการนำ $\frac{1}{4}$ คูณทั้งสองข้างของสมการ

ช่วงที่ 2 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 – 8)

ในด้านที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกขั้นตอน และคำนวณได้ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและแก้สมการได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่แทนค่าตัวแปรกลับไปในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ (ดังแสดงในภาพที่ 11)

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา
(ถ้าทั้ง 3 คนปลูกดอกไม้ชนิดไหนก็เท่ากัน)

ให้แต่ละคนปลูกดอกไม้คนละ $A = x$ ครั้ง $B = x$ ครั้ง $C = x$ ครั้ง

แต่ละคนปลูกไปคนละ $\frac{2}{3}x$ ลูก $\frac{3}{4}x$ ลูก $\frac{4}{5}x$ ลูก

ทั้ง 3 คนปลูกไปคนละ $\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}x + \frac{4}{5}x = 665$

รวมทั้งหมด 665 ลูก

ดำเนินการ $= 60 \left(\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}x + \frac{4}{5}x \right) = 60 \times 665$

$$40x + 45x + 48x = 60 \times 665$$

$$133x = 60 \times 665$$

$$x = \frac{60 \times 665}{133}$$

$$x = 300$$

ภาพที่ 11 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 ใบกิจกรรมที่ 5.2 ภาคผนวก ข หน้า 205)

จากภาพที่ 11 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนแสดงวิธีการในการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าของตัวแปรได้อย่างถูกต้อง คือ จำนวนครั้งที่ A B และ C ปลูกดอกไม้ แต่ยังขาดขั้นตอนการนำค่าตัวแปรกลับไปแทนในโจทย์เพื่อหาจำนวนลูกโป่งที่แต่ละคนปลูก และคำนวณหาจำนวนตุ๊กตาที่แต่ละคนจะได้รับ ซึ่งเป็นสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 9 – 12)

ในด้านที่ 3 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง และคำนวณได้ถูกต้อง ซึ่งนักเรียนสามารถกำหนดตัวแปร สร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และแก้สมการได้อย่างถูกต้อง และมีนักเรียนบางคนสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการในการแก้ปัญหานั้นที่แตกต่างจากเพื่อนได้ ทำให้มีวิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย (ดังแสดงในภาพที่ 12)

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

จาก $s = v \times t$

$s_1 = \text{ระยะทางของรถ} \quad v_1 = \text{อัตราเร็วของรถ} \quad t_1 = \text{เวลาที่รถใช้หมด} (x+1)$

$s_2 = \text{ระยะทางของรถ} \quad v_2 = \text{อัตราเร็วของรถ} \quad t_2 = \text{เวลาที่รถใช้หมด} (x)$

ข้อ 4 ได้ $s_1 = 40(x+1) \quad , \quad s_2 = 50x$

$50x - 40(x+1) = 10$

$50x - 40x - 40 = 10$

$10x = 10 + 40$

$10x = 50$

$x = \frac{50}{10} = 5$

ข้อ 1 เคาณใช้เวลา 5 ชม. จัหวางจากอถัม 10 กม.

ภาพที่ 12 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10 ใบกิจกรรมที่ 10.1 ภาคผนวก ข หน้า 207)

จากภาพที่ 12 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ได้ถูกต้อง และคำนวณได้ถูกต้อง โดยสามารถกำหนดตัวแปรของเวลาที่แต่ละคนใช้ในการเดินทาง แล้วหาระยะทางจากความสัมพันธ์ $s = v \times t$ จากนั้นสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของระยะทางของทั้งสองคน ซึ่งนักเรียนสามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการในการแก้ปัญหานั้นที่แตกต่างจากเพื่อน

ด้านที่ 4 ด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4)

ในด้านที่ 4 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ เนื่องจากนักเรียนไม่สามารถหาคำตอบของปัญหาได้อย่างถูกต้อง (ดังแสดงในภาพที่ 13) และเมื่อผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและวิเคราะห์เกี่ยวกับคำตอบที่ได้ว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่ นักเรียนที่แสดงวิธีการผิดจะลบวิธีการในการแก้ปัญหาเดิมออก แล้วเขียนวิธีการใหม่แทนวิธีการเดิม (ดังแสดงในภาพที่ 14)

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จึงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

$$\begin{array}{l} \text{กำหนดให้ } x \text{ แทนจำนวนกองของ A} \rightarrow \text{กองละ } 9 \text{ ลูก} \rightarrow 9x \text{ จำนวนลูก} \\ 34-x \text{ แทนจำนวนกองของ B} \rightarrow \text{กองละ } 6 \text{ ลูก} \rightarrow 6(34-x) \text{ จำนวนลูก} \\ \text{สร้างสมการได้ } 9x + 6(34-x) = 225 \\ 9x + 204 - 6x = 225 \\ 3x = 21 \\ x = 7 \end{array}$$

ภาพที่ 13 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.2 ภาคผนวก ข หน้า 203)

จากภาพที่ 13 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนเขียนแสดงวิธีการแก้สมการเพื่อหาค่าของตัวแปรได้อย่างถูกต้อง คือ จำนวนกองแอปเปิ้ลของเอ แต่ไม่แทนค่าตัวแปรกลับไปในโจทย์เพื่อหาจำนวนแอปเปิ้ลของเอและบี ซึ่งถ้าใครเก็บได้มากกว่าจะเป็นผู้ชนะ แล้วผู้ที่แพ้จะต้องเสียแอปเปิ้ลให้ผู้ชนะจำนวน 3 ลูก จากนั้นจึงคำนวณหาสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ นั่นคือ จำนวนน้ำแอปเปิ้ลที่ผู้ชนะจะสามารถทำขายได้ อีกทั้งยังไม่สรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

ทั้งหมด = 1

① = $\frac{3}{5} \times$ 6 แขนง

② = $\left(\frac{3}{5} \times\right)^{\frac{2}{5}}$ 6 แขนง

③ = $\frac{4}{5}$ ของทั้งหมด = $\frac{1}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{25}$

④ = 16 แขนง

⑤ = $\frac{10}{10} - \left(\frac{6+3}{10}\right) = \frac{1}{10} = 16$

สมการ $\left(\frac{3}{5} \times\right) + \left(\frac{3}{5} \times\right)^{\frac{2}{5}} + 16 = X$

⑥ = 16 แขนง \times 16 แขนง = 160 บาท

⑦ = 6 แขนง \times 16 แขนง = 96 บาท

⑧ = 2 แขนง \times 120 แขนง = 240 บาท

\therefore 160 + 96 + 240 = 496 บาท

\Rightarrow 7 แขนง \times 7 แขนง = 49 บาท

\therefore ภาณุภาคอื่น/นักเรียนได้ทำข้อนี้

ภาพที่ 14 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4 ใบกิจกรรมที่ 4.2 ภาคผนวก ข หน้า 204)

จากภาพที่ 14 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนที่แสดงวิธีการผิดจะลบลวิธีการในการแก้ปัญหาเดิมออก แล้วเขียนวิธีการใหม่แทนวิธีการเดิม ซึ่งวิธีการใหม่ นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรและสร้างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้ แต่ดำเนินการแก้สมการไม่เสร็จสมบูรณ์ อีกทั้งยังไม่สรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ช่วงที่ 2 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 5 – 8)

ในด้านที่ 4 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น แต่ไม่แสดงการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ (ดังแสดงในภาพที่ 15)

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

น.น. กากน้ำตาล x กก.

น.น. น้ำตาลทรายแดง y กก.

น.น. เสมต์กลีไซม์ไม่เงิน 25 กก. จะได้สัดส่วน ดังนี้ (ต่อกากน้ำตาล)

$$\frac{25}{x} = \frac{15}{3}$$

$$25 \times 3 = x \times 15$$

$$x = \frac{25 \times 3}{15} = 5 \text{ กก.}$$

น.น. กากน้ำตาล 5 กก.

น.น. เสมต์กลีไซม์ไม่ ต่อ น้ำตาลทรายแดงมีอัตราส่วน ดังนี้

$$\frac{25}{y} = \frac{15}{2}$$

$$25 \times 2 = y \times 15$$

$$y = \frac{25 \times 2}{15} = \frac{10}{3} \text{ กก.}$$

น.น. น้ำตาลทรายแดง $\frac{10}{3}$ กก.

ภาพที่ 15 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6 ใบกิจกรรมที่ 6.2 ภาคผนวก ข หน้า 206)

จากภาพที่ 15 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้อง แต่ไม่แสดงการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ กล่าวคือ นักเรียนไม่ได้แสดงให้เห็นว่า อัตราส่วนน้ำหนักของผักและใบไม้ต่อกากน้ำตาลต่อน้ำตาลทรายเป็น $25:5:\frac{10}{3}$ หรือ $15:3:2$ ซึ่งตรงตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด

ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 9 – 12)

ในด้านที่ 4 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น และแสดงการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ (ดังแสดงในภาพที่ 16)

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

ให้ระบ. ทาง จาก บ้าน ถึง โรงเรียน X กม.	หรือ ก.ต่อช.
สมการ $t_1 + \frac{1}{60} = t_2 - \frac{3}{60}$	1. กำหนดให้ 9 กม./ชม.
$\frac{s_1}{v_1} + \frac{1}{60} = \frac{s_2}{v_2} - \frac{1}{20}$	ใช้เวลา $t = 9.8 = 9.8 \times 2 = 1.73$ ชม.
$\frac{x}{\frac{9}{2}} + \frac{1}{60} = \frac{x}{\frac{12}{3}} - \frac{1}{10}$	ถึง ร.ร. ก่อน 1 นาที
$\frac{2}{9}x + \frac{1}{60} = \frac{3x}{12} - \frac{1}{20}$ (ลบ 2340)	หรือ ใช้เวลา $1.73 + \frac{1}{60} = 1.75$ ชม. - (1)
$520x + 37 = 590x - 117$	2. กำหนดให้ 18 กม./ชม.
$x = 7.8$	ใช้เวลา $t = 9.8 = 9.8 \times 3 = 1.8$ ชม.
\therefore ระยะทาง จาก บ้าน ถึง ร.ร. 7.8 กม.	ถึง ร.ร. 3 นาที
	หรือ ใช้เวลา $1.8 - \frac{3}{60} = 1.75$ ชม. - (2)
	(1) = (2)
	คำตอบที่ได้ถูก

ภาพที่ 16 แสดงความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.1 ภาคผนวก ข หน้า 208)

จากภาพที่ 16 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรแทนระยะทางจากบ้านถึงโรงเรียน จากนั้นสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของเวลาที่ใช้ในการเดินทาง โดยใช้ความสัมพันธ์ $s = v \times t$ จากนั้นดำเนินการแก้ปัญหาเพื่อให้ได้ค่าของตัวแปร และนักเรียนสามารถสรุปคำตอบได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น และแสดงการตรวจสอบคำตอบว่ามีความสอดคล้องกับข้อมูลและเงื่อนไขที่กำหนดให้ได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น

2.2 ผลการศึกษาการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

ผู้วิจัยศึกษาการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนโดยแยกศึกษาตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ซึ่งมี 2 ด้าน ดังนี้

ด้านที่ 1 ความสามารถของนักเรียนในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล เขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน

ด้านที่ 2 ความสามารถของนักเรียนในการแสดงข้อสรุปของข้อมูล เขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล

การเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา สามารถสรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ตารางที่ 12 แสดงการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	ช่วงที่ 1	ช่วงที่ 2	ช่วงที่ 3
ด้านที่ 1	นักเรียนส่วนใหญ่วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ครบทุกประเด็น	นักเรียนส่วนใหญ่วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง และครบประเด็นมากยิ่งขึ้น	นักเรียนส่วนใหญ่วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง และครบทุกประเด็น
ด้านที่ 2	มีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่เขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล	นักเรียนส่วนใหญ่เขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี	นักเรียนส่วนใหญ่เขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล

ทั้งนี้ผู้วิจัยขอเสนอรายละเอียดของการเปลี่ยนแปลงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในแต่ละด้านย่อยและแต่ละช่วง ดังต่อไปนี้

ด้านที่ 1 ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล

ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4)

ในด้านที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ครบทุกประเด็น (ดังแสดงในภาพที่ 17 และภาพที่ 18)

4. จากข้อมูลในข้อ 1, 2, 3 จงเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร ฯลฯ)

เอเก็บแอปเปิ้ลได้ ไข่เก็บแอปเปิ้ลได้

จำนวนกอง 0 0 ... 0 1 1 ... 1 } 34 กอง

จำนวนลูก x๑ x๑ x๑ x๖ x๖ x๖

225 ลูก

ภาพที่ 17 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.2 ภาคผนวก ข หน้า 203)

จากภาพที่ 17 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ครบทุกประเด็น โดยยังขาดการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล นั่นคือ จำนวนลูกของแอปเปิ้ลที่แต่ละคนเก็บได้คือเท่าใดหรือจำนวนกองของแอปเปิ้ลที่แต่ละคนเก็บได้คือเท่าใด อีกทั้งยังไม่เขียนความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ เนื่องจากในข้อนี้ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง จำนวน การดำเนินการของจำนวน สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จากภาพที่ 19 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องและครบประเด็นมากยิ่งขึ้น โดยนักเรียนสามารถระบุอัตราค่าบริการรถแท็กซี่ตามระยะทางต่าง ๆ ได้ และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของการคิดอัตราค่าบริการแท็กซี่ได้ แต่ยังขาดการเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลอีกบางส่วน นั่นคือ การเขียนความสัมพันธ์ระหว่างค่าบริการรถแท็กซี่ทั้งหมด, อัตราค่าบริการรถแท็กซี่, ค่าบริการในกรณีที่รถจอดนิ่งอยู่กับที่ ตามระยะทางต่าง ๆ นั่นคือ

ค่าบริการรถแท็กซี่ทั้งหมด = อัตราค่าบริการรถแท็กซี่ + ค่าบริการในกรณีที่รถจอดนิ่งอยู่กับที่ และนักเรียนสามารถระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ แต่ไม่ครบทุกประเด็น เนื่องจากในข้อนี้ต้องใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์เรื่อง จำนวน การคิดค่าโดยสาร และสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวด้วย

6. จากวิธีการในการแก้ปัญหาในข้อ 5 จงยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา (ระบุเป็นข้อ ๆ โดยไม่ต้องคำนวณ)

ปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหได้ด้วยวิธีการเดียวกัน

มีน้ำส้ม 2 ชนิด ชนิดแรกมีน้ำส้มแท้ 20% ชนิดสองมีน้ำส้มแท้ 30% จากทฤษฎี ต้องใช้น้ำส้มชนิดแรกและชนิดสองอย่างละเท่าไร จึงจะได้ น้ำส้มผสม 50 ลิตร ซึ่งน้ำส้มแท้ 25%

ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

1. ชนิดแรก X ลิตร
— สอง 50-X ลิตร
2. สมการ
 $0.20X + 0.30(50-X) = 12.5$
3. แทนค่า X
4. ตรวจสอบคำตอบ

$\frac{100}{100} = 100\%$ $\frac{30(50-X)}{100} = 0.30(50-X)$ $\frac{25}{100} \times 50 = 12.5$

ภาพที่ 20 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8 ใบกิจกรรมที่ 8.1 ภาคผนวก ข หน้า 206)

จากภาพที่ 20 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องและเกือบครบถ้วนทุกประเด็น โดยแสดงการหาปริมาณน้ำส้มแท้ในน้ำส้มชนิดที่ 1 ชนิดที่ 2 และปริมาณน้ำส้มแท้ในน้ำส้มผสม อีกทั้งสร้างสมการแสดงความสัมพันธ์ของปริมาณน้ำส้มทั้งสองชนิดที่ต้องใช้เพื่อนำมาผสมกันแล้วให้ได้ปริมาณน้ำส้มแท้ในน้ำส้มผสมในจำนวนที่กำหนดได้ถูกต้องขาดเพียงการให้รายละเอียดหรือที่มาของข้อมูลบางส่วนที่นำมาใช้ในการกำหนดสมการ

ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 9 – 12)

ในด้านที่ 1 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้อย่างถูกต้องและครบทุกประเด็น (ดังแสดงในภาพที่ 21 และภาพที่ 22)

4. จากข้อมูลในข้อ 1, 2, 3 จงเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุนิยามทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร ฯลฯ)

กำหนดให้ จ.น. ที่เพิ่ม = ๒

รอบที่ 1

ชาย : หญิง = ๖ : ๕

โดยชาย < หญิง อยู่ 100 คน

รอบที่ 2

สมัครเพิ่มเท่ากัน

ชาย : หญิง (จ.น. ที่เพิ่ม) = ๒ : ๒

ทำให้ ชาย : หญิง > 2 : 3

ความรู้ = อัตราส่วน , สัดส่วน , การแก้สมการตัวแปรเดียว

ภาพที่ 21 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 ใบกิจกรรมที่ 9.2 ภาคผนวก ข หน้า 207)

จากภาพที่ 21 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนผู้สมัครร้องเพลงเพศชายและเพศหญิง ในรอบที่ 1 และรอบที่ 2 ได้ และสามารถระบุนิยามทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น

6. จากวิธีการในการแก้ปัญหาในข้อ 5 จงยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา (ระบุเป็นข้อ ๆ โดยไม่ต้องคำนวณ)

ปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหได้ด้วยวิธีการเดียวกัน

A เดินทางจากโรงเรียน ไป สาน สโมสร = ด้วย อัตราเร็ว ๕ km/hr ถึง สาน สโมสร = ๑ ชั่วโมง 4 นาที แต่กลับด้วย อัตราเร็ว ๔ km/hr ถึง สาน สโมสร = ๑ ชั่วโมง 3 นาที ถามหาว่า โรงเรียน ของ A อยู่ห่างจาก สาน สโมสร กี่ กิโลเมตร

ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

- กำหนดตัวแปร มอเตอร์
- หาความสัมพันธ์ของตัวแปร
- ตั้งสมการ
- แก้สมการ
- สรุปคำตอบ

ภาพที่ 22 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.1 ภาคผนวก ข หน้า 208)

จากภาพที่ 22 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล เพื่อคำนวณหาเวลาที่ใช้ในการเดินทางด้วยอัตราเร็วที่ต่างกัน และเขียนแสดงความสัมพันธ์ของเวลาปกติที่ใช้ในการเดินทาง พร้อมทั้งสร้างสมการ ตลอดจนหาค่าตัวแปรและตรวจสอบคำตอบ

ด้านที่ 2 ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล

ช่วงที่ 1 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 1 – 4)

ในด้านที่ 2 พบว่า มีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่สามารถเขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล ส่วนนักเรียนที่เหลือไม่สามารถเขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ (ดังแสดงในภาพที่ 23)

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญห

	A	B
เก็บแอปเปิ้ลได้	x ลูก	$225 - x$ ลูก
กองแอปเปิ้ล ไว้อีกกองละ	9 ลูก	6 ลูก
คิดเป็น แอปเปิ้ล	x กอง 9	$225 - x$ กอง 6
หับกอง แอปเปิ้ลรวม	$x + 225 - x = 34$	
กันได้ 34 กอง	9	6
๙:๖ ได้สมการ		

ภาพที่ 23 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3 ใบกิจกรรมที่ 3.2 ภาคผนวก ข หน้า 203)


จากภาพที่ 23 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนกำหนดแต่เพียงตัวแปรแสดงจำนวนลูกแอปเปิ้ลที่ A และ B เก็บได้ จากนั้นหาจำนวนกองแอปเปิ้ลของแต่ละคน และสร้างสมการผลรวมของจำนวนกองแอปเปิ้ลของทั้งสองคนเท่านั้น แต่นักเรียนไม่แสดงวิธีการแก้สมการเพื่อหาค่าตัวแปร จึงไม่สามารถเขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้

ช่วงที่ 3 (การจัดกิจกรรมการเรียนรู้แผนที่ 9 - 12)

ในด้านที่ 2 พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถเขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล (ดังแสดงในภาพที่ 25)

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

X : ระยะทางจากเมือง A ถึงวัดถ้ำเข็ก

2x :  B

ระยะทาง : $S_1 = \text{มิลล์}$ $S_2 = \text{นาบด์}$

อัตราเร็ว : $V_1 = \text{มิลล์}$ $V_2 = \text{นาบด์}$

เวลา : $t_1 = \text{มิลล์}$ $t_2 = \text{นาบด์}$

$\therefore S_1 = x + 3$, $S_2 = x - 3$, $V_1 = 12$, $V_2 = 15$

จะได้ $t_1 = \frac{x+3}{12}$, $t_2 = \frac{x-3}{15}$ (จาก $t = \frac{s}{v}$)

นำพจน์ของ t_1 และ t_2 มาลบกัน

จะได้สมการ $\frac{x+3}{12} - \frac{x-3}{15} = 1$

(คูณห.ร.ด. 60)

$$5(x+3) - 4(x-3) = 60$$

$$5x + 15 - 4x + 12 = 60$$

$$x + 27 = 60$$

$$x = 33$$

ดังนั้น ระยะทางจาก A ถึง B คือ $2x = 2(33) = 66$ กม.

การวิเคราะห์

66 กม.

A $\xrightarrow{33 \text{ กม.}}$ $\xrightarrow{33 \text{ กม.}}$ B

มิลล์ : เลขที่วิ่งแล้วไป 3 กม. ~~หรือ~~

นำไปคิดทางได้ $33+3=36$ กม.

$V_1 = 12 \rightarrow$ ใช้เวลา $t_1 = \frac{36}{12} = 3$ ชม.

นาบด์ : เลขที่วิ่งแล้วไป 3 กม.

นำไปคิดทางได้ $33-3=30$ กม.

$V_2 = 15 \rightarrow$ ใช้เวลา $t_2 = \frac{30}{15} = 2$ ชม.

มิลล์ก็วิ่งถึงวัดถ้ำเข็กก่อนนาบด์ 1 ชม.

สรุปจึงพบว่า มีคำตอบเดียว

ใช้เวลา 1 ชม. (ถูกต้อง)

ภาพที่ 25 แสดงความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ด้านการแสดงข้อสรุปของข้อมูล (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11 ใบกิจกรรมที่ 11.2 ภาคผนวก ข หน้า 208)

จากภาพที่ 25 แสดงให้เห็นว่า นักเรียนสามารถกำหนดตัวแปรของระยะทาง อัตราเร็วและเวลาได้ จากนั้นหาเวลาที่ทั้งสองคนใช้ในการเดินทางจากความสัมพันธ์ $s = v \times t$ แล้วเขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของเวลาที่ทั้งสองคนใช้ และนักเรียนสามารถเขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง และสมเหตุสมผล

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย ดังนี้

1. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
2. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม
3. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน
4. เพื่อเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม
5. เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา

ประชากรที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือ นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกกลุ่มตัวอย่างโดยใช้การเลือกกลุ่มตัวอย่างแบบเจาะจง (Purposive sampling) ซึ่งเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ภาคเรียนที่ 2 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่ง ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ ซึ่งเป็นโรงเรียนที่มีการจัดห้องเรียนแบบละความสามารถ จำนวนทั้งหมด 13 ห้อง โดยผู้วิจัยเลือกนักเรียนจำนวน 1 ห้องเรียนสำหรับการวิจัยในครั้งนี้ คือ นักเรียนห้อง ม.1/12 จำนวน 44 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย แบ่งออกเป็น 2 ประเภท คือ เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง และเครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. เครื่องมือที่ใช้ในการทดลอง คือ แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา สำหรับกลุ่มตัวอย่าง จำนวน 12 แผน ระยะเวลา 12 คาบเรียน (คาบละ 50 นาที) โดยผู้วิจัยได้สร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ทั้งหมดให้ครอบคลุมเนื้อหา เรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 จากนั้นนำไปให้อาจารย์ที่ปรึกษาตรวจสอบพิจารณาความถูกต้องของเนื้อหาและความเหมาะสมของกิจกรรมการเรียนรู้ โดยผู้วิจัยได้ปรับปรุงแก้ไขแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามข้อเสนอแนะของอาจารย์ที่ปรึกษาก่อนนำไปใช้กับกลุ่มตัวอย่างในการวิจัยต่อไป

2. เครื่องมือที่ใช้ในการเก็บรวบรวมข้อมูล คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งฉบับก่อนทดลองและหลังทดลอง ซึ่งผ่านการตรวจสอบความสอดคล้อง และความเหมาะสมของโครงสร้างข้อสอบโดยผู้ทรงคุณวุฒิ แล้วนำไปทดลองใช้กับนักเรียนที่ไม่ใช่กลุ่มตัวอย่างในการวิจัย พบว่า มีค่าความเที่ยง ค่าความยาก (p) และค่าอำนาจจำแนก (r) ดังนี้

2.1 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง มีค่าความเที่ยงเป็น 0.827 ค่าความยาก เป็น 0.20 – 0.42 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.33 – 0.76

2.2 แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง มีค่าความเที่ยงเป็น 0.816 ค่าความยากเป็น 0.28 – 0.60 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.33 – 0.51

2.3 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง มีค่าความเที่ยงเป็น 0.670 ค่าความยากเป็น 0.24 – 0.44 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.38 – 0.71

2.4 แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง มีค่าความเที่ยงเป็น 0.635 ค่าความยากเป็น 0.33 – 0.55 และค่าอำนาจจำแนกเป็น 0.27 – 0.63

การวิจัยในครั้งนี้ ผู้วิจัยได้ดำเนินการสอนนักเรียนที่เป็นกลุ่มตัวอย่างด้วยตัวเอง โดยมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้

1. ขั้นเตรียมการ

1.1 ผู้วิจัยสร้างแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาสำหรับกลุ่มตัวอย่าง

1.2 ผู้วิจัยจัดเตรียมสื่อ อุปกรณ์ และเอกสารที่เกี่ยวข้องกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้สำหรับกลุ่มตัวอย่าง

1.3 ผู้วิจัยนำหนังสือขออนุญาตดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลจากบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ถึงผู้อำนวยการโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษแห่งหนึ่ง

ในจังหวัดกรุงเทพมหานคร สังกัดสำนักงานเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1
กระทรวงศึกษาธิการ

2. ขั้นตอนการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยดำเนินการทดลองและเก็บรวบรวมข้อมูลของกลุ่มตัวอย่าง ดังนี้

2.1 ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทาง
คณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์
ฉบับก่อนทดลอง ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง

2.2 ผู้วิจัยดำเนินการสอนนักเรียนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้
คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา เนื้อหาที่ใช้สอนคือเรื่อง การประยุกต์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
โดย ใช้เวลาในการสอน 3 ชั่วโมงต่อสัปดาห์ เป็นเวลา 4 สัปดาห์ รวมทั้งสิ้น 12 ชั่วโมง ในภาคเรียนที่
2 ปีการศึกษา 2562 และเริ่มทดลองสอนตั้งแต่วันที่ 20 พฤศจิกายน 2562 ถึงวันที่ 23 มกราคม
2563

2.3 หลังจากที่ได้ดำเนินการสอนตามแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้จนครบ
12 แผนแล้ว ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
ฉบับหลังทดลอง และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง ที่ผู้วิจัย
สร้างขึ้น ใช้เวลาฉบับละ 1 ชั่วโมง จากนั้นผู้วิจัยนำแบบทดสอบที่นักเรียนทำมาดำเนินการตรวจให้
คะแนนตามเกณฑ์ที่กำหนดไว้ และนำผลการตรวจให้คะแนนนั้นมาวิเคราะห์ข้อมูล

2.4 ผู้วิจัยนำคะแนนของนักเรียนที่ได้จากแบบวัดความสามารถในการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ทั้งฉบับ
ก่อนทดลองและหลังทดลอง มาวิเคราะห์ข้อมูลโดยใช้โปรแกรมวิเคราะห์สถิติสำเร็จรูป โดยมีการ
วิเคราะห์ข้อมูล ดังนี้

- เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่
ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียน
โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่
กลุ่มตัวอย่างสัมพันธ์กันด้วยการทดสอบค่าที

- เปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของ
นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ
60 ของคะแนนเต็ม โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าเฉลี่ยร้อยละ
และทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างเดียวด้วยการทดสอบค่าที

- เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ก่อนเรียนและหลังเรียน โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยที่กลุ่มตัวอย่างสัมพันธ์กันด้วยการทดสอบค่าที

- เปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม โดยคำนวณหาค่าเฉลี่ยเลขคณิต ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ค่าเฉลี่ยร้อยละ และทดสอบค่าเฉลี่ยของกลุ่มตัวอย่างเดียวด้วยการทดสอบค่าที

- วิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา โดยศึกษาจากร่องรอยการทำงานของนักเรียนในใบกิจกรรม และการตอบคำถามในชั้นเรียน โดยใช้การวิเคราะห์เนื้อหาเพื่อประกอบการอธิบายผลที่เกิดขึ้นระหว่างการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยแบ่งการสังเกตการเปลี่ยนแปลง 3 ช่วง คือ ช่วงที่ 1 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 1 – 4) ช่วงที่ 2 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5 – 8) และช่วงที่ 3 (แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9 – 12) ตามลำดับ

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยเรื่อง ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 สามารถสรุปผลการวิจัย ได้ดังนี้

1. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
2. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05
3. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

4. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

5. นักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีการเปลี่ยนแปลงของความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ในทางที่ดีขึ้น

อภิปรายผลการวิจัย

ผู้วิจัยขอเสนอการอภิปรายผลการวิจัยตามสมมติฐานการวิจัย โดยมีรายละเอียดดังนี้

1. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหะหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 1

ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจ เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา ประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการค้นหาวิธีการแก้ปัญหา ออกแบบวางแผนและดำเนินการแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ โดยเน้นให้นักเรียนค้นหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย สรุปและร่วมกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ จากนั้นผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา รวมถึงสนับสนุนและกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิธีการในการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ โดยผู้วิจัยให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น ซึ่งมีรายละเอียดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาในแต่ละขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา ผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหาและกระตุ้นให้นักเรียนศึกษารายละเอียดของปัญหา ทำความเข้าใจกับปัญหา และตีความเกี่ยวกับสถานการณ์ปัญหาที่กำลังเผชิญ จากนั้นระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ สิ่งที่โจทย์กำหนดให้และข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหาเพื่อเป็นแนวทางในการเข้าใจสถานการณ์ปัญหา ซึ่งจะทำให้นักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์ปัญหาและจับประเด็นสำคัญก่อนการดำเนินการแก้ปัญหาในขั้นตอนต่อไป สอดคล้องกับคำกล่าวของปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) ที่กล่าวว่า แนวทางในการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหานั้น ครูควรให้นักเรียนฝึกอ่านและทำความเข้าใจข้อความในปัญหาที่ครูยกมาเป็นตัวอย่างในการสอนก่อนที่จะมุ่งหาคำตอบ อาจฝึกได้ทั้งเป็นรายบุคคลหรือฝึกเป็นกลุ่ม

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์เพื่อนำมาใช้ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา โดยการระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหา หาความสัมพันธ์ของข้อมูลและระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อนำมาใช้ในการค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา จากนั้นผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ หรือวิธีการในการแก้ปัญหาของปัญหาที่คล้ายกันที่เคยแก้มาแล้วกับสถานการณ์ปัญหาที่เผชิญอยู่ เพื่อนำมาออกแบบวิธีการในการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา รวมทั้งได้ฝึกการดำเนินการแก้ปัญหา โดยมีการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการคัดเลือกและเชื่อมโยงข้อมูลเพื่อสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหา ระบุความรู้ที่ใช้ในการแก้ปัญหา กำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา และดำเนินการแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ ในขั้นนี้ผู้วิจัยให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นสรุปผลการแก้ปัญหา หลังจากนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้แล้ว ผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันทบทวนและสรุปความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา และร่วมกันพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการในการแก้ปัญหาของแต่ละคนภายในกลุ่ม จากนั้นผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอสิ่งที่สรุปได้ในประเด็นต่าง ๆ และร่วมกันพิจารณาความถูกต้องของข้อสรุปดังกล่าว ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นขยายวิธีการ ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนทบทวนวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหา และให้นักเรียนยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา โดยมีการประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการยกตัวอย่างปัญหาอื่น อีกทั้งวางแผนขั้นตอนในการแก้ปัญหา จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันแลกเปลี่ยนและตรวจสอบเกี่ยวกับปัญหาและความถูกต้องของลำดับขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาของแต่ละคนภายในกลุ่ม แล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกัน และเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นเปรียบเทียบวิธีการ ผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันระบุวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา จากนั้นผู้วิจัยสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา ถ้าไม่มี ผู้วิจัยจะกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันค้นหาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา แล้วให้แต่ละกลุ่มร่วมแลกเปลี่ยนแนวคิดและระบุวิธีการในการแก้ปัญหานั้น จากนั้นผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อระบุข้อดี และข้อจำกัดของแต่ละวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นสรุปและต่อยอดความคิด ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหาโดยเน้นการใช้ตัวแทนแนวคิดที่หลากหลายของตนเอง และแลกเปลี่ยนแนวคิดภายในกลุ่ม จากนั้นผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่แล้วกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิธีการในการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย และเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอประเด็นต่าง ๆ ที่สรุปได้ วิธีการในการแก้ปัญหา สถานการณ์ปัญหาใหม่ และผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันคิดและวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์ปัญหา และการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบด้วยตนเอง

จากกระบวนการดังกล่าวจึงส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ ปรีชา เนาว์เย็นผล (2538) และ Hu et al. (2018) ที่ได้กล่าวทำนองเดียวกันว่า ครูควรใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและทำความเข้าใจสถานการณ์ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนวางแผนการแก้ปัญหา โดยที่ครูจะต้องไม่บอกวิธีการแก้ปัญหากับนักเรียนโดยตรง แต่จะสนับสนุนให้นักเรียนค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีการ ซึ่งทำให้นักเรียนได้มีความยืดหยุ่นในการคิดและได้ฝึกการวางแผนการแก้ปัญหา อีกทั้งครูควรให้นักเรียนลงมือแก้ปัญหตามแผนที่วางไว้ และควรกระตุ้นให้นักเรียนเห็นความสำคัญของการตรวจสอบวิธีทำและคำตอบ อีกทั้งครูควรใช้ปัญหาหรือสถานการณ์ในชีวิตประจำวันเป็นเครื่องมือให้นักเรียนสร้างความรู้ โดยให้นักเรียนคิดและแสดงความคิดจากประเด็นปัญหา หาวิธีในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย (ชูรายา สัสติวงศ์, 2555)

2. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 2

ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากที่ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง โดยพบว่าคะแนนที่แยกตามองค์ประกอบของความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนเป็นดังนี้ ด้านที่ 1 การวิเคราะห์ปัญหา นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 6.98 คะแนน ด้านที่ 2 การบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 2.43 คะแนน ด้านที่ 3 การดำเนินการแก้ปัญหา นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 1.36 คะแนน และด้านที่ 4 การสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 0.32 คะแนน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในด้านที่ 2, 3 และ 4 ยังไม่ดีมากนัก เนื่องจากมีค่าคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับต่ำมาก จึงทำให้ผู้วิจัยมีข้อมูลพื้นฐาน

เกี่ยวกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่จะเน้นให้นักเรียนได้ฝึกการบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบในระหว่างการทำกิจกรรมการเรียนรู้ให้มากยิ่งขึ้น รวมทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ยังมีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เริ่มจากการนำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาที่เป็นประเด็นหลักที่น่าสนใจ จากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ ค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา ออกแบบและลงมือแก้ปัญหา สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา รวมทั้งยังเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอปัญหาร่วมกันค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และเปรียบเทียบวิธีการในการแก้ปัญหา จากนั้นสนับสนุนและกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิธีการในการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ โดยในแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการเป็นไปแบบค่อยเป็นค่อยไป และดำเนินการอย่างต่อเนื่อง (รายละเอียดของการดำเนินการปรากฏในการอภิปรายข้อ 1) ซึ่งทำให้นักเรียนมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นและผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

3. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหะหว่างก่อนเรียนและหลังเรียน พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 3

ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา เป็นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจ เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา ออกแบบและลงมือแก้ปัญหา จากนั้นร่วมกันแสดงข้อสรุปของข้อมูลและสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา เปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอปัญหาร่วมกันค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหาและเปรียบเทียบวิธีการในการแก้ปัญหา อีกทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็น ฝึกการอธิบายและการให้เหตุผลประกอบเพื่อสนับสนุนแนวความคิดของตนเองหรือโต้แย้งความคิดของผู้อื่น จากนั้นสนับสนุนและกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิธีการในการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ โดยผู้วิจัยให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น ซึ่งมีรายละเอียดของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาในแต่ละขั้นตอน ดังต่อไปนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา และขั้นตอนที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา หลังจากนำเสนอสถานการณ์ปัญหา ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจกับปัญหาและเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา โดยการระบุเงื่อนไขสำคัญ

ของปัญหา หาความสัมพันธ์ของข้อมูลและระบุนความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาเพื่อนำมาใช้ในการค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา จากนั้นผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ เพื่อนำมาออกแบบวิธีการในการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาที่กำหนดให้ แล้วนำมาเขียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล ในขั้นนี้ผู้วิจัยให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นสรุปผลการแก้ปัญหา หลังจากทีนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้แล้ว ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันทบทวนและสรุปความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการในการแก้ปัญหาของแต่ละคนภายในกลุ่ม และผู้วิจัยเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอสิ่งที่สรุปได้ในประเด็นต่าง ๆ จากนั้นร่วมกันพิจารณาความถูกต้องของข้อสรุปดังกล่าว ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการแสดงข้อสรุปของข้อมูล โดยแสดงเหตุผล พร้อมทั้งข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปอย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นขยายวิธีการ ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา จากนั้นให้นักเรียนร่วมกันแลกเปลี่ยนและตรวจสอบเกี่ยวกับปัญหาและความถูกต้องของลำดับขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาของแต่ละคนภายในกลุ่ม แล้วเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกัน และลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยเป็นการฝึกการคิดวิเคราะห์ ให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล และสามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาให้สอดคล้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้องได้ ต่อมาในขั้นตอนที่ 5 ขั้นเปรียบเทียบวิธีการ ผู้วิจัยให้นักเรียนร่วมกันระบุวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา แล้วให้แต่ละกลุ่มร่วมกันแลกเปลี่ยนแนวคิด จากนั้นให้ร่วมกันอภิปรายเพื่อระบุข้อดี และข้อจำกัดของแต่ละวิธีการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นสรุปและต่อยอดความคิด ผู้วิจัยกระตุ้นให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหาของตนเอง และแลกเปลี่ยนแนวคิดภายในกลุ่ม จากนั้นนำเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่แล้วกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิธีการในการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในการแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย และเปิดโอกาสให้นักเรียนออกมานำเสนอประเด็นต่าง ๆ ที่สรุปได้ วิธีการในการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาใหม่ และผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันคิดและวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหา ซึ่งนักเรียนได้ฝึกการวิเคราะห์ปัญหาและการแสดงข้อสรุปของข้อมูล โดยแสดงเหตุผลประกอบ พร้อมทั้งข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ถูกต้องและสมเหตุสมผล อีกทั้งการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในชั้นเรียนเป็นการฝึกการคิดวิเคราะห์ การให้

เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล และสามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาให้สอดคล้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้องได้

จากกระบวนการดังกล่าวส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนพัฒนาในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Rowan and Morrow (1993) และธัญพิมล จันทน์มุ่ม (2558) ที่ได้กล่าวทำนองเดียวกันว่า ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน โดยที่นักเรียนสามารถอธิบายและแสดงแนวคิดของตนเองได้ อีกทั้งมีการแลกเปลี่ยนความคิดเห็นกันภายในชั้นเรียน ซึ่งทำให้นักเรียนได้ฝึกการคิดวิเคราะห์และการให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล จากนั้นครูควรให้นักเรียนสรุปแนวคิดพร้อมทั้งยืนยันข้อสรุปของแนวคิดดังกล่าว โดยครูควรใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนอยู่ตลอดการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ อีกทั้งการตั้งคำถามหรือปัญหาที่มีแนวทางในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย มีลักษณะเกี่ยวกับชีวิตประจำวันและมีความสัมพันธ์กับผู้เรียนเป็นจุดเริ่มต้น ให้ผู้เรียนสงสัยและสนใจอยากรู้ ประสมประสานความรู้เดิมกับความรู้ใหม่อย่างเป็นระบบซึ่งเป็นทางนำไปสู่การสร้างองค์ความรู้ และฝึกการให้เหตุผลด้วยตนเองอย่างต่อเนื่อง ทำให้นักเรียนเกิดความเข้าใจและคุ้นเคยในการให้เหตุผลในสถานการณ์ต่าง ๆ (สิรินทรา มินทะขัติ, 2556)

4. จากผลการเปรียบเทียบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนหลังได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาเทียบกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม พบว่า ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05 ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 4

ทั้งนี้อาจเป็นผลมาจากที่ผู้วิจัยให้นักเรียนทำแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง โดยพบว่าคะแนนที่แยกตามองค์ประกอบของความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ก่อนเรียนของนักเรียนเป็นดังนี้ ด้านที่ 1 การวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 6.98 คะแนน และด้านที่ 2 การแสดงข้อสรุปของข้อมูล นักเรียนได้คะแนนเฉลี่ยเท่ากับ 2.73 คะแนน พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีความสามารถในด้านที่ 2 ยังไม่ดีมากนัก เนื่องจากมีค่าคะแนนเฉลี่ยอยู่ในระดับต่ำมาก ซึ่งทำให้ผู้วิจัยมีข้อมูลพื้นฐานเกี่ยวกับความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนเพื่อนำไปจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่จะเน้นให้นักเรียนได้ฝึกการเขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างสมเหตุสมผลในระหว่างการทำกิจกรรมการเรียนรู้ให้มากยิ่งขึ้น รวมทั้งการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหามีขั้นตอนในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เริ่มจากผู้วิจัยนำเสนอสถานการณ์หรือปัญหาที่เป็นประเด็นหลักที่น่าสนใจ จากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนทำความเข้าใจเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์และค้นหาความสัมพันธ์ของข้อมูล ค้นหาวิธีการ

ในการแก้ปัญหา ออกแบบและลงมือแก้ปัญหา สรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา รวมทั้งยังเปิดโอกาสให้นักเรียนนำเสนอปัญหาเพื่อส่งเสริมให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้ความคิดเห็น ฝึกการอธิบายและการให้เหตุผลประกอบเพื่อสนับสนุนแนวความคิดหรือข้อสรุปของตนเองหรือโต้แย้งความคิดของผู้อื่น แล้วร่วมกันค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และเปรียบเทียบวิธีการในการแก้ปัญหา จากนั้นสนับสนุนและกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ทางคณิตศาสตร์และวิธีการในการแก้ปัญหาไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ โดยในแต่ละขั้นตอนของการดำเนินการเป็นไปแบบค่อยเป็นค่อยไปและดำเนินการอย่างต่อเนื่อง (รายละเอียดของการดำเนินการปรากฏในการอภิปรายข้อ 3) ซึ่งทำให้นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ที่ดีขึ้นและผ่านเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

5. จากผลการวิจัย พบว่า ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับสมมติฐานของการวิจัยข้อที่ 5

5.1 ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้น โดยมีการเปลี่ยนแปลงความสามารถในแต่ละช่วงดังนี้ ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ แต่ยังไม่ครบทุกประเด็น อาจเกิดจากการที่นักเรียนอ่านปัญหาแล้วเขียนบันทึกลงในใบกิจกรรมทันที โดยที่ยังไม่ได้ทำความเข้าใจและวิเคราะห์ปัญหาอย่างรอบคอบ จึงทำให้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหาได้ แต่ยังไม่ครบทุกประเด็น ส่งผลให้นักเรียนเพียงบางส่วนที่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และคำนวณได้ถูกต้อง อีกทั้งยังพบว่าไม่มีนักเรียนคนใดที่แก้ปัญหาด้วยวิธีการในการแก้ปัญหาคือแตกต่างจากเพื่อนที่ออกมานำเสนอ และนักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ และเมื่อผู้วิจัยใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและวิเคราะห์เกี่ยวกับคำตอบที่ได้ว่ามีความถูกต้องหรือสมเหตุสมผลหรือไม่ นักเรียนที่แสดงวิธีการที่ผิดหรือไม่มั่นใจในวิธีการเดิมจะลบวิธีการในการแก้ปัญหาเดิมออกแล้วเขียนวิธีการใหม่ลงไปแทน ผู้วิจัยจึงบอกให้นักเรียนไม่ต้องลบวิธีการเดิมออก แต่ให้เขียนวิธีการใหม่ไว้ข้างวิธีการเดิมแทน ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนสามารถพิจารณาและตรวจสอบเกี่ยวกับวิธีการหรือขั้นตอนที่คิดว่าผิดพลาดหรือต้องการแก้ไขใหม่จากวิธีการแก้ปัญหาเดิม อีกทั้งนักเรียนยังไม่ค่อยกล้านำเสนอสิ่งที่สรุปได้ในประเด็นต่าง ๆ เนื่องจากอาจกลัวว่าสิ่งที่ตัวเองสรุปได้นั้นไม่ถูกต้อง เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตรวจสอบวิธีการในการแก้ปัญหา ข้อสรุปและความสมเหตุสมผลของคำตอบ รวมถึงความรู้ทางคณิตศาสตร์ กลยุทธ์ และลำดับขั้นตอน ที่ใช้ในการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่มีค่อยให้ความร่วมมือใน

การทำกิจกรรมภายในกลุ่ม และเมื่อผู้วิจัยเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ให้นักเรียนแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย แล้วใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันคิดและวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาใหม่ได้ทันเวลา ทั้งนี้เนื่องจากในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนอาจอยู่ในช่วงปรับตัว และอาจไม่คุ้นชินกับรูปแบบหรือวิธีการเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากเดิม คิดว่าเป็นการเสียเวลาที่ต้องเขียนรายละเอียดต่าง ๆ เหล่านั้น รวมถึงนักเรียนอาจมีความรู้ทางคณิตศาสตร์ไม่เพียงพอ และมีประสบการณ์ค่อนข้างน้อยเกี่ยวกับการแก้ปัญหาด้วยวิธีการที่หลากหลาย

ในช่วงถัดมา ผู้วิจัยจึงเน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจ เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์ปัญหา จากนั้นประยุกต์ใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์ในการค้นหาวิธีการแก้ปัญหา ออกแบบ วางแผนและดำเนินการแก้ปัญหา โดยเน้นให้นักเรียนค้นหาวิธีการแก้ปัญหาที่ พร้อมทั้งสรุปและร่วมกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น โดยสามารถระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกประเด็น และระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหาไม่ถูกต้อง ทั้งนี้อาจเกิดจากการที่นักเรียนทำความเข้าใจและวิเคราะห์ปัญหาไม่ละเอียดและรอบคอบมากนัก จึงส่งผลให้ส่วนใหญ่สามารถบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหาได้ดีขึ้น แต่ยังขาดความสมบูรณ์ในบางประเด็น โดยเห็นได้จากนักเรียนสามารถสร้างตัวแทนแนวคิดของปัญหาได้สอดคล้องกับเงื่อนไขของปัญหาแต่ไม่ครบถ้วน ไม่สามารถระบุความรู้ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาได้ รวมถึงกำหนดแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้ในลักษณะภาพรวมแต่ไม่เขียนให้มีรายละเอียดที่เฉพาะเจาะจงและสอดคล้องกับบริบทของปัญหา ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง แต่ไม่ครบทุกขั้นตอน อีกทั้งยังพบว่ามียังมีนักเรียนเพียงบางส่วนที่สามารถแก้ปัญหาด้วยวิธีการในการแก้ปัญหาคือเพื่อนที่ออกมาแนะนำ และส่วนใหญ่สามารถสรุปผลได้ถูกต้องแต่ไม่แสดงการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เมื่อผู้วิจัยสอบถามนักเรียนเพิ่มเติม นักเรียนส่วนใหญ่สามารถอธิบายได้แต่ไม่สามารถเขียนแสดงวิธีการในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลอย่างเป็นขั้นตอนได้ ผู้วิจัยจึงกระตุ้นและส่งเสริมให้นักเรียนค่อย ๆ เรียบเรียงและพยายามเขียนแนวคิดเหล่านั้นออกมาโดยไม่ต้องกังวลมากนัก จากนั้นพบว่ามียังมีนักเรียนที่พยายามเขียนแสดงการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบมากยิ่งขึ้น แต่ก็มักจะอยู่ในรูปแบบการนำคำตอบแปรที่ได้นั้นไปแทนกลับลงในสมการ โดยขาดการตรวจสอบความสอดคล้องของคำตอบกับข้อมูลและเงื่อนไขสำคัญของปัญหา แต่สิ่งที่พัฒนาขึ้น คือ นักเรียนมีความกล้าและมั่นใจในการนำเสนอสิ่งที่ตนเองสรุปได้มากยิ่งขึ้น เมื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตรวจสอบวิธีการในการแก้ปัญหา ข้อสรุป และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ สรุปประเด็นและแนวคิดต่าง ๆ พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือกับเพื่อนภายในกลุ่มมากขึ้น โดยมีส่วนร่วมในการพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการ

ในการแก้ปัญหา ตรวจสอบปัญหาและความถูกต้องของลำดับขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหาของนักเรียนภายในกลุ่ม รวมถึงตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ อีกทั้งยังร่วมกันค้นหาวิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลาย และเมื่อผู้วิจัยเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ให้นักเรียนแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาใหม่ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วนมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้อาจเนื่องมาจากในช่วงที่ 2 นักเรียนมีความคุ้นชินและสามารถปรับตัวได้ดีขึ้นในแต่ละขั้นตอนของการแก้ปัญหา รวมถึงมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และประสบการณ์ในการแก้ปัญหาที่เพิ่มมากขึ้น และในช่วงท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกกระบวนการการแก้ปัญหามาระยะหนึ่งแล้วและมีการทำอย่างต่อเนื่อง จึงทำให้นักเรียนทุกคนสามารถวิเคราะห์ปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น ส่งผลให้นักเรียนส่วนใหญ่สามารถบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหาได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น สามารถดำเนินการแก้ปัญหาได้ถูกต้อง และคำนวณได้ถูกต้อง และสามารถสรุปผลและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้ถูกต้องและครบถ้วน และพบว่านักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือกับเพื่อนภายในกลุ่ม รวมถึงมีส่วนร่วมในการพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิด วิธีการในการแก้ปัญหา และลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา อีกทั้งช่วยกันตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบของแต่ละคนภายในกลุ่มได้ดียิ่งขึ้น ซึ่งจะเห็นว่าการทำงานเป็นกลุ่มมีส่วนช่วยในการพัฒนาและส่งเสริมความสามารถด้านการสรุปและตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ เมื่อผู้วิจัยเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ให้นักเรียนแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาใหม่ได้อย่างถูกต้องและครบถ้วน

จากกระบวนการดังกล่าวจึงส่งผลให้ความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Reys R. E. et al. (2004) และอัมพร ม้าคนอง (2553) ที่ได้กล่าวทำนองเดียวกันว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหทางคณิตศาสตร์ ครูควรพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาโดยการสอนผ่านการแก้ปัญหา สอนให้แก้ปัญห หรือสอนกระบวนการแก้ปัญหา โดยเลือกปัญหาที่น่าสนใจ และมีความยากง่ายหลาย ๆ ระดับ และฝึกให้นักเรียนหาแนวทางแก้ปัญหาได้หลากหลายวิธีการ ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ครูควรใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนในขั้นตอนต่าง ๆ ของการแก้ปัญหาเพื่อให้นักเรียนเกิดกระบวนการคิด

5.2 ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่ได้รับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้น โดยมีการเปลี่ยนแปลงความสามารถในแต่ละช่วงดังนี้ ในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา พบว่า นักเรียนส่วนใหญ่วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง แต่ยังไม่ครบทุกประเด็น อาจเกิดจากการที่นักเรียนอ่านปัญหาแล้วเขียนบันทึกลงในใบกิจกรรมทันที โดยที่ยังไม่ได้

ทำความเข้าใจและวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลอย่างรอบคอบ อาจเป็นเพราะมีนักเรียนเพียงส่วนน้อยที่เขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล นักเรียนกำหนดเพียงตัวแปรได้ แต่ไม่แสดงวิธีการแก้สมการเพื่อหาค่าของตัวแปร จึงไม่สามารถเขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ อีกทั้งนักเรียนยังไม่ค่อยกล้านำเสนอสิ่งที่สรุปได้ในประเด็นต่าง ๆ เนื่องจากอาจกลัวว่าสิ่งที่ตัวเองสรุปได้นั้นไม่ถูกต้อง เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตรวจสอบวิธีการในการแนวคิดและแสดงข้อสรุปของข้อมูล พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่ค่อยมีส่วนร่วมในการทำกิจกรรมภายในกลุ่ม และเมื่อผู้วิจัยเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ให้นักเรียนแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย แล้วใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันคิดและวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหา พบว่านักเรียนส่วนใหญ่ไม่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูล และแสดงข้อสรุปของข้อมูลได้ทันเวลา ทั้งนี้เนื่องจากในช่วงแรกของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ นักเรียนอาจอยู่ในช่วงปรับตัว และอาจไม่คุ้นชินกับรูปแบบการแก้ปัญหาที่แตกต่างจากเดิมที่จะต้องวิเคราะห์และเขียนแสดงรายละเอียดแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล รวมถึงวิธีการในการอธิบายและอ้างอิงข้อมูลเพื่อยืนยันคำตอบของตนเอง อีกทั้งอาจมองว่าการเขียนรายละเอียดและอธิบายที่มาของความสัมพันธ์และการยืนยันข้อสรุปเป็นการเสียเวลา รวมถึงนักเรียนอาจมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และมีประสบการณ์ในการเขียนอธิบายแนวคิดของตนเองยังไม่มากนัก

ในช่วงถัดมา ผู้วิจัยจึงเน้นให้นักเรียนทำความเข้าใจ เชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์มาใช้ในการวิเคราะห์และแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลมากขึ้น ค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา ออกแบบและลงมือแก้ปัญหา จากนั้นร่วมกันแสดงข้อสรุปของข้อมูล เปิดโอกาสให้นักเรียนได้แลกเปลี่ยนความรู้ ความคิดเห็น ฝึกการอธิบายและการให้เหตุผลประกอบเพื่อสนับสนุนความคิดของตนเองหรือโต้แย้งความคิดผู้อื่น ทำให้นักเรียนส่วนใหญ่วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องและครบประเด็นมากยิ่งขึ้น แต่ยังคงขาดการแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลในบางประเด็น นักเรียนส่วนใหญ่เขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้อง แต่ไม่สมเหตุสมผลในบางกรณี ผู้วิจัยจึงใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันพิจารณาข้อสรุปและการอ้างอิงข้อมูลจากสถานการณ์ปัญหาว่ามีความสอดคล้องและเป็นเหตุเป็นผลกันหรือไม่ ซึ่งพบว่านักเรียนเริ่มมีความเข้าใจและรู้จักแนวทางในการเขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ดียิ่งขึ้น เมื่อผู้วิจัยให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตรวจสอบความสัมพันธ์ของข้อมูล วิธีการในการแก้ปัญหา การเขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุป พบว่านักเรียนส่วนใหญ่มีส่วนร่วมในการแลกเปลี่ยนแนวคิดของแต่ละคนภายในกลุ่มมากยิ่งขึ้น อาจเนื่องมาจากนักเรียนได้ฝึกการอธิบายและการให้เหตุผลประกอบของตนเองมาระยะหนึ่งแล้ว และเมื่อผู้วิจัยเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ให้นักเรียนแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ และแสดงข้อสรุปของข้อมูลได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผลมากยิ่งขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากนักเรียนมีความคุ้นชินกับการเขียนรายละเอียด

แสดงความสัมพันธ์ของข้อมูล และการเขียนอธิบายข้อสรุปและอ้างอิงข้อมูลเพื่อยืนยันข้อสรุป รวมถึงมีความรู้ทางคณิตศาสตร์และมีประสบการณ์ในการเขียนอธิบายแนวคิดและยืนยันแนวคิดของตนเองมากยิ่งขึ้น และในช่วงท้ายของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา เมื่อนักเรียนได้รับการฝึกกระบวนการการให้เหตุผลมาระยะหนึ่งแล้วและมีการทำอย่างต่อเนื่อง จึงทำให้นักเรียนส่วนใหญ่วิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้อง และครบทุกประเด็น รวมถึงเขียนข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล อีกทั้งพบว่านักเรียนมีความมั่นใจและสามารถเขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุปได้ด้วยตนเอง โดยมีการขอคำแนะนำจากผู้วิจัยน้อยมาก เมื่อให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันตรวจสอบความสัมพันธ์ของข้อมูล วิธีการในการแก้ปัญหา การเขียนอธิบายข้อสรุปและยืนยันข้อสรุป พบว่านักเรียนให้ความร่วมมือและมีส่วนร่วมกับเพื่อนภายในกลุ่มในการพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิดของแต่ละคนภายในกลุ่ม และเมื่อผู้วิจัยเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ให้นักเรียนแก้ปัญหาในบริบทที่มีความหลากหลาย พบว่านักเรียนส่วนใหญ่สามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของข้อมูลได้ถูกต้องและครบทุกประเด็น และแสดงข้อสรุปของข้อมูลได้อย่างถูกต้องและสมเหตุสมผล

จากกระบวนการดังกล่าวส่งผลให้ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมีการเปลี่ยนแปลงในทางที่ดีขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับคำกล่าวของ Rowan and Morrow (1993) และธัญพิมล จันทน์นุ้ม (2558) ที่ได้กล่าวทำนองเดียวกันว่า แนวทางการพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ครูควรจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่เอื้อต่อการเรียนรู้ของนักเรียน ใช้คำถามกระตุ้นความคิดของนักเรียนอย่างต่อเนื่องและสม่ำเสมอตลอดช่วงเวลาของการจัดกิจกรรมเพื่อให้สามารถเชื่อมโยงสถานการณ์ปัญหาให้สอดคล้องกับความรู้ทางคณิตศาสตร์อื่นที่เกี่ยวข้องได้ รวมถึงบอกและอธิบายเหตุผลของตนเองได้อย่างอิสระ อีกทั้งให้นักเรียนแลกเปลี่ยนความคิดเห็นร่วมกันภายในชั้นเรียน ซึ่งจะทำได้ให้นักเรียนได้ฝึกการคิดวิเคราะห์และให้เหตุผลอย่างสมเหตุสมผล

ข้อเสนอแนะ

จากผลการวิจัยดังกล่าว ผู้วิจัยมีข้อเสนอแนะ ดังนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับการนำไปใช้

1. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา มีขั้นตอนในการดำเนินการแก้ปัญหา 6 ขั้นตอน แต่ละขั้นตอนมีจุดเน้นและรายละเอียดค่อนข้างมาก ดังนั้น ครูต้องเตรียมความพร้อมโดยการศึกษาและทำความเข้าใจการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ก่อน เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้ได้อย่างมีประสิทธิภาพ และการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ใช้เวลาค่อนข้างนาน ซึ่งหากสามารถ

จัดกิจกรรมการเรียนรู้ในคาบเรียนที่ต่อเนื่องกันจำนวน 2 คาบ จะทำให้การจัดกิจกรรมไม่รีบเร่งจนเกินไปและจะทำให้นักเรียนมีเวลาในการคิด ดำเนินการแก้ปัญหา และแสดงผลในการตอบคำถาม รวมทั้งการอภิปรายประเด็นต่าง ๆ ได้มากยิ่งขึ้น

2. การออกแบบกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ครูควรจัดเตรียมสถานการณ์ปัญหาที่แปลกใหม่ ทำทาย ทนสมัย และเป็นสถานการณ์ปัญหาในชีวิตจริง เพื่อเอื้อให้นักเรียนได้แสดงแนวคิดโดยใช้วิธีการแก้ปัญหาที่หลากหลายและมีความรู้สึกร่วมกับสถานการณ์ปัญหานั้น รวมทั้งเป็นสถานการณ์ที่มีความยากระดับปานกลางและยากในสัดส่วนที่เหมาะสม

3. การจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหา ในช่วงแรกครูควรดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้อย่างให้เวลานักเรียนมากพอ อีกทั้งครูจะต้องใจเย็นในการใช้คำถามกระตุ้นนักเรียน เพื่อให้นักเรียนได้ใช้ความคิดอย่างเหมาะสม และแสดงให้นักเรียนเห็นถึงประโยชน์ของการแก้ปัญหาโดยกระบวนการนี้

4. ครูต้องเป็นผู้ที่เปิดกว้างทางความคิด พร้อมทั้งเปิดโอกาสให้นักเรียนได้แสดงความคิดเห็น อภิปรายเกี่ยวกับกระบวนการแก้ปัญหา และนำเสนอวิธีการในการแก้ปัญหอย่างอิสระ เพื่อเป็นการแลกเปลี่ยนความคิดเห็น และเห็นข้อดี ข้อจำกัดของแต่ละวิธีการในการแก้ปัญหา รวมถึงให้นักเรียนได้ตระหนักว่าการแก้ปัญหสามารถทำได้หลายวิธีการ

5. ครูต้องหมั่นสังเกตพฤติกรรมของนักเรียนที่แสดงถึงความเปลี่ยนแปลงของนักเรียนเป็นรายบุคคล ทั้งในด้านการตอบคำถามในชั้นเรียน การเขียนอธิบาย การทำใบกิจกรรมที่จะสะท้อนถึงความเปลี่ยนแปลงของนักเรียน เพื่อนำข้อมูลเหล่านั้นมาออกแบบการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เพื่อพัฒนาศักยภาพของนักเรียนให้มากที่สุด

6. ควรให้นักเรียนได้ฝึกประสบการณ์การเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาอย่างต่อเนื่อง เพื่อให้นักเรียนได้มีความคุ้นชินและมีประสบการณ์ในการแก้ปัญหาในรูปแบบนี้

ข้อเสนอแนะสำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

1. ควรมีการศึกษาการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่พัฒนาทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ด้านอื่น ๆ เช่น ความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ ความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

- กรมวิชาการ. (2545). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: กระทรวงศึกษาธิการ.
- กรมวิชาการ. (2546). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: กระทรวงศึกษาธิการ.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2545). สารและมาตรฐานการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กระทรวงศึกษาธิการ. (2551). หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- กุลนิดา ปลื้มปิติวิริยะเวช. (2559). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนตามแนวคิดการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการแก้ปัญหาและการใช้ตัวแทนทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- กุลนิดา วรสารนันท์. (2552). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ โดยใช้โมเดลการอุปนัยที่มีต่อทัศนคติและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- คณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ. (2545). พระราชบัญญัติการศึกษาแห่งชาติ พ.ศ.2542 และที่แก้ไขเพิ่มเติม (ฉบับที่ 2).
- ชัยวัฒน์ สุทธิรัตน์. (2552). แนวคิด/ทฤษฎีการเรียนการสอนที่เน้นทางด้านสติปัญญา.
<http://e-book.ram.edu/e-book/s/SE742/chapter3.pdf>
- ชูรายา สัสดีวงศ์. (2555). การพัฒนากระบวนการจัดการเรียนรู้โดยบูรณาการรูปแบบการพัฒนาความคิดทางคณิตศาสตร์และแนวคิดการใช้ปัญหาเป็นหลักเพื่อส่งเสริมความสามารถในการคิดวิเคราะห์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ณิชภาพร เจริญวานิชกูร. (2560). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ที่เน้นแบบและกลวิธีตามแนวคิดของเมย์เนสและจูเลียน-ชูลต์ซที่มีต่อความรู้ทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 5. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- ตติมา ทิพย์จินดาชัยกุล. (2557). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้วิธีการแบบเปิด (*Open Approach*) ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- ทรรศมน วินัยโกศล. (2561). ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามโมเดลของสไตน์ที่มีต่อความรู้และความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธัญพิมล จันทน์นุ้ม. (2558). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวการศึกษาคณิตศาสตร์ที่สอดคล้องกับชีวิตจริงร่วมกับการพัฒนาความคิดของเด็กที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ธีรพล พากเพียรกิจ. (2558). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้โดยใช้แนวคิดโมเดลเมธอดและการเรียนการสอนแบบแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- นพเรศวร ธรรมศรีณกุล. (2555). การพัฒนากระบวนการเรียนการสอนโดยใช้รูปแบบ 4 ขั้นตอนของสเติร์นเบิร์กและแนวคิดฮิวริสติกส์เพื่อเสริมสร้างความสามารถในการให้เหตุผลและการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนประถมศึกษาปีที่ 6. วารสารศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร, ปีที่ 14 (ฉบับที่ 1 มกราคม-เมษายน 2555).
- ปภัสขญา เสมมา. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้รูปแบบการร่วมมือแบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีฉัตร จันทรหอม. (2555). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์ตามแนวคิดแบบฮิวริสติกส์และโมเดลเมธอดที่มีต่อความสามารถในการคิดเชิงพีชคณิตและความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ปรีสา วงศ์คำพระ และคณะ. (2556). ผลการใช้รูปแบบการสอนการตั้งปัญหาเสริมด้วยกระบวนการแก้ปัญหาและการเขียนบันทึกการเรียนรู้ต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความสามารถในการเขียนทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6. วารสารวิจัย มข. มส. (บศ.), 43-54.
- ปรีชา เนาว์เย็นผล. (2538). การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ การพัฒนาทักษะการคิดคำนวณของนักเรียนระดับประถมศึกษา. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

- พรรณทิภา ทองนวล. (2554). ผลการจัดการเรียนรู้อย่างมีชีวิตชีวาโดยเน้นการใช้ตัวแทนที่มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ เรื่อง ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. (2544). การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- เพาหงา วังเวช. (2559). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้โมเดลการแก้ปัญหาที่เน้นกระบวนการรู้คิดร่วมกับ *Four Corners and a Diamond Graphic Organizers* ที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและการสื่อสารทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ยุพิน พิพิธกุล. (2530). การสอนคณิตศาสตร์ กรุงเทพฯ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- รสอุบล ธรรมพานิชวงศ์. (2545). ผลของการพัฒนาความเข้าใจเกี่ยวกับสัญลักษณ์และการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ ที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์และความคงทนในการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 กรุงเทพมหานคร. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วรรณารถ อยู่สุข. (2555). การพัฒนาความสามารถในการให้เหตุผลและความคิดสร้างสรรค์ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 โดยใช้ชุดกิจกรรมเสริมหลักสูตรคณิตศาสตร์และวงจรการเรียนรู้เชิงประสบการณ์ (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- วีรพล เทพบรรหาร. (2554). ผลการใช้ตัวแทนทางความคิดและตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ร่วมกับแนวคิดการสอนแนะให้รู้คิดที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผลและความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้ทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- ศักดา บุญโต. (2544). เทคนิคการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษาตอนต้น. กรุงเทพฯ: มูลนิธิสดศรี-สฤษดิ์วงศ์.
- สกล ตั้งแก้วสกุล. (2560). การพัฒนาชุดกิจกรรมทางคณิตศาสตร์ตามแนวคิดการใช้บริบทเป็นฐานร่วมกับการสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ เพื่อส่งเสริมความสามารถในการเชื่อมโยงความรู้คณิตศาสตร์ และเจตคติของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3 (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบริหารธุรกิจ), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2556). คู่มือการใช้หลักสูตร กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2556: กระทรวงศึกษาธิการ.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2561). สรุปผลการวิจัย PISA 2015.

<https://drive.google.com/file/d/0Bwq5b7zScUJOOV9ldUNfTk/view>

สถาบันทดสอบทางการศึกษาแห่งชาติ. (2561). สรุปผลการทดสอบทางการศึกษาระดับชาติพื้นฐาน (O-NET) ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ปีการศึกษา 2561.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2544). คู่มือการจัดการเรียนรู้กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์. from โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2551). ทักษะ/กระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: หจก. ส เจริญการพิมพ์.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ก). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2555ข). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: 3-คิว มีเดีย.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2559). สรุปผลการวิจัยโครงการ TIMSS 2015. from สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. (2560). สรุปผลการวิจัย PISA 2015. from สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

สมเดช บุญประจักษ์. (2540). แนวคิดในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 โดยใช้การเรียนรู้แบบร่วมมือ. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต), มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ.

สมเดช บุญประจักษ์. (2544). แนวคิดในการพัฒนาศักยภาพทางคณิตศาสตร์ วารสารคณิตศาสตร์, 44, 33-38.

สมเดช บุญประจักษ์. (2550). การแก้ปัญหา (Problem Solving). วารสารคณิตศาสตร์, 5, 71-79.

สมศักดิ์ โสภณพินิจ. (2547). ยุทธวิธีการแก้ปัญหาเชิงคณิตศาสตร์ (กับการสอน). วารสารคณิตศาสตร์ (ฉบับเฉลิมพระเกียรติ 72 พรรษา), 14-25.

สายพิน ล้าเลิศ. (2558). ผลของการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้กระบวนการ RMT ร่วมกับแนวคิดการเสริมต่อการเรียนรู้ที่มีต่อมโนทัศน์และความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

สิริพร ทิพย์คง. (2544). การแก้ปัญหาคณิตศาสตร์. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์คุรุสภาลาดพร้าว.

- สุดารัตน์ ภิรมย์ราช. (2555). ผลของการใช้เทคนิค *Think-Talk-Write* ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์แบบสืบสอบที่มีต่อความสามารถในการให้เหตุผล และการสื่อสารทางคณิตศาสตร์. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุรัชย์ วงศ์จันเสื่อ. (2555). การพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และความสามารถในการคิดอย่างมีวิจารณญาณ โดยใช้การจัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามแนวคิด *DAPIC* และ *CGI* ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 3. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สุรางค์ ไคว์ตระกูล. (2533). จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อภิขญา ลือชัย. (2555). การวิเคราะห์ทักษะที่ใช้ในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อลิสรา ชมชื่น. (2560). การพัฒนากระบวนการสอนโดยการบูรณาการทฤษฎีการพัฒนาความเข้าใจทางคณิตศาสตร์ การสื่อสาร การให้เหตุผล เพื่อส่งเสริมสมรรถภาพทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น. (ปริญญาคุชกุบัณฑิต), จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2544). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2546). คณิตศาสตร์: การสอนและการเรียนรู้. กรุงเทพฯ: โรงพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2547). ความเข้าใจเชิงมโนทัศน์: จุดเน้นของงานสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2553). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2554). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2557). คณิตศาสตร์สำหรับครูมัธยม. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- อัมพร ม้าคนอง. (2559). ทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์: การพัฒนาเพื่อพัฒนาการ. กรุงเทพมหานคร: ศูนย์ตำราและเอกสารทางวิชาการ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

- Baroody, A. J. (1993). *Problem Solving, Reasoning, and Communicating, K-8: Helping Children Think Mathematically*. New York: Macmillan.

- Charles, R., Lester, F., & P. (1997). *How to Evaluate Progress in Problem Solving*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Clough, M. P., & Kauffman, K. J. (1999). *Improving Engineering Education: A Research-Based Framework For Teaching*. Journal of Engineering Education, 88(4), 527-534.
- Cohen, J. (1988). *Statistical power and analysis for the behavioral sciences (2nd Ed.)* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Contreras, J. (2005). *Posing and Solving Problem: The Essence and Legacy of Mathematics*. Teaching Children Mathematics (October 2005): Wm. C. Brown Company Publisher.
- Coxford, A. F. (1995). *The Case for connection. In Connecting Mathematics across The Curriculum*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Dufresne, R. J., Gerace, W. J., & Leonard, W. J. (1997). *Solving physics problems with multiple representations* (Vol. 35): Physics Teacher.
- Edwards, S. (1998). *Managing the Effective Teaching of Mathematics 3-8'* London: Pual Chapman.
- Felmer, P., Pehkonen, E., & Kilpatrick, J. (2016). *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives*. Berlin: Springer.
- Flick, L. B. (1993). *The meanings of hands-on science*. Journal of Science Teacher Education, 4(1), 1-8.
- Greenes, C., & Findell, C. (1999). *Developing Student's Algebraic Reasoning Abilities. In Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (Vol. 1999 Yearbook). Stiff, Lee V. Reston, Virginia National Council of Teachers of Mathematics
- Guilford, J. P. (1971). *The analysis of intelligence* (Vol. 1971). New York: McGraw-Hill.
- Hu, Y., Xing, J., & Tu, L. P. (2018). *The Effect of a Problem-oriented Teaching Method on University Mathematics Learning*. EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 14(5), 1695-1703.
- Kennedy, L., Tipps, S., & Johnson, A. (2007). *Guiding children's learning of mathematics: Cengage Learning*.
- Krulik, S., & Reys, R. E. (1980). *Problem Solving in School Mathematics: National Council of Teachers of Mathematics 1980 Year Book*. Reston, Virginia: National Council

of Teachers of Mathematics.

- Krulik, S., & Rudnick, J. (1993). *Reasoning and Problem-Solving: A Handbook for Elementary School Teacher*. Boston: Allyn and Bacon.
- Krulik, S., & Rudnick, J. A. (1996). *Reasoning and Problem-Solving: A Handbook for Elementary School Teacher*. Boston: Allyn and Bacon.
- Lee, C. I. (2017). *An Appropriate Prompts System Based on the Polya Method for Mathematical Problem-Solving*. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(3), 893-910.
- Mayer, R., E., (1992). *Thinking, problem solving, cognition* New York: Freeman.
- Mayer, R. E. (2003). *Learning and instruction*. Upper Saddle River, NJ: Merrill.
- Mayer, R. E., & Hegarty, M. (1996). *The process of understanding mathematical problems*. In R., J., Sternberg, and T., Ben-Zeev (eds), *The nature of mathematical thinking*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 29-53.
- National Council of Teacher of Mathematics. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Virginia: National Council of Teacher of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000a). *Curriculum and Evaluation Standard for Schools Mathematics*. Reston: Virginia.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000b). *Principles and Standards for School Mathematics* (Vol. 1): National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2009). *Focus in High School Mathematics: Reasoning and Sense Making*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (1991). *Professional Standards for School Mathematics*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.
- O'Daffer, P. (1990). *Inductive and Deductive Reasoning* (Vol. 83): The Mathematics Teacher.
- Perdomo-Díaz, Felmer, Randolph, & González. (2017). *Problem solving as a professional development strategy for teachers: a case study with fractions*. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(3), 987-

999.

Polya, G. (1957). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Polya, G. (1973). *How to Solve It: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

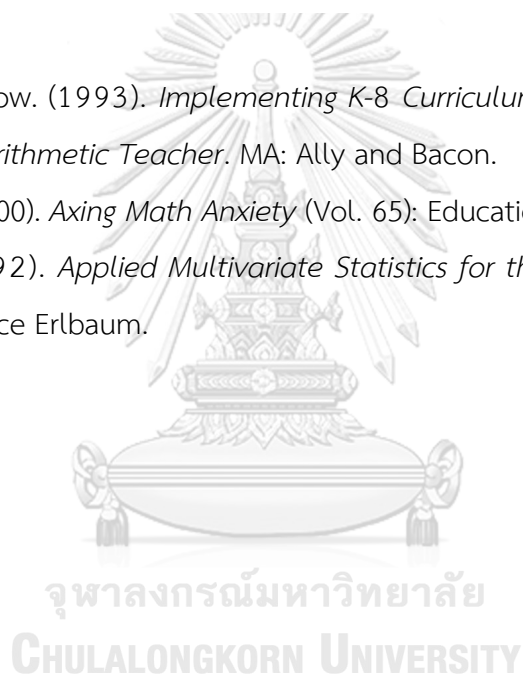
Polya, G. (1980). *On Solving Mathematics: 1980 Year book*. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

Reys, R. E., & Lindquist, M. M., & Lambodin, D. V., Smith, N.L., & Suydam, M. N. (2004). *Helping Children Learn Mathematics. Seventh Edition*. New York: Wiley & Sons, Inc.

Rowan, T., & Morrow. (1993). *Implementing K-8 Curriculum and Evaluation Standards from the Arithmetic Teacher*. MA: Ally and Bacon.

Schwartz, A. E. (2000). *Axing Math Anxiety* (Vol. 65): Education Digest.

Stevens, J. C. (1992). *Applied Multivariate Statistics for the Social Sciences*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.







รายนามของผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

ผู้ทรงคุณวุฒิที่พิจารณาความตรงตามเนื้อหา ความเหมาะสมของข้อคำถาม ความเหมาะสมของสำนวนภาษา พร้อมทั้งให้ข้อเสนอแนะในการปรับปรุงแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ มีรายนามดังต่อไปนี้

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

- | | |
|----------------------------------|--|
| 1. ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์ | ที่ปรึกษาอาวุโส สถาบันส่งเสริมการสอน
วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.) |
| 2. ศาสตราจารย์ ดร.สมยศ พลับเพียง | อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร |
| 3. อาจารย์เสาวภา ชูทอง | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนเส้าไห่ “วิมลวิทยานุกูล” |

ผู้ทรงคุณวุฒิในการตรวจสอบแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

- | | |
|--|---|
| 1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศรรา เลิศอมรพงษ์ | อาจารย์ประจำภาควิชาการศึกษา
คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ |
| 2. รองศาสตราจารย์ ดร.ปณชญา พัฒนากูร | อาจารย์ประจำภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัย
ธรรมศาสตร์ |
| 3. อาจารย์ ดร.ธนอม ชำนาญพันธ์ | อาจารย์ประจำกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
โรงเรียนศึกษานารี |

ภาคผนวก ข
หนังสือเชิญผู้ทรงคุณวุฒิ และหนังสือขอความร่วมมือในการวิจัย

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY



ที่ อว 64.6(2791.01)/62-2818

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอบเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท.)

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวศิริดา กันอำ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จกมล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ดร.สุพัตรา ผาติวิสันต์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชีโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 080-027-6639 email: punimoosirada@gmail.com



ที่ อว 64.6(2791.01)/62-2816

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอบเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยนเรศวร

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวศิริดา กันอำ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ศาสตราจารย์ ดร.สมยศ พลับเที่ยง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ศาสตราจารย์ ดร.สมยศ พลับเที่ยง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตั้งกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชีโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 080-027-6639 email: punimoosirada@gmail.com



ที่ อว 64.6(2791.01)/62- 2821

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนสาธิตให้“วิมลวิทยานุกูล”

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวศิริดา กันอำ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จกมล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ อาจารย์เสาวภา ชูทอง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ อาจารย์เสาวภา ชูทอง เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชีโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 080-027-6639 email: punimoosirada@gmail.com



ที่ อว 64.6(2791.01)/62-2819

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอบเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวศิริดา กันอำ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จกมล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศรรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชนิศรรา เลิศอมรพงษ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชีโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 080-027-6639 email: punimoosirada@gmail.com



ที่ อว 64.6(2791.01)/62-2817

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน คณบดีคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวศิริดา กันอำ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จงกล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ รองศาสตราจารย์ ดร.ปณชญา พัฒนางกูร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ รองศาสตราจารย์ ดร.ปณชญา พัฒนางกูร เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชีโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 080-027-6639 email: punimoosirada@gmail.com

ที่ อว 64.6(2791.01)/62-2820



คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอเชิญบุคลากรในสังกัดเป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศึกษานารี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวศิริดา กันอำ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จกมล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้จึงขอเชิญ ดร.ถนอม ชำนาญพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิตรวจสอบเครื่องมือวิจัย ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้ ดร.ถนอม ชำนาญพันธ์ เป็นผู้ทรงคุณวุฒิดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชีโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 080-027-6639 email: punimoosirada@gmail.com



ที่ อว 64.6(2791.01)/62-2808

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอตกลงใช้เครื่องมือวิจัย

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนชิโนรสวิทยาลัย

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวศิรดา กันอำ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิจัยวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จกมล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 (ฉบับก่อนทดลอง) และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ฉบับหลังทดลอง) ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้ทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชีโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 080-027-6639 email: punimoosirada@gmail.com



ที่ อว 64.6(2791.01)/62-2809

คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
ถนนพญาไท กรุงเทพมหานคร 10330

สิงหาคม 2562

เรื่อง ขอความร่วมมือในการเก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือ

เรียน ผู้อำนวยการโรงเรียนศึกษานารี

สิ่งที่ส่งมาด้วย เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

ด้วย นางสาวศิริดา กันอำ นิสิตหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน อยู่ระหว่างการดำเนินงานวิทยานิพนธ์เรื่อง “ผลการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยเน้นประเด็นปัญหาที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1” โดยมี ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.จกมล ทำสวน เป็นอาจารย์ที่ปรึกษา ในการนี้ นิสิตมีความจำเป็นต้องเก็บรวบรวมข้อมูลและทดลองใช้เครื่องมือ คือ แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ทั้งนี้ นิสิตผู้วิจัยจะได้ประสานงานในรายละเอียดต่อไป

จึงเรียนมาเพื่อขอความอนุเคราะห์จากท่านโปรดอนุญาตให้นิสิตได้เก็บข้อมูลวิจัยและทดลองใช้เครื่องมือดังกล่าว เพื่อประโยชน์ทางวิชาการต่อไป และขอขอบคุณมาในโอกาสนี้

ขอแสดงความนับถือ

(รองศาสตราจารย์ ดร.สุมาลี ชีโนกุล)

รองคณบดี

ปฏิบัติการแทนคณบดี

กลุ่มภารกิจบริการการศึกษา ฝ่ายวิชาการ

โทร. 0-2218-2565-97 ต่อ 6732

เบอร์โทรศัพท์ผู้วิจัย: 080-027-6639 email: punimoosirada@gmail.com



ตารางที่ 13 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย	9	2	3
2. เลขยกกำลัง	9	2	
3. ทศนิยมและเศษส่วน	17	3	1
รวม	35	7	4

ตารางที่ 14 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. ตัวหารร่วม มากและ ตัวคูณร่วมน้อย	1. นำความรู้เกี่ยวกับ ตัวหารร่วมมากและตัว คูณร่วมน้อยไปใช้ในการ แก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของ คำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
2. เลขยกกำลัง	1. นำความรู้เกี่ยวกับ เลขยกกำลังไปใช้ในการ แก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของ คำตอบที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 3,4)		2

ตารางที่ 12 (ต่อ) การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความเข้าใจ	การนำไปใช้	การวิเคราะห์	
3. ทศนิยมและเศษส่วน	1. นำความรู้เกี่ยวกับทศนิยมและเศษส่วนไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความสะดวกสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 5,6,7)		3
รวม						7

ตารางที่ 15 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ตัวหารร่วมมากและตัวคูณร่วมน้อย	9	2	1
2. เลขยกกำลัง	9	2	1
3. ทศนิยมและเศษส่วน	17	3	2
รวม	35	7	4

ตารางที่ 16 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. ตัวหารร่วม มากและ ตัวคูณร่วมน้อย	1. นำความรู้เกี่ยวกับ ตัวหารร่วมมากและตัว คูณร่วมน้อยไปใช้ในการ แก้โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบ ที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
2. เลขยกกำลัง	1. นำความรู้เกี่ยวกับเลข ยกกำลังไปใช้ในการแก้ โจทย์ปัญหาได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบ ที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 3,4)		2
3. ทศนิยมและ เศษส่วน	1. นำความรู้เกี่ยวกับ ทศนิยมและเศษส่วนไป ใช้ในการแก้โจทย์ปัญหา ได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบ ที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 5,6,7)		3
รวม						7

ตารางที่ 17 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถใน การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	4	3	1
2. ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	3	2	3
3. ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว และปัญหาระคน	4	2	
รวม	11	7	4

ตารางที่ 18 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. การแก้ โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับ อัตราส่วนและ ร้อยละ	1. แก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับอัตราส่วนและ ร้อยละได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบ ที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 3,4,5)		3
2. การแก้ โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับ จำนวน	1. แก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับจำนวนได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบ ที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
3. การแก้ โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับ อัตราเร็ว และ ปัญหาระคน	1. แก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับอัตราเร็ว และ ปัญหาระคนได้			2 ข้อ (ข้อที่ 6,7)		2

ตารางที่ 16 (ต่อ) การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
	2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้					
รวม						7

ตารางที่ 19 โครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

เนื้อหา	จำนวน ชั่วโมง	จำนวนข้อสอบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์	
		ข้อสอบ (ข้อ)	ใช้จริง (ข้อ)
1. ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	4	3	2
2. ปัญหาเกี่ยวกับจำนวน	4	2	1
3. ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว และปัญหาระคน	3	2	1
รวม	10	7	4

ตารางที่ 20 การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
1. การแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละ	1. แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราส่วนและร้อยละได้ 2. ตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบที่ได้			3 ข้อ (ข้อที่ 3,4,5)		3

ตารางที่ 18 (ต่อ) การวิเคราะห์เนื้อหาและพฤติกรรมที่ต้องการวัดของแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

เนื้อหา	จุดประสงค์การเรียนรู้	ระดับพฤติกรรม				รวม (ข้อ)
		ความรู้ ความจำ	ความ เข้าใจ	การ นำไปใช้	การ วิเคราะห์	
2. การแก้ โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับ จำนวน	1. แก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับจำนวนได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบ ที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 1,2)		2
3. การแก้ โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับ อัตราเร็ว และ ปัญหาระคน	1. แก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับอัตราเร็ว และ ปัญหาระคนได้ 2. ตระหนักถึงความ สมเหตุสมผลของคำตอบ ที่ได้			2 ข้อ (ข้อที่ 6,7)		2
รวม						7



ภาคผนวก ง
ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญและผลการวิเคราะห์คุณภาพของเครื่องมือ

ผลการประเมินแบบทดสอบจากผู้เชี่ยวชาญ

ระดับการประเมินความสอดคล้องเฉลี่ย (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด

คะแนน $IOC \geq 0.67$ หมายถึง ใช้ได้

ระดับการประเมินความเหมาะสมเฉลี่ย (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด

คะแนน	4.01 – 5.00	หมายถึง	เหมาะสมมากที่สุด
คะแนน	3.01 – 4.00	หมายถึง	เหมาะสมมาก
คะแนน	2.01 – 3.00	หมายถึง	เหมาะสมปานกลาง
คะแนน	1.01 – 2.00	หมายถึง	เหมาะสมน้อย
คะแนน	0.01 – 1.00	หมายถึง	เหมาะสมน้อยที่สุด

โดยเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ เลือกข้อสอบที่มีค่า $IOC \geq 0.67$ และค่าความเหมาะสม 3.01 – 5.00

ตารางที่ 21 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด
ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามศัพท์เฉพาะและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

ตอนที่ 2 การประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

องค์ประกอบการประเมิน	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7
1. ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.00	3.67	4.33	4.33	3.67	4.00	4.00
2. ภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.00	4.00	4.33	4.33	3.67	4.00	4.00
3. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.67	4.67	4.33	4.33	4.33	4.67	4.67
4. ข้อสอบกับระดับพฤติกรรมการเรียนรู้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67
5. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.67	4.67	4.33	4.67	4.67	4.67	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	4.40	4.34	4.40	4.47	4.20	4.40	4.40

ตารางที่ 22 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามศัพท์เฉพาะและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

ตอนที่ 2 การประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

องค์ประกอบการประเมิน	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7
1. ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.00	4.00	4.33	4.00	3.67	4.00	4.00
2. ภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	3.67	4.00	4.00	4.00	3.33	4.00	4.00
3. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.33	4.67	4.67
4. ข้อสอบกับระดับพฤติกรรมการเรียนรู้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.33	4.67	4.67
5. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.33	4.67	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	4.34	4.40	4.47	4.40	4.00	4.40	4.40

ตารางที่ 23 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามศัพท์เฉพาะและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

ตอนที่ 2 การประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

องค์ประกอบการประเมิน	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7
1. ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษาที่ใช้	4.33	4.00	4.67	5.00	5.00	4.00	4.33
2. ภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.33	4.00	4.67	4.67	4.67	4.33	4.33
3. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.67	4.67	5.00	4.67	4.67	4.67	4.33

ตอนที่ 2 (ต่อ) การประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

องค์ประกอบการประเมิน	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7
4. ข้อสอบกับระดับพฤติกรรมการเรียนรู้	5.00	4.33	4.33	4.33	4.33	5.00	4.33
5. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.33	3.67	4.33	4.67	4.67	4.33	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	4.53	4.13	4.60	4.67	4.67	4.47	4.40

ตารางที่ 24 ผลการประเมินความสอดคล้องและความเหมาะสม (\bar{x}) ของโครงสร้างแบบวัด
ความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

ตอนที่ 1 ประเมินความสอดคล้องของโครงสร้างแบบวัดกับนิยามศัพท์เฉพาะและเกณฑ์การให้คะแนน

ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7
1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

ตอนที่ 2 การประเมินความเหมาะสมของโครงสร้างแบบวัด

องค์ประกอบการประเมิน	ข้อที่ 1	ข้อที่ 2	ข้อที่ 3	ข้อที่ 4	ข้อที่ 5	ข้อที่ 6	ข้อที่ 7
1. ความถูกต้องและความชัดเจนของภาษา ที่ใช้	4.33	4.67	4.33	4.33	4.67	4.67	4.67
2. ภาษาที่ใช้กับระดับของผู้เรียน	4.33	4.33	4.33	4.33	4.33	4.67	4.67
3. ข้อสอบกับเนื้อหาที่ใช้	4.67	5.00	4.67	4.67	5.00	4.67	5.00
4. ข้อสอบกับระดับพฤติกรรมการเรียนรู้	5.00	5.00	4.67	4.67	5.00	4.67	4.67
5. ข้อสอบกับเวลาที่ใช้	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67	4.67
ค่าเฉลี่ยรวม	4.60	4.73	4.53	4.53	4.73	4.67	4.74

ผลการวิเคราะห์คุณภาพเครื่องมือ

มีเกณฑ์ในการคัดเลือกแบบวัด คือ

ค่าความยาก (p)	0.20 – 0.80
ค่าอำนาจจำแนก (r)	มีค่าตั้งแต่ 0.20 ขึ้นไป
และ ค่าความเที่ยง	มีค่าตั้งแต่ 0.60 ขึ้นไป

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

ตารางที่ 25 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.42	0.48	0.827
2	0.34	0.51	
4	0.39	0.76	
6	0.20	0.33	

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

ตารางที่ 26 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.60	0.37	0.816
2	0.38	0.33	
3	0.44	0.51	
7	0.28	0.47	

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง
 ตารางที่ 27 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการ
 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.44	0.38	0.670
4	0.38	0.71	
5	0.24	0.48	
7	0.26	0.52	

คุณภาพเครื่องมือแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง
 ตารางที่ 28 แสดงค่าความยาก ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยงของแบบวัดความสามารถในการ
 ให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง จำนวน 4 ข้อ (นำไปใช้จริง)

ข้อที่	ค่าความยาก (p)	ค่าอำนาจจำแนก (r)	ค่าความเที่ยงของข้อสอบทั้งฉบับ
1	0.55	0.27	0.635
4	0.37	0.53	
5	0.33	0.52	
7	0.38	0.63	



แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

ข้อที่ 2

วรรณอาศัยอยู่ต่างจังหวัด และลูกสาวสามคน คือ ฟาง เพ็ญ และเฟรม อาศัยอยู่ในกรุงเทพมหานคร แต่ละคนจะกลับมาเยี่ยมแม่เสมอ โดยตกลงกันว่า ฟางมาเยี่ยมแม่ทุก 4 วัน เพ็ญมาเยี่ยมแม่ทุก 8 วัน และเฟรมมาเยี่ยมแม่ทุก 6 วัน ถ้าลูกสาวทั้งสามคนมาเยี่ยมแม่พร้อมกันครั้งแรกเมื่อวันที่ 13 มิถุนายน 2562 และหลังจากที่ลูกสาวทั้งสามคนมาเยี่ยมแม่พร้อมกันอีกครั้งที่ 2 ในวันถัดไปแม่จะไปทำธุระและไม่อยู่บ้านเป็นเวลา 5 วัน อยากทราบว่า เมื่อแม่ทำธุระเสร็จและกลับมาถึงบ้าน ลูกสาวคนใดจะกลับบ้านไปแล้วเจอแม่เป็นคนแรก (เขียนคำตอบโดยระบุชื่อลูกสาว และวัน เดือน ปี พ.ศ. ที่พบกัน)

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) การวิเคราะห์ปัญหา

ให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ พร้อมทั้งระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และข้อมูลที่ได้จากปัญหา

- สิ่งที่ต้องการทราบ

- ข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหา

2) การบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา

2.1 จากข้อมูลที่ได้จากข้อ 1 ให้นักเรียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่นักเรียนคิดว่าเพียงพอและจำเป็นต่อการแก้ปัญหา

2.2 จากความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ 2.1 ให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ฯลฯ)

2.3 จากข้อมูลในข้อ 2.1 และ 2.2 ให้นักเรียนเขียนแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยระบุเป็นข้อ ๆ (ไม่ต้องคำนวณ)

3) การดำเนินการแก้ปัญหา

ให้นักเรียนดำเนินการแก้ปัญหตามแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหจากข้อ 2.3

4) การสรุปและการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

ให้นักเรียนเขียนข้อสรุปและแนวทางในการตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบ

แบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

ข้อที่ 2

รมิตาได้เข้าร่วมกิจกรรมวิชาการที่สถาบันการศึกษาแห่งหนึ่งจัดขึ้นเพื่อติวเข้มให้กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 ในรายวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาภาษาอังกฤษเท่านั้น โดยแต่ละวันจะใช้เวลาเรียน 3 ชั่วโมง/1 ครั้ง และมีรายละเอียดอื่น ๆ ดังต่อไปนี้

- ในแต่ละวันของการติวจะแบ่งเป็นช่วงเช้า (3 ชั่วโมง) และช่วงบ่าย (3 ชั่วโมง)
- วันที่เรียนวิชาภาษาอังกฤษมีทั้งหมด 11 วัน
- วันที่เรียนวิชาภาษาอังกฤษในช่วงเช้า จะมีเรียนวิชาคณิตศาสตร์ในช่วงบ่าย
- วันที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ในช่วงเช้ามีทั้งหมด 8 วัน (รวมวันที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ตลอดทั้งวันด้วย)
- วันที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ในช่วงบ่ายมีทั้งหมด 7 วัน (รวมวันที่เรียนวิชาคณิตศาสตร์ตลอดทั้งวันด้วย)

อยากทราบว่า รมิตาเข้าร่วมกิจกรรมวิชาการทั้งหมดกี่วัน

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

1) การวิเคราะห์ปัญหา


ให้นักเรียนวิเคราะห์ข้อมูลจากสถานการณ์ พร้อมทั้งระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ และข้อมูลที่ได้จากปัญหา

- สิ่งที่ต้องการทราบ

- ข้อมูลสำคัญที่ได้จากปัญหา

2) การบูรณาการความรู้และการวางแผนการแก้ปัญหา

2.1 จากข้อมูลที่ได้จากข้อ 1 ให้นักเรียนแสดงความสัมพันธ์ของข้อมูลที่นักเรียนคิดว่า
เพียงพอและจำเป็นต่อการแก้ปัญหา

The emblem of the Government of Karnataka is centered at the bottom of the page. It features a central pillar topped with a conch shell, surrounded by a circular arrangement of 28 smaller pillars, each topped with a different type of conch shell. The entire emblem is rendered in a light gray, semi-transparent style.

2.2 จากความสัมพันธ์ที่ได้จากข้อ 2.1 ให้นักเรียนระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา (ทฤษฎีบท กฎ สูตร นิยาม ฯลฯ)

.....

.....

2.3 จากข้อมูลในข้อ 2.1 และ 2.2 ให้นักเรียนเขียนแนวทางหรือลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยระบุเป็นข้อ ๆ (ไม่ต้องคำนวณ)

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับก่อนทดลอง

ข้อที่ 4

ผู้ช่อมารถแห่งหนึ่งได้ทำแบบสอบถามเพื่อสำรวจความพึงพอใจในการให้บริการเติมลมรถยนต์ด้วยตนเองของลูกค้า โดยลูกค้าสามารถเลือกตอบได้เพียงอย่างใดอย่างหนึ่งเท่านั้น พบว่า

2 ใน 12 ของลูกค้าที่ตอบแบบสอบถาม รู้สึกชื่นชอบ

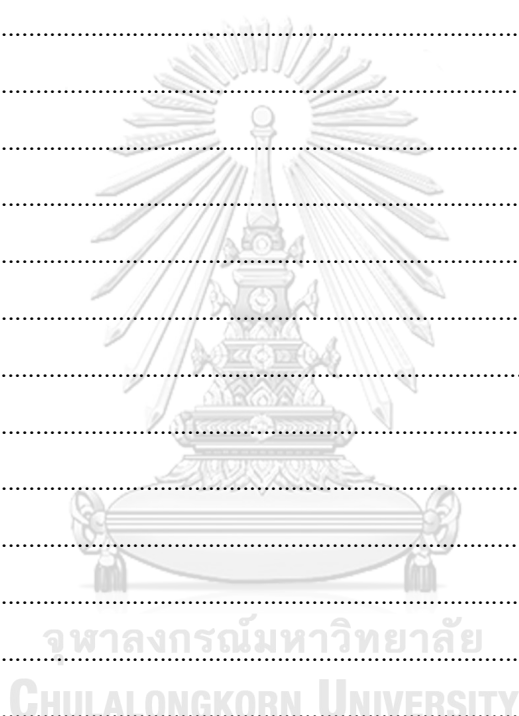
4 ใน 6 ของลูกค้าที่ตอบแบบสอบถาม รู้สึกไม่ชอบ

60 คน ของลูกค้าที่ตอบแบบสอบถาม รู้สึกเฉย ๆ

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

4.1 จากผลการสำรวจความพึงพอใจในการบริการเติมลมรถยนต์ด้วยตนเอง จงนำข้อมูลมาเขียนเพื่ออธิบายว่า จำนวนของลูกค้าที่รู้สึกชื่นชอบกับจำนวนของลูกค้าที่รู้สึกเฉย ๆ มีความสัมพันธ์กันอย่างไร (น้อยกว่า เท่ากับ หรือมากกว่า)

4.2 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ข้างต้น หากผู้ทำการสำรวจสรุปผลการสำรวจว่า “มีลูกค้าที่รู้สึก
ชื่นชอบในการบริการเติมลมรถยนต์ด้วยตนเอง 60 คน และไม่ชอบการบริการเติมลมรถยนต์ด้วย
ตนเอง 260 คน” นักเรียนคิดว่าผู้ทำการสำรวจสรุปผลได้ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย



แบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์ ฉบับหลังทดลอง

ข้อที่ 3

ในห้างสรรพสินค้าแห่งหนึ่งมีร้านกระเป๋าสตางค์แบรนด์เนมอยู่ 2 ร้านซึ่งอยู่ใกล้กันและขายสินค้าประเภทเดียวกัน โดยทั้งสองร้านมีเงื่อนไขในการลดราคาให้กับผู้ซื้อ ดังนี้

ร้านที่ 1 ลดราคาให้ 30% ของราคาที่ติดไว้

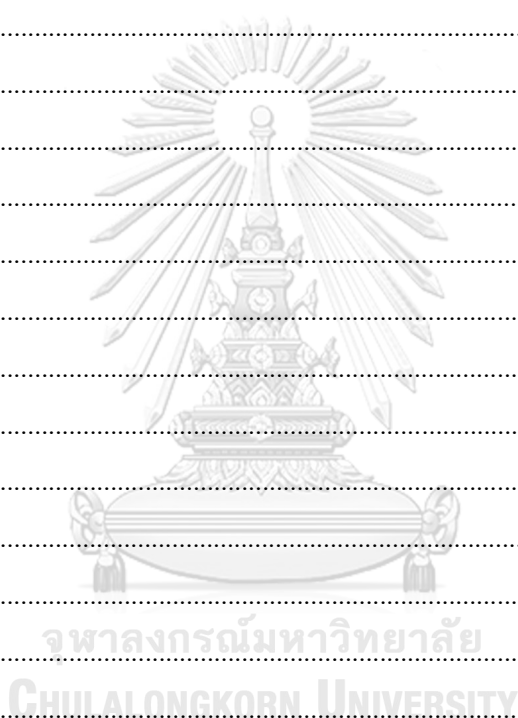
ร้านที่ 2 ลดราคาให้ 20% ของ 2,000 บาทแรกของราคาที่ติดไว้ และลดให้อีก 35% ของส่วนที่เกิน 2,000 บาทของราคาที่ติดไว้

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ จงตอบคำถามต่อไปนี้

3.1 จงนำข้อมูลที่กำหนดให้ เขียนแสดงความสัมพันธ์ของส่วนลดของราคากระเป๋าสตางค์แบรนด์เนมที่ติดไว้ 1,000, 2,000 และ 3,000 บาท ของทั้งสองร้าน (โดยไม่ต้องคำนวณ)

ราคาที่ติดไว้ (บาท)	ส่วนลดร้านที่ 1 (บาท)	ส่วนลดร้านที่ 2 (บาท)
1,000
2,000
3,000

3.2 จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ข้างต้น บัวชมพู่ต้องการซื้อกระเป๋าแบรนด์เนม เธอจึงตัดสินใจเข้าไปดูสินค้าจากทั้งสองร้าน จากนั้น จึงได้ข้อสรุปว่า “ถ้าต้องการได้รับส่วนลดเป็นจำนวนเงินที่เท่ากันทั้งสองร้าน จะต้องซื้อกระเป๋าที่ติดราคาป้ายเป็นจำนวนเงิน 5,000 บาท” อยากทราบว่า ข้อสรุปของบัวชมพู่ถูกต้องหรือไม่ เพราะเหตุใด จงอธิบาย





แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10

สาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

รายวิชา คณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

วันที่สอน.....

เวลา.....

ระยะเวลา 50 นาที

หน่วยการเรียนรู้ที่ 1 การประยุกต์ของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

เรื่อง โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับอัตราเร็ว (ระยะทาง)

ผู้สอน นางสาวศิริดา กันอ่ำ

ผลการเรียนรู้

บอกความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา และแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวเกี่ยวกับอัตราเร็ว พร้อมทั้งตระหนักถึงความสมเหตุสมผลของคำตอบ

1. สาระสำคัญ

1.1 อัตราเร็ว (speed)

ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา จะเป็นดังนี้

$$\text{ระยะทาง} = \text{อัตราเร็ว} \times \text{เวลา}$$

อัตราเร็วที่กล่าวถึงข้างต้นหมายถึง **อัตราเร็วเฉลี่ย (average speed)**

ซึ่งเท่ากับระยะทางที่เดินทางได้ทั้งหมด หารด้วยเวลาที่ใช้ในการเดินทาง

1.2 การแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ทำได้ตามลำดับดังนี้

- ขั้นที่ 1 วิเคราะห์โจทย์เพื่อหาว่า โจทย์กำหนดอะไรมาให้ และให้หาอะไร
- ขั้นที่ 2 กำหนดตัวแปรสิ่งที่โจทย์ให้หาหรือแทนสิ่งที่สัมพันธ์กับสิ่งที่โจทย์ให้หา
- ขั้นที่ 3 พิจารณาเงื่อนไขที่แสดงการเท่ากันในโจทย์ แล้วนำมาเขียนเป็นสมการ
- ขั้นที่ 4 แก้สมการเพื่อหาคำตอบที่โจทย์ต้องการ
- ขั้นที่ 5 ตรวจสอบคำตอบที่ได้กับเงื่อนไขในโจทย์

2. จุดประสงค์การเรียนรู้

2.1 ด้านความรู้ทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

- 2.1.1 ระบุ/บอกความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาได้
- 2.1.2 เขียนสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวแทนสถานการณ์หรือปัญหาที่กำหนดให้ได้
- 2.1.3 แก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

2.2 ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์ : เพื่อให้นักเรียน

- 2.2.1 เขียนแสดงขั้นตอนในการแก้ปัญหาได้และตรวจสอบความสมเหตุสมผลของคำตอบได้
- 2.2.2 ใช้ภาษา สัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ประกอบการอธิบายและนำเสนอแนวคิดในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้
- 2.2.3 เชื่อมโยงความรู้เกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา การแก้สมการ มาใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวได้

2.3 ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ : เพื่อให้นักเรียน

- 2.3.1 มีส่วนร่วมและอภิปรายในชั้นเรียน
- 2.3.2 มีความละเอียดรอบคอบในการทำงาน
- 2.3.3 มีความรับผิดชอบในการทำงานที่ได้รับมอบหมาย

3. สารการเรียนรู้

สถานการณ์ที่ 1 พ่อขับรถยนต์ออกจากบ้านเพื่อมาส่งลูกที่โรงเรียนด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลาในการเดินทาง 1 ชั่วโมง อยากทราบว่า บ้านอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

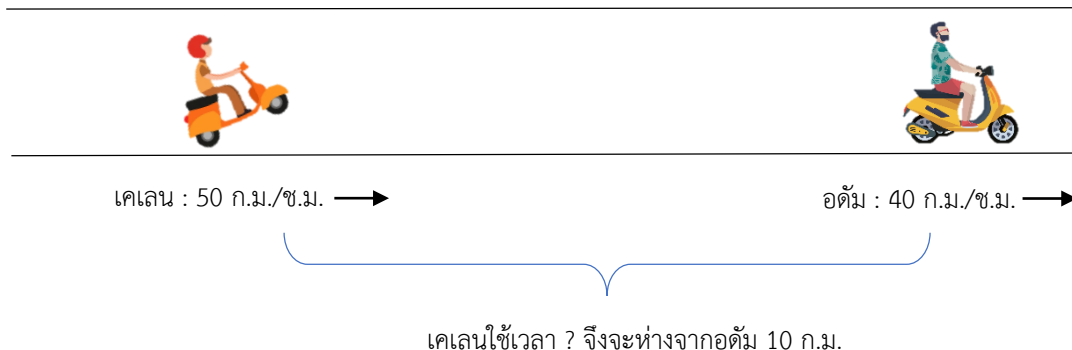
สถานการณ์ที่ 2 นักเรียนคนหนึ่งมาโรงเรียนด้วยรถตู้ประจำทางซึ่งขับด้วยอัตราเร็ว 100 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ใช้เวลาในการเดินทาง 2 ชั่วโมง อยากทราบว่า ระยะทางจากบ้านถึงโรงเรียนกี่กิโลเมตร

ตัวอย่างที่ 10.1 สองพี่น้องอดัมและเคลน ได้ซื้อรถจักรยานยนต์ออกจากบ้านไปตามถนนสายหนึ่ง โดยอดัมได้เดินทางออกจากบ้านไปก่อนเคลน 1 ชั่วโมง และซื้อด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ในขณะที่ เคลนซื้อด้วยอัตราเร็วกว่าอดัม 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อยากทราบว่า เคลนต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะห่างจากอดัมเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร

วิธีทำ

แผนภาพ :

ออกก่อน 1 ชม.



วิธีทำที่ 1

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร

ให้ เคเลนขี่รถออกจากบ้านเป็นเวลา x ชั่วโมง

ดังนั้น อติ้มขี่รถออกจากบ้านเป็นเวลานาน $x+1$ ชั่วโมง

เคเลนขี่รถด้วยอัตราเร็วมากกว่าอติ้ม 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

นั่นคือ เคเลนขี่รถด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หมายความว่า

ในเวลา 1 ชั่วโมง เคเลนขี่รถเป็นระยะทาง 50 กิโลเมตร

ดังนั้น ในเวลา x ชั่วโมง เคเลนขี่รถเป็นระยะทาง $50x$ กิโลเมตร

อติ้มขี่รถด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หมายความว่า

ในเวลา 1 ชั่วโมง อติ้มขี่รถเป็นระยะทาง 40 กิโลเมตร

ดังนั้น ในเวลา $x+1$ ชั่วโมง อติ้มขี่รถเป็นระยะทาง $40(x+1)$ กิโลเมตร

2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ

ระยะห่างระหว่างเคเลนกับอติ้มเป็น 10 กิโลเมตร จะได้สมการ ดังนี้

$$50x - 40(x+1) = 10$$

$$50x - 40x - 40 = 10$$

$$10x = 50$$

$$x = 5$$

3. หาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ดังนั้น เคเลนต้องใช้เวลานาน 5 ชั่วโมง จึงจะห่างจากอติ้มเป็นระยะทาง 10

กิโลเมตร

ตรวจสอบ

เนื่องจาก เคลนใช้เวลา 5 ชั่วโมงในการเดินทางตามหลังอดัม และเขาขี่รถด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังนั้น เขาจะเดินทางได้ระยะทางทั้งหมด $50 \times 5 = 250$ กิโลเมตร

เนื่องจาก อดัมออกเดินทางก่อนเคลน 1 ชั่วโมง นั่นคือ เขาออกเดินทางก่อนเวลาทั้งหมด 6 ชั่วโมง และขี่รถด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังนั้น เขาจะเดินทางได้ระยะทางทั้งหมด $40 \times 6 = 240$ กิโลเมตร
ดังนั้น ระยะห่างของทั้งคู่เป็น $250 - 240 = 10$ กิโลเมตร ซึ่งตรงตามโจทย์ต้องการ
ดังนั้น คำตอบถูกต้อง

วิธีทำที่ 2

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร

ให้ เคลนขี่รถออกจากบ้านเป็นเวลา x ชั่วโมง
ดังนั้น อดัมขี่รถออกจากบ้านเป็นเวลานาน $x+1$ ชั่วโมง
จากความสัมพันธ์ ระยะทาง = อัตราเร็ว \times เวลา

ในที่นี้ กำหนดให้

S_1 แทน ระยะทางทั้งหมดของอดัม (กิโลเมตร)

S_2 แทน ระยะทางทั้งหมดของเคลน (กิโลเมตร)

V_1 แทน อัตราเร็วของอดัม (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

V_2 แทน อัตราเร็วของเคลน (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

t_1 แทน เวลาที่ใช้ทั้งหมดของอดัม (ชั่วโมง)

t_2 แทน เวลาที่ใช้ทั้งหมดของเคลน (ชั่วโมง)

จากโจทย์ เราได้ว่า

$$t_1 = x+1, \quad t_2 = x, \quad V_1 = 40, \quad V_2 = 50$$

ดังนั้น จะได้

$$S_1 = 40(x+1) \quad \text{และ} \quad S_2 = 50x$$

2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ ระยะห่างระหว่างเคลนกับอดัมเป็น 10 กิโลเมตร จะได้สมการ ดังนี้

$$50x - 40(x+1) = 10$$

$$50x - 40x - 40 = 10$$

$$10x = 50$$

$$x = 5$$

3. หาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ดังนั้น เคลนต้องใช้เวลานาน 5 ชั่วโมง จึงจะห่างจากอ้อมเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร

ตรวจสอบ

เนื่องจาก เคลนใช้เวลา 5 ชั่วโมงในการเดินทางตามหลังอ้อม และเขาขี่รถด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังนั้น เขาจะเดินทางได้ระยะทางทั้งหมด $50 \times 5 = 250$ กิโลเมตร

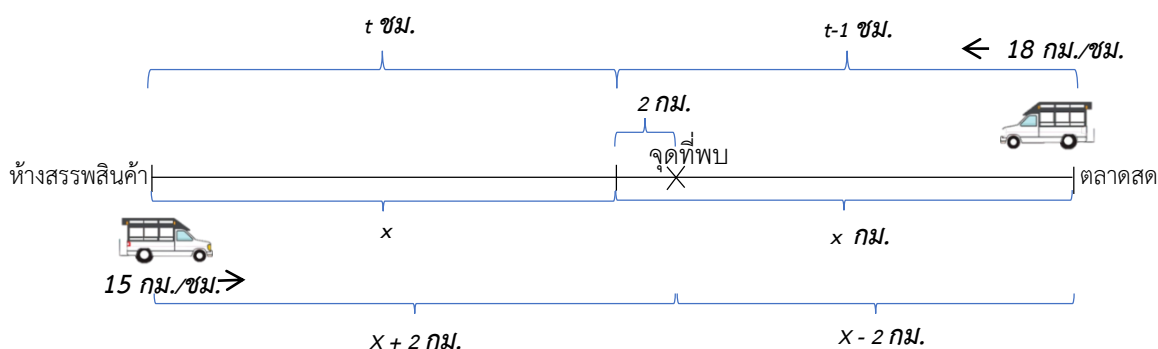
เนื่องจาก อ้อมออกเดินทางก่อนเคลน 1 ชั่วโมง นั่นคือ เขาออกเดินทางก่อนเวลาทั้งหมด 6 ชั่วโมง และขี่รถด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังนั้น เขาจะเดินทางได้ระยะทางทั้งหมด $40 \times 6 = 240$ กิโลเมตร

ดังนั้น ระยะห่างของทั้งคู่เป็น $250 - 240 = 10$ กิโลเมตร ซึ่งตรงตามโจทย์ต้องการ ดังนั้น คำตอบถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 10.2 รถสองแถวคันที่หนึ่งวิ่งรับส่งผู้โดยสารจากห้างสรรพสินค้าไปยังตลาดสดด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อรถวิ่งได้ระยะทางเกินครึ่งหนึ่งของระยะทางทั้งหมดอยู่ 2 กิโลเมตร ได้สวนทางกับรถสองแถวคันที่สองซึ่งวิ่งด้วยอัตราเร็ว 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง โดยออกเดินทางจากตลาดสดไปห้างสรรพสินค้าหลังจากที่ รถสองแถวคันที่หนึ่งออกจากห้างสรรพสินค้าไปยังตลาดสด 1 ชั่วโมง อยากทราบว่า ห้างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกันกี่กิโลเมตร

วิธีทำ

แผนภาพ :



วิธีทำที่ 1

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร

ให้ ระยะทางกึ่งกลางระหว่างห้างสรรพสินค้ากับตลาดสดเป็น x กิโลเมตร

ดังนั้น ระยะทางจากห้างสรรพสินค้าไปตลาดสดเป็น $2x$ กิโลเมตร

จะได้ว่า รถสองแถวคันที่หนึ่งสวนกับรถสองแถวคันที่สองเป็นระยะทาง $x+2$ กิโลเมตร (วัดจากห้างสรรพสินค้าไปตลาดสด)

และ รถสองแถวคันที่สองสวนกับรถสองแถวคันที่หนึ่งเป็นระยะทาง $x-2$ กิโลเมตร (วัดจากตลาดสดไปห้างสรรพสินค้า)

เนื่องจาก รถคันที่หนึ่งวิ่งด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

แสดงว่า รถคันที่หนึ่งวิ่งได้ระยะทาง 15 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

รถคันที่หนึ่งวิ่งได้ระยะทาง $x+2$ กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{x+2}{15}$ ชั่วโมง--(*)

และเนื่องจากรถคันที่สองเคลื่อนด้วยอัตราเร็ว 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

แสดงว่า รถคันที่สองเคลื่อนได้ระยะทาง 18 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

รถคันที่สองเคลื่อนได้ระยะทาง $x-2$ กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{x-2}{18}$ ชั่วโมง--(**)

2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ

เนื่องจาก รถคันที่สองออกเดินทางหลังรถคันที่หนึ่ง 1 ชั่วโมง จึงใช้เวลา น้อยกว่าในขณะที่ยังสวนกัน

จาก (*) และ (**) จะได้สมการ ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{x+2}{15} - \frac{(x-2)}{18} &= 1 \\ 6(x+2) - 5(x-2) &= 90 \\ 6x+12 - 5x+10 &= 90 \\ x+22 &= 90 \\ x &= 90 - 22 = 68\end{aligned}$$

3. หาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ดังนั้น ห้างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกัน $2x = 2 \times 68 = 136$ กิโลเมตร

ตรวจสอบ

เนื่องจาก ห้างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกัน คือ 136 กิโลเมตร

ดังนั้น ระยะครึ่งหนึ่งของระหว่างห้างสรรพสินค้ากับตลาดสด คือ 68 กิโลเมตร

รถสองแถวคันที่หนึ่งวิ่งได้ระยะ $68 + 2 = 70$ กิโลเมตร (วัดจากห้างสรรพสินค้าไปตลาด)

รถสองแถวคันที่สองวิ่งได้ระยะ $68 - 2 = 66$ กิโลเมตร (วัดจากตลาดสดไปสรรพสินค้า)

จากความสัมพันธ์ของอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา จะได้ว่า

$$\text{เวลา} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}}$$

จะได้ว่า รถสองแถวคันที่หนึ่งใช้เวลาในการเดินทาง $= \frac{70}{15} = \frac{14}{3}$ ชั่วโมง

และ รถสองแถวคันที่สองใช้เวลาในการเดินทาง $= \frac{66}{18} = \frac{11}{3}$ ชั่วโมง (ซึ่งใช้เวลาน้อยกว่าเวลาเดินทางของรถคันที่หนึ่ง)

ดังนั้น รถสองแถวคันที่สองออกเดินทางช้ากว่ารถสองแถวคันที่หนึ่งอยู่ $\frac{14}{3} - \frac{11}{3} = 1$ ชั่วโมง

ซึ่งตรงตามโจทย์กำหนด ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

วิธีทำที่ 2

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร

ให้ ระยะทางกึ่งกลางระหว่างห้างสรรพสินค้ากับตลาดสดเป็น x กิโลเมตร

ดังนั้น ระยะทางจากห้างสรรพสินค้าไปตลาดสดเป็น $2x$ กิโลเมตร

จะได้ว่า รถสองแถวคันที่หนึ่งสวนกับรถสองแถวคันที่สองเป็นระยะทาง $x+2$ กิโลเมตร (วัดจากห้างสรรพสินค้าไปตลาดสด)

และ รถสองแถวคันที่สองสวนกับรถสองแถวคันที่หนึ่งเป็นระยะทาง $x-2$ กิโลเมตร (วัดจากตลาดสดไปห้างสรรพสินค้า)

จากความสัมพันธ์ ระยะทาง = อัตราเร็ว \times เวลา

นั่นคือ เวลา = ระยะทาง \div อัตราเร็ว

ในที่นี้ กำหนดให้

S_1 แทน ระยะทางที่วิ่งได้ทั้งหมดของรถคันที่หนึ่ง (กิโลเมตร)

S_2 แทน ระยะทางที่วิ่งได้ทั้งหมดของรถคันที่สอง (กิโลเมตร)

V_1 แทน อัตราเร็วของรถคันที่หนึ่ง (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

V_2 แทน อัตราเร็วของรถคันที่สอง (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

t_1 แทน เวลาที่วิ่งได้ทั้งหมดของรถคันที่หนึ่ง (ชั่วโมง)

t_2 แทน เวลาที่วิ่งได้ทั้งหมดของรถคันที่สอง (ชั่วโมง)

จากโจทย์ เราได้ว่า

$$S_1 = x+2, \quad S_2 = x-2, \quad V_1 = 15, \quad V_2 = 18$$

ดังนั้น จะได้

$$t_1 = \frac{x+2}{15} \quad \text{และ} \quad t_2 = \frac{x-2}{18}$$

2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ

เนื่องจาก รถคันที่สองออกเดินทางหลังรถคันที่หนึ่ง 1 ชั่วโมง จึงใช้เวลา
น้อยกว่าในขณะที่รถสวนกัน ดังนั้น จะได้สมการ ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{x+2}{15} - \frac{(x-2)}{18} &= 1 \\ 6(x+2) - 5(x-2) &= 90 \\ 6x + 12 - 5x + 10 &= 90 \\ x + 22 &= 90 \\ x &= 90 - 22 = 68 \end{aligned}$$

3. หาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ดังนั้น ห่างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกัน $2x = 2 \times 68 = 136$ กิโลเมตร

ตรวจสอบ

เนื่องจาก ห่างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกัน คือ 136 กิโลเมตร
ดังนั้น ระยะครึ่งหนึ่งของระหว่างห่างสรรพสินค้ากับตลาดสด คือ 68 กิโลเมตร
รถสองแถวคันที่หนึ่งวิ่งได้ระยะ $68 + 2 = 70$ กิโลเมตร (วัดจากห่างสรรพสินค้าไปตลาด)
รถสองแถวคันที่สองวิ่งได้ระยะ $68 - 2 = 66$ กิโลเมตร (วัดจากตลาดสดไปสรรพสินค้า)
จากความสัมพันธ์ของอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา จะได้ว่า

เวลา = $\frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}}$
จะได้ว่า รถสองแถวคันที่หนึ่งใช้เวลาในการเดินทาง $= \frac{70}{15} = \frac{14}{3}$ ชั่วโมง
และ รถสองแถวคันที่สองใช้เวลาในการเดินทาง $= \frac{66}{18} = \frac{11}{3}$ ชั่วโมง (ซึ่งใช้เวลา
น้อยกว่าเวลาเดินทางของรถคันที่หนึ่ง)

ดังนั้น รถสองแถวคันที่สองออกเดินทางช้ากว่ารถสองแถวคันที่หนึ่งอยู่ $\frac{14}{3} - \frac{11}{3} = 1$

ชั่วโมง ซึ่งตรงตามโจทย์กำหนด

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

ตัวอย่างที่ 10.3 ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาอื่น มาริโอขี่รถจักรยานออกจากร้านค้าหน้าหมู่บ้านไป
ตามถนนสายหนึ่งด้วยอัตราเร็ว 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีกครึ่งชั่วโมงต่อมา ณเดชน์ขี่รถจักรยานออก
จากร้านค้าหน้าหมู่บ้านเช่นเดียวกัน และไปตามถนนสายเดียวกับที่มาริโอไป ด้วยอัตราเร็ว 20

กิโลเมตรต่อชั่วโมง อยากทราบว่า ณเดชน์ต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะห่างจากมาริโอ้เป็นระยะทาง 5 กิโลเมตร

ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา :

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร
2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ
3. หาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ
4. ตรวจสอบคำตอบ

4. กิจกรรมการเรียนรู้

ขั้นการเตรียมความพร้อม (5 นาที)

1. ครูสนทนากับนักเรียน โดยสุ่มถามนักเรียนเกี่ยวกับการเดินทางมาโรงเรียน
2. ครูยกสถานการณ์ที่ 1 จากนั้นถามนักเรียนว่า “พ่อขับรถด้วยอัตราเร็ว 80 กิโลเมตรต่อชั่วโมงหมายความว่าอย่างไร” และให้นักเรียนร่วมกันหาคำตอบ
3. ครูให้นักเรียนสังเกตหน่วยของอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา จากนั้นอธิบายนักเรียนว่า “อัตราเร็วมีหน่วยเป็นกิโลเมตรต่อชั่วโมง แสดงว่า อัตราเร็วหาได้จากระยะทาง (กิโลเมตร) ส่วนเวลา (ชั่วโมง)”
4. ครูยกสถานการณ์ที่ 2 แล้วให้นักเรียนร่วมกันหาคำตอบ เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลามากขึ้น
5. ครูนำเข้าสู่บทเรียนโดยอธิบายว่า “ในวันนี้เราจะนำความรู้เรื่องระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา มาใช้ในการแก้โจทย์สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว”

ขั้นการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ (35 นาที)

ครูดำเนินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้คณิตศาสตร์โดยใช้เน้นประเด็นปัญหา ประกอบด้วย 6 ขั้นตอน ดังนี้

ขั้นตอนที่ 1 ขั้นทำความเข้าใจปัญหา

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียนออกเป็นกลุ่มละ 3 - 4 คน/รายบุคคล และแจกใบกิจกรรมที่ 10.1 (ตัวอย่างที่ 10.1) แล้วให้นักเรียนอ่านและทำความเข้าใจปัญหาในใบกิจกรรมที่ 10.1
2. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนตีความเกี่ยวกับปัญหาในตัวอย่างที่ 10.1 โดยครูอาจใช้คำถาม ดังนี้

- สิ่งที่โจทย์ต้องการทราบคืออะไร
- สิ่งที่โจทย์กำหนดให้คืออะไร

และให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรม 10.1 ข้อ 1 และ 2

ขั้นตอนที่ 2 ขั้นวิเคราะห์ปัญหาและแก้ปัญหา

3. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนวิเคราะห์สถานการณ์ปัญหา โดยการระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหา โดยครูอาจใช้คำถาม ดังนี้

- จากปัญหาในข้างต้น นักเรียนคิดว่าเงื่อนไขสำคัญของปัญหานี้คืออะไร
(อ้อมเดินทางออกจากบ้านก่อนเคเลน 1 ชั่วโมง)

และให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรม 10.1 ข้อ 3

4. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนหาความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา เพื่อนำมาใช้ในการค้นหาวิธีการในการแก้ปัญหา ครูอาจใช้แผนภาพเพื่อแสดงให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูล โดยครูอาจใช้คำถาม ดังนี้

- นักเรียนคิดว่า อ้อมเดินทางออกจากบ้านก่อนเคเลน 1 ชั่วโมง หมายความว่าอย่างไร
(หมายความว่า ถ้าให้เคเลนขี่รถออกจากบ้านไปแล้วเป็นเวลา x ชั่วโมง จะได้ว่า อ้อมขี่รถออกจากบ้านไปแล้วเป็นเวลานาน $x+1$ ชั่วโมง)
- นักเรียนคิดว่า อ้อมขี่รถด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ในขณะที่ เคเลนขี่รถด้วยอัตราเร็วมากกว่าอ้อม 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หมายความว่าอย่างไร
(หมายความว่า อ้อมขี่รถด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และ เคเลนขี่รถด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง)
- นักเรียนคิดว่า เคเลนขี่รถออกจากบ้านเป็นเวลา x ชั่วโมง ด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หมายความว่าอย่างไร
(ในเวลา 1 ชั่วโมง เคเลนขี่รถเป็นระยะทาง 50 กิโลเมตร)
ดังนั้น ในเวลา x ชั่วโมง เคเลนขี่รถเป็นระยะทาง $50x$ กิโลเมตร)
และอ้อมขี่รถออกจากบ้านเป็นเวลานาน $x+1$ ชั่วโมง ด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หมายความว่าอย่างไร
(ในเวลา 1 ชั่วโมง อ้อมขี่รถเป็นระยะทาง 40 กิโลเมตร)
ดังนั้น ในเวลา $x+1$ ชั่วโมง อ้อมขี่รถเป็นระยะทาง $40(x+1)$

กิโลเมตร

- ระยะห่างระหว่างเคเลนกับอ้อมเป็น 10 กิโลเมตร นักเรียนจะได้สมการอย่างไร ($50x - 40(x+1) = 10$)
- นักเรียนคิดว่า ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหามีอะไรบ้าง (ใช้ความรู้เกี่ยวกับเรื่อง ระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว)

และให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรม 10.1 ข้อ 4

5. ครูกระตุ้นให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ของข้อมูลกับความรู้ทางคณิตศาสตร์ หรือวิธีการในการแก้ปัญหาของปัญหาที่คล้ายกัน เพื่อนำมาออกแบบวิธีการในการแก้ปัญหา และลงมือแก้ปัญหา โดยครูให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น และให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรม 10.1 ข้อ 5

6. ครูสุ่มถามแนวทางหรือวิธีการในการแก้ปัญหานักเรียนรายกลุ่ม/รายบุคคล (ตัวอย่างที่ 10.1: วิธีทำที่ 1 หรือ วิธีทำที่ 2)

7. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนคิดและวิเคราะห์เกี่ยวกับคำตอบที่ได้ว่ามีความถูกต้องและสมเหตุสมผลหรือไม่

ขั้นตอนที่ 3 ขั้นสรุปผลการแก้ปัญหา

8. หลังจากทีนักเรียนได้ลงมือแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้แล้ว ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกัน ทบทวนและสรุปความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่สำคัญที่ใช้ในการแก้ปัญหา ในด้านแนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร หรือวิธีการ (ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา การสมมติตัวแปรที่ไม่ทราบค่า การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยวิธีการแก้สมการ)

9. ครูให้นักเรียนร่วมกันพูดคุยแลกเปลี่ยนแนวคิดและวิธีการในการแก้ปัญหของแต่ละคน ภายในกลุ่ม จากนั้นให้นักเรียนเลือกวิธีการในการแก้ปัญหากลุ่ม

10. ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอสิ่งที่สรุปได้ใน ประเด็นต่าง ๆ จากนั้นร่วมกันพิจารณาความถูกต้องของข้อสรุปดังกล่าว

ขั้นตอนที่ 4 ขั้นขยายวิธีการ

11. ครูกระตุ้นให้นักเรียนทบทวนวิธีการที่ใช้ในการแก้ปัญหของตนเอง แล้วให้ยกตัวอย่าง ปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกัน และเขียนแสดงลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา (ระบุเป็น ข้อ ๆ โดยไม่ต้องคำนวณ) โดยครูอาจใช้คำถาม ดังนี้

- นักเรียนลองยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกันนี้มาคนละ 1 ปัญหา พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยระบุเป็นข้อ ๆ พอสังเขป (ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาอื่นและลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา: ตัวอย่างที่ 10.3)

และให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรม 10.1 ข้อ 6

12. ครูให้นักเรียนร่วมกันแลกเปลี่ยนและตรวจสอบเกี่ยวกับปัญหาและความถูกต้องของ ลำดับขั้นตอนที่ใช้ในการแก้ปัญหของแต่ละคนภายในกลุ่ม

13. ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอตัวอย่างปัญหาอื่นที่ สามารถแก้ได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

ขั้นตอนที่ 5 ขั้นเปรียบเทียบวิธีการ

14. ครูสอบถามนักเรียนว่า “มีวิธีการอื่นในการแก้ปัญหาอีกหรือไม่ ถ้ามี ขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา”

15. ถ้าไม่มี ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันค้นหาวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา แล้วให้แต่ละกลุ่มร่วมแลกเปลี่ยนแนวคิดและระบุวิธีการในการแก้ปัญหานั้น

16. ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอวิธีการอื่นในการแก้ปัญหา (ตัวอย่างที่ 10.1: วิธีทำที่ 1 หรือ วิธีทำที่ 2)

17. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายเพื่อระบุข้อดี และข้อจำกัดของแต่ละวิธีการแก้ปัญหา (ด้านความรู้ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา และขั้นตอนในการคำนวณ)

ขั้นตอนที่ 6 ขั้นสรุปและต่อยอดความคิด

18. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหาโดยเน้นการใช้ตัวแทนแนวคิดที่หลากหลาย ในด้านแนวคิด ความรู้ที่สำคัญ วิธีการ กลยุทธ์ในการแก้ปัญหา ที่ใช้ในการแก้ปัญหาของตนเอง จากนั้นแลกเปลี่ยนแนวคิดภายในกลุ่ม (ความเกี่ยวข้องระหว่างระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา การสมมติตัวแปรที่ไม่ทราบค่า การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวโดยวิธีการแก้สมการที่ใช้การเทียบบัญญัติไตรยางค์ หรือ ใช้ความสัมพันธ์ของระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา) และให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรม 10.1 ข้อ 7

19. ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอประเด็นต่าง ๆ ที่สรุปได้ จากนั้นร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับข้อสรุปดังกล่าว

20. ครูแจกใบกิจกรรมที่ 10.2 (ตัวอย่างที่ 10.2) และเสนอสถานการณ์ปัญหาใหม่ในใบกิจกรรม โดยครูยกตัวอย่างที่ 10.2 จากนั้นกระตุ้นให้นักเรียนนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในการแก้สถานการณ์ปัญหาใหม่ในบริบทที่มีความหลากหลาย โดยครูให้คำแนะนำและช่วยเหลือเท่าที่จำเป็น และให้นักเรียนเขียนลงในใบกิจกรรม 10.2

21. ครูสุ่มหรือขออาสาสมัครนักเรียนตัวแทนกลุ่ม/รายบุคคล ออกมานำเสนอวิธีการในการแก้ปัญหาสถานการณ์ปัญหาใหม่

22. ครูใช้คำถามกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันคิดและวิเคราะห์เกี่ยวกับวิธีการในการแก้ปัญหา ในประเด็นลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา ขั้นตอนการคำนวณ ความถูกต้องและความสมเหตุสมผลของคำตอบ และประเด็นอื่น ๆ (ถ้ามี)

ขั้นสรุป (10 นาที)

1. ครูกระตุ้นให้นักเรียนร่วมกันสรุปความรู้ กระบวนการที่ใช้ในการแก้ปัญหา และปัญหาหรืออุปสรรคที่เกิดขึ้นจากการแก้ปัญหา

2. ครูเปิดโอกาสให้นักเรียนซักถามข้อสงสัย

5. สื่อการเรียนรู้ / แหล่งการเรียนรู้

5.1 หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ (หลักสูตรปรับปรุง พ.ศ.2560) เล่ม 2
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

5.2 คู่มือครูรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ (หลักสูตรปรับปรุง พ.ศ.2560) เล่ม 2
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

5.3 ใบกิจกรรมที่ 10.1 และ ใบกิจกรรมที่ 10.2

6. การวัดและประเมินผลการเรียนรู้

จุดประสงค์ การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือ วัดผล	เกณฑ์การ ประเมิน	ผลการ ประเมิน
ด้านความรู้				
1.ระบุ/บอกความ เกี่ยวข้องระหว่าง ระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาได้	- สังเกตจากการตอบ คำถามและการร่วม กิจกรรมในชั้นเรียน	- คำถามของ ครู	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถ ระบุ/บอกความ เกี่ยวข้องระหว่าง ระยะทาง อัตราเร็ว และเวลาได้ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	
2.เขียนสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว แทนสถานการณ์ หรือ ปัญหา ที่ กำหนดให้ได้	- การทำใบกิจกรรม - การตรวจแบบฝึกหัด	- ใบกิจกรรม - แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถ เขียนสมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียวแทน สถานการณ์ หรือ ปัญหาที่กำหนดให้ได้ ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	
3.แก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียวได้	- การทำใบกิจกรรม - การตรวจแบบฝึกหัด	- ใบกิจกรรม - แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถ แก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียวได้ ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	

จุดประสงค์ การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือ วัดผล	เกณฑ์การ ประเมิน	ผลการ ประเมิน
ด้านทักษะและกระบวนการทางคณิตศาสตร์				
1.เขียนแสดงขั้นตอน ในการแก้ปัญหา และ ตรวจสอบความ สมเหตุสมผลของ คำตอบได้	- การทำใบกิจกรรม - การตรวจแบบฝึกหัด	- ใบกิจกรรม - แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถ เขียนแสดงขั้นตอน ในการแก้ปัญหาและ ตรวจสอบความ สมเหตุสมผลของ คำตอบได้ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	
2.ใช้ภาษา สัญลักษณ์ทาง คณิตศาสตร์ ประกอบการอธิบาย และนำเสนอแนวคิดใน การแก้โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียวได้	- สังเกตจากการตอบ คำถามและการร่วม กิจกรรมในชั้นเรียน - การทำใบกิจกรรม - การตรวจแบบฝึกหัด	- คำถามของครู - ใบกิจกรรม - แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถ ใช้ภาษา สัญลักษณ์ ทางคณิตศาสตร์ และนำเสนอแนวคิด ในการแก้โจทย์ ปัญหาสมการเชิง เส้นตัวแปรเดียวได้ ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	
3.เชื่อมโยงความ รู้เกี่ยวกับระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา การแก้สมการ มาใช้ในการ การแก้โจทย์ปัญหา สมการเชิงเส้นตัวแปร เดียวได้	- สังเกตจากการตอบ คำถามและการร่วม กิจกรรมในชั้นเรียน - การทำใบกิจกรรม - การตรวจแบบฝึกหัด	- คำถามของครู - ใบกิจกรรม - แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 70 ของทั้งหมดสามารถ ใช้ความรู้เกี่ยวกับ ระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา การแก้ สมการ มาใช้ในการ แก้โจทย์ปัญหาได้ ถูกต้อง ถือว่าผ่าน	

จุดประสงค์ การเรียนรู้	วิธีการวัดผล	เครื่องมือวัดผล	เกณฑ์การ ประเมิน	ผลการ ประเมิน
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์				
1.มีส่วนร่วมและ อภิปรายในชั้นเรียน	- สังเกตจากการตอบ คำถาม	- คำถามของครู	นักเรียนร้อยละ 80 ของทั้งหมดมีส่วน ร่วมและอภิปรายใน ชั้นเรียน ถือว่าผ่าน	
2.มีความละเอียด รอบ คอบ ใน การ ทำงาน	- การทำใบกิจกรรม - การทำแบบฝึกหัด	- ใบกิจกรรม - แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 80 ของทั้งหมดมีความ ละเอียดรอบคอบใน การทำงาน ถือว่า ผ่าน	
3.มีความรับผิดชอบ ในการทำงานที่ได้รับ มอบหมาย	- การทำใบกิจกรรม - การทำแบบฝึกหัด	- ใบกิจกรรม - แบบฝึกหัด	นักเรียนร้อยละ 80 ของทั้งหมดทำงานที่ ได้รับมอบหมายและ ส่งตรงเวลา ถือว่า ผ่าน	

7. บันทึกหลังการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

7.1 ผลการสอน

.....

.....

.....

7.2 ปัญหาและอุปสรรค

.....

.....

.....

7.3 แนวทางการแก้ไขและข้อเสนอแนะ

.....

.....

.....



ใบกิจกรรมที่ 10.1

สถานการณ์ปัญหา : สองพี่น้องอดัมและเคลน ได้ซื้อจักรยานยนต์ออกจากบ้านไปตามถนนสายหนึ่ง โดยอดัมได้เดินทางออกจากบ้านไปก่อนเคลน 1 ชั่วโมง และซื้อด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ในขณะที่ เคลนซื้อด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อยากทราบว่าเคลนต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะห่างจากอดัมเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

.....

2. ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

.....

.....

3. ระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหา

.....

.....

4. จากข้อมูลในข้อ 1, 2, 3 จงเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร ฯลฯ)

.....

.....

.....

.....

.....

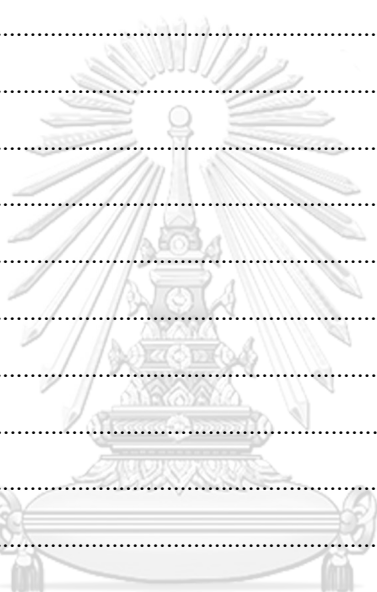
.....

.....

.....

.....

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา



6. จากวิธีการในการแก้ปัญหาในข้อ 5 จงยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา (ระบุเป็นข้อ ๆ โดยไม่ต้องคำนวณ)

ปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหาดังกล่าวได้ด้วยวิธีการเดียวกัน

ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา[illegible]

ใบกิจกรรมที่ 10.2

สถานการณ์ปัญหา : รถสองแถวคันที่หนึ่งวิ่งรับส่งผู้โดยสารจากห้างสรรพสินค้าไปยังตลาดสดวิ่งด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อรถวิ่งได้ระยะทางเกินครึ่งหนึ่งของระยะทางทั้งหมดอยู่ 2 กิโลเมตร ได้สวนทางกับรถสองแถวคันที่สองซึ่งวิ่งด้วยอัตราเร็ว 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง โดยออกเดินทางจากตลาดสดไปห้างสรรพสินค้าหลังจากที่ รถสองแถวคันที่หนึ่งออกจากห้างสรรพสินค้าไปยังตลาดสด 1 ชั่วโมง อยากทราบว่า ห้างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกันกี่กิโลเมตร

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

.....

2. ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

.....

3. ระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหา

.....

4. จากข้อมูลในข้อ 1, 2, 3 จงเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร ฯลฯ)

.....

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

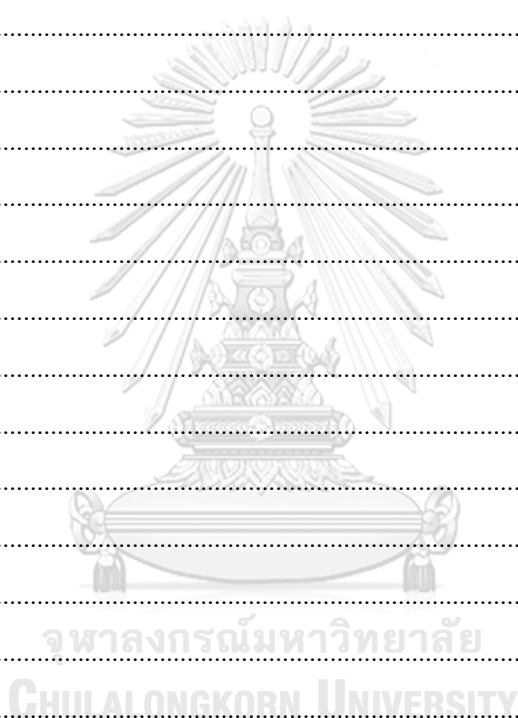
[illegible]

6. จากวิธีการในการแก้ปัญหาในข้อ 5 จงยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา (ระบุเป็นข้อ ๆ โดยไม่ต้องคำนวณ)

ปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหาดังกล่าวได้ด้วยวิธีการเดียวกัน

ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา[illegible]

7. จากการแก้ปัญหาข้างต้น ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา ในลักษณะของแผนผังความคิด (Mind Mapping) ผังงาน (Flowchart) หรือตัวแทนในลักษณะอื่น ๆ



เฉลยใบกิจกรรมที่ 10.1

สถานการณ์ปัญหา : สองพี่น้องอดัมและเคลเลน ได้ซื้อจักรยานยนต์ออกจากบ้านไปตามถนนสายหนึ่ง โดยอดัมได้เดินทางออกจากบ้านไปก่อนเคลเลน 1 ชั่วโมง และซื้อด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ในขณะที่ เคลเลนซื้อด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อยากทราบว่าเคลเลนต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะห่างจากอดัมเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

- เคลเลนต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะห่างจากอดัมเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร

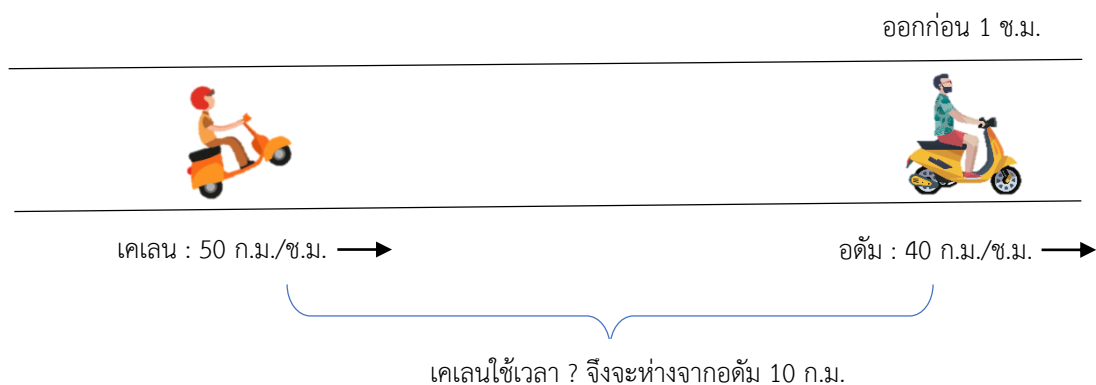
2. ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- อดัมได้เดินทางออกจากบ้านไปก่อนเคลเลน 1 ชั่วโมง และซื้อด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
- เคลเลนซื้อด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
- เคลเลนต้องใช้ห่างจากอดัมเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร

3. ระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหา

- อดัมได้เดินทางออกจากบ้านไปก่อนเคลเลน 1 ชั่วโมง
- เคลเลนต้องใช้ห่างจากอดัมเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร

4. จากข้อมูลในข้อ 1, 2, 3 จงเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร ฯลฯ)



- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง คือ ระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา การแก้สมการเชิงเส้น ตัวแปรเดียว

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา

วิธีทำที่ 1

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร

ให้ เคลนขี่รถออกจากบ้านเป็นเวลา x ชั่วโมง

ดังนั้น อัดัมขี่รถออกจากบ้านเป็นเวลานาน $x+1$ ชั่วโมง

เคลนขี่รถด้วยอัตราเร็วมากกว่าอัดัม 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

นั่นคือ เคลนขี่รถด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หมายความว่า

ในเวลา 1 ชั่วโมง เคลนขี่รถเป็นระยะทาง 50 กิโลเมตร

ดังนั้น ในเวลา x ชั่วโมง เคลนขี่รถเป็นระยะทาง $50x$ กิโลเมตร

อัดัมขี่รถด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง หมายความว่า

ในเวลา 1 ชั่วโมง อัดัมขี่รถเป็นระยะทาง 40 กิโลเมตร

ดังนั้น ในเวลา $x+1$ ชั่วโมง อัดัมขี่รถเป็นระยะทาง $40(x+1)$ กิโลเมตร

2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ

ระยะห่างระหว่างเคลนกับอัดัมเป็น 10 กิโลเมตร จะได้สมการ ดังนี้

$$50x - 40(x+1) = 10$$

$$50x - 40x - 40 = 10$$

$$10x = 50$$

$$x = 5$$

3. หาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ดังนั้น เคลนต้องใช้เวลานาน 5 ชั่วโมง จึงจะห่างจากอัดัมเป็นระยะทาง 10

กิโลเมตร

วิธีทำที่ 2

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร

ให้ เคลนขี่รถออกจากบ้านเป็นเวลา x ชั่วโมง

ดังนั้น อัดัมขี่รถออกจากบ้านเป็นเวลานาน $x+1$ ชั่วโมง

จากความสัมพันธ์ ระยะทาง = อัตราเร็ว \times เวลา

ในที่นี้ กำหนดให้

S_1 แทน ระยะทางทั้งหมดของอ้อม (กิโลเมตร)

S_2 แทน ระยะทางทั้งหมดของเคเลน (กิโลเมตร)

V_1 แทน อัตราเร็วของอ้อม (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

V_2 แทน อัตราเร็วของเคเลน (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

t_1 แทน เวลาที่ใช้ทั้งหมดของอ้อม (ชั่วโมง)

t_2 แทน เวลาที่ใช้ทั้งหมดของเคเลน (ชั่วโมง)

จากโจทย์ เราได้ว่า

$$t_1 = x + 1, \quad t_2 = x, \quad V_1 = 40, \quad V_2 = 50$$

ดังนั้น จะได้

$$S_1 = 40(x + 1) \quad \text{และ} \quad S_2 = 50x$$

2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ
ระยะห่างระหว่างเคเลนกับอ้อมเป็น 10 กิโลเมตร จะได้สมการ ดังนี้

$$50x - 40(x + 1) = 10$$

$$50x - 40x - 40 = 10$$

$$10x = 50$$

$$x = 5$$

3. หาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ดังนั้น เคเลนต้องใช้เวลานาน 5 ชั่วโมง จึงจะห่างจากอ้อมเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร

ตรวจสอบ

เนื่องจาก เคเลนใช้เวลา 5 ชั่วโมงในการเดินทางตามหลังอ้อม และเขาขี่รถด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังนั้น เขาจะเดินทางได้ระยะทางทั้งหมด $50 \times 5 = 250$ กิโลเมตร

เนื่องจาก อ้อมออกเดินทางก่อนเคเลน 1 ชั่วโมง นั่นคือ เขาออกเดินทางก่อนเวลาทั้งหมด 6 ชั่วโมง และขี่รถด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ดังนั้น เขาจะเดินทางได้ระยะทางทั้งหมด $40 \times 6 = 240$ กิโลเมตร

ดังนั้น ระยะห่างของทั้งคู่เป็น $250 - 240 = 10$ กิโลเมตร ซึ่งตรงตามโจทย์ต้องการ
ดังนั้น คำตอบถูกต้อง

6. จากวิธีการในการแก้ปัญหาในข้อ 5 จงยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา (ระบุเป็นข้อ ๆ โดยไม่ต้องคำนวณ)

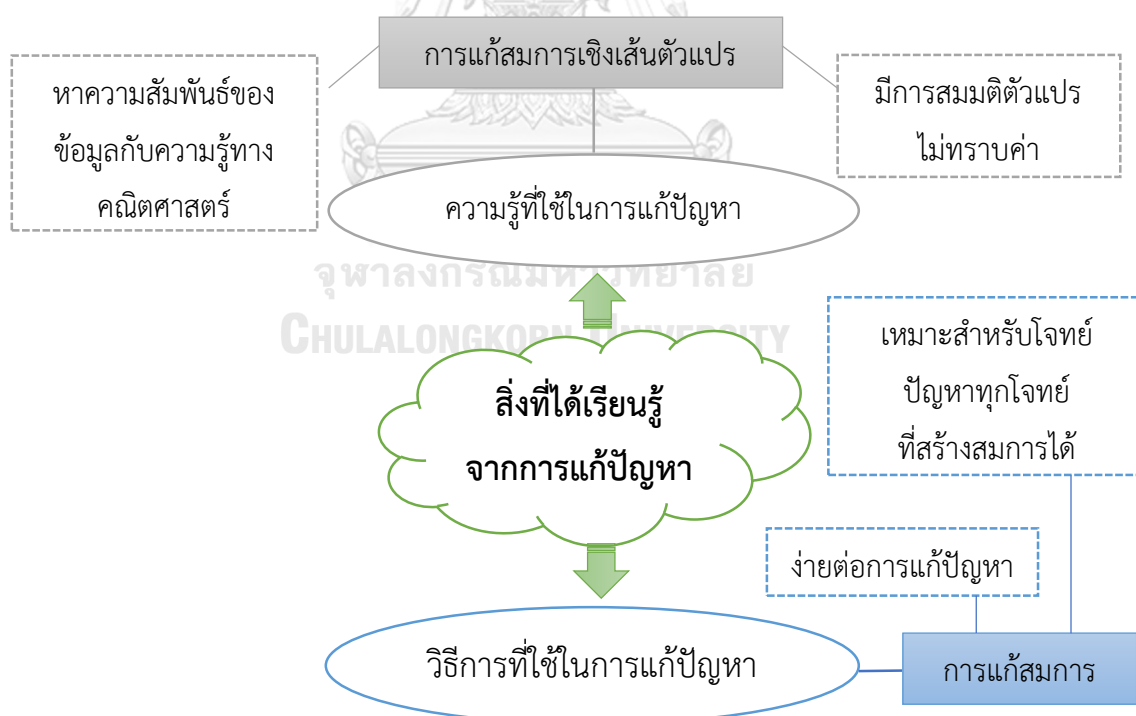
ปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการเดียวกัน

มาริโอขี่รถจักรยานออกจากร้านค้าหน้าหมู่บ้านไปตามถนนสายหนึ่งด้วยอัตราเร็ว 10 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อีกครึ่งชั่วโมงต่อมา ณเดชน์ขี่รถจักรยานออกจากร้านค้าหน้าหมู่บ้านเช่นเดียวกัน และไปตามถนนสายเดียวกับที่มาริโอไป ด้วยอัตราเร็ว 20 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อยากทราบว่า ณเดชน์ต้องใช้เวลานานเท่าไร จึงจะห่างจากมาริโอเป็นระยะทาง 5 กิโลเมตร

ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร
2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ
3. หาคำตอบที่ต้องการ
4. ตรวจสอบคำตอบ

7. จากการแก้ปัญหาข้างต้น ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา ในลักษณะของแผนผังความคิด (Mind Mapping) ผังงาน (Flowchart) หรือตัวแทนในลักษณะอื่น ๆ



เฉลยใบกิจกรรมที่ 10.2

สถานการณ์ปัญหา : รถสองแถวคันที่หนึ่งวิ่งรับส่งผู้โดยสารจากห้างสรรพสินค้าไปยังตลาดสดวิ่งด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เมื่อรถวิ่งได้ระยะทางเกินครึ่งหนึ่งของระยะทางทั้งหมดอยู่ 2 กิโลเมตร ได้สวนทางกับรถสองแถวคันที่สองซึ่งวิ่งด้วยอัตราเร็ว 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง โดยออกเดินทางจากตลาดสดไปห้างสรรพสินค้าหลังจากที่รถสองแถวคันที่หนึ่งออกจากห้างสรรพสินค้าไปยังตลาดสด 1 ชั่วโมง อยากทราบว่า ห้างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกันกี่กิโลเมตร

จากสถานการณ์ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

1. ระบุสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ห้างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกันกี่กิโลเมตร

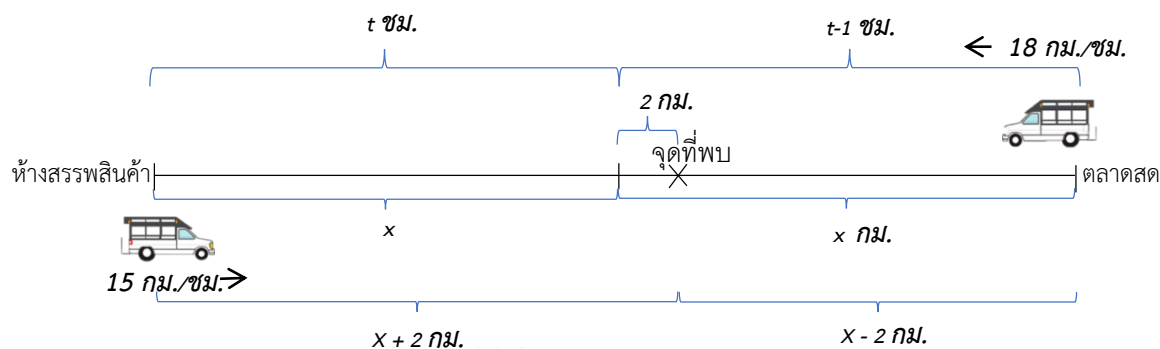
2. ระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

- รถสองแถวคันที่หนึ่งวิ่งรับส่งผู้โดยสารจากห้างสรรพสินค้าไปยังตลาดสดวิ่งด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
- เมื่อรถวิ่งได้ระยะทางเกินครึ่งหนึ่งของระยะทางทั้งหมดอยู่ 2 กิโลเมตร ได้สวนทางกับรถสองแถวคันที่สองซึ่งวิ่งด้วยอัตราเร็ว 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง
- คันที่สองออกเดินทางจากตลาดสดไปห้างสรรพสินค้าหลังจากที่รถสองแถวคันที่หนึ่งออกจากห้างสรรพสินค้าไปยังตลาดสด 1 ชั่วโมง

3. ระบุเงื่อนไขสำคัญของปัญหา

- คันที่สองออกเดินทางจากตลาดสดไปห้างสรรพสินค้าหลังจากที่รถสองแถวคันที่หนึ่งออกจากห้างสรรพสินค้าไปยังตลาดสด 1 ชั่วโมง

4. จากข้อมูลในข้อ 1, 2, 3 จงเขียนความสัมพันธ์ของข้อมูล และระบุความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้องกับปัญหา (แนวคิด ทฤษฎีบท กฎ นิยาม สูตร ฯลฯ)



- ความรู้ทางคณิตศาสตร์ที่เกี่ยวข้อง คือ ระยะทาง อัตราเร็ว และเวลา การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

5. จากความสัมพันธ์ของข้อมูลและความรู้ที่ได้ในข้อ 4 จงเขียนแสดงวิธีการแก้ปัญหา
วิธีทำที่ 1

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร

ให้ ระยะทางกึ่งกลางระหว่างห้างสรรพสินค้ากับตลาดสดเป็น x กิโลเมตร

ดังนั้น ระยะทางจากห้างสรรพสินค้าไปตลาดสดเป็น $2x$ กิโลเมตร

จะได้ว่า รถสองแถวคันที่หนึ่งสวนกับรถสองแถวคันที่สองเป็นระยะทาง $x+2$ กิโลเมตร (วัดจากห้างสรรพสินค้าไปตลาดสด)

และ รถสองแถวคันที่สองสวนกับรถสองแถวคันที่หนึ่งเป็นระยะทาง $x-2$ กิโลเมตร (วัดจากตลาดสดไปห้างสรรพสินค้า)

เนื่องจาก รถคันที่หนึ่งวิ่งด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

แสดงว่า รถคันที่หนึ่งวิ่งได้ระยะทาง 15 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

รถคันที่หนึ่งวิ่งได้ระยะทาง $x+2$ กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{x+2}{15}$ ชั่วโมง---(*)

และเนื่องจากรถคันที่สองเคลื่อนด้วยอัตราเร็ว 18 กิโลเมตรต่อชั่วโมง

แสดงว่า รถคันที่สองเคลื่อนได้ระยะทาง 18 กิโลเมตร ใช้เวลา 1 ชั่วโมง

รถคันที่สองเคลื่อนได้ระยะทาง $x-2$ กิโลเมตร ใช้เวลา $\frac{x-2}{18}$ ชั่วโมง---(**)

2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ

เนื่องจาก รถคันที่สองออกเดินทางหลังรถคันที่หนึ่ง 1 ชั่วโมง จึงใช้เวลา
น้อยกว่าในขณะที่รถสวนกัน

จาก (*) และ (**) จะได้สมการ ดังนี้

$$\begin{aligned}\frac{x+2}{15} - \frac{(x-2)}{18} &= 1 \\ 6(x+2) - 5(x-2) &= 90 \\ 6x+12 - 5x+10 &= 90 \\ x+22 &= 90 \\ x &= 90 - 22 = 68\end{aligned}$$

3. หาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ดังนั้น ห่างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกัน $2x = 2 \times 68 = 136$ กิโลเมตร

วิธีทำที่ 2

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร

ให้ ระยะทางกึ่งกลางระหว่างห้างสรรพสินค้ากับตลาดสดเป็น x กิโลเมตร

ดังนั้น ระยะทางจากห้างสรรพสินค้าไปตลาดสดเป็น $2x$ กิโลเมตร

จะได้ว่า รถสองแถวคันที่หนึ่งสวนกับรถสองแถวคันที่สองเป็นระยะทาง $x+2$ กิโลเมตร (วัดจากห้างสรรพสินค้าไปตลาดสด)

และ รถสองแถวคันที่สองสวนกับรถสองแถวคันที่หนึ่งเป็นระยะทาง $x-2$ กิโลเมตร (วัดจากตลาดสดไปห้างสรรพสินค้า)

จากความสัมพันธ์ ระยะทาง = อัตราเร็ว \times เวลา

นั่นคือ

เวลา = ระยะทาง \div อัตราเร็ว

ในที่นี้ กำหนดให้

S_1 แทน ระยะทางที่วิ่งได้ทั้งหมดของรถคันที่หนึ่ง (กิโลเมตร)

S_2 แทน ระยะทางที่วิ่งได้ทั้งหมดของรถคันที่สอง (กิโลเมตร)

V_1 แทน อัตราเร็วของรถคันที่หนึ่ง (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

V_2 แทน อัตราเร็วของรถคันที่สอง (กิโลเมตรต่อชั่วโมง)

t_1 แทน เวลาที่วิ่งได้ทั้งหมดของรถคันที่หนึ่ง (ชั่วโมง)

t_2 แทน เวลาที่วิ่งได้ทั้งหมดของรถคันที่สอง (ชั่วโมง)

จากโจทย์ เราได้ว่า

$$S_1 = x + 2, \quad S_2 = x - 2, \quad V_1 = 15, \quad V_2 = 18$$

ดังนั้น จะได้

$$t_1 = \frac{x+2}{15} \quad \text{และ} \quad t_2 = \frac{x-2}{18}$$

2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ

เนื่องจาก รถคันที่สองออกเดินทางหลังรถคันที่หนึ่ง 1 ชั่วโมง จึงใช้เวลา
น้อยกว่าในขณะที่รถสวนกัน ดังนั้น จะได้สมการ ดังนี้

$$\begin{aligned} \frac{x+2}{15} - \frac{(x-2)}{18} &= 1 \\ 6(x+2) - 5(x-2) &= 90 \\ 6x+12 - 5x+10 &= 90 \\ x+22 &= 90 \\ x &= 90 - 22 = 68 \end{aligned}$$

3. หาคำตอบในสิ่งที่โจทย์ต้องการทราบ

ดังนั้น ห่างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกัน $2x = 2 \times 68 = 136$ กิโลเมตร

ตรวจสอบ

เนื่องจาก ห่างสรรพสินค้าและตลาดสดอยู่ห่างกัน คือ 136 กิโลเมตร
ดังนั้น ระยะครึ่งหนึ่งของระหว่างห่างสรรพสินค้ากับตลาดสด คือ 68 กิโลเมตร
รถสองแถวคันที่หนึ่งวิ่งได้ระยะ $68 + 2 = 70$ กิโลเมตร (วัดจากห่างสรรพสินค้าไปตลาด)
รถสองแถวคันที่สองวิ่งได้ระยะ $68 - 2 = 66$ กิโลเมตร (วัดจากตลาดสดไปสรรพสินค้า)
จากความสัมพันธ์ของอัตราเร็ว ระยะทาง และเวลา จะได้ว่า

$$\text{เวลา} = \frac{\text{ระยะทาง}}{\text{อัตราเร็ว}}$$

จะได้ว่า รถสองแถวคันที่หนึ่งใช้เวลาในการเดินทาง $= \frac{70}{15} = \frac{14}{3}$ ชั่วโมง

และ รถสองแถวคันที่สองใช้เวลาในการเดินทาง $= \frac{66}{18} = \frac{11}{3}$ ชั่วโมง (ซึ่งใช้เวลา

น้อยกว่าเวลาเดินทางของรถคันที่หนึ่ง)

ดังนั้น รถสองแถวคันที่สองออกเดินทางช้ากว่ารถสองแถวคันที่หนึ่งอยู่ $\frac{14}{3} - \frac{11}{3} = 1$ ชั่วโมง

ซึ่งตรงตามโจทย์กำหนด

ดังนั้น คำตอบที่ได้ถูกต้อง

6. จากวิธีการในการแก้ปัญหาในข้อ 5 จงยกตัวอย่างปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการเดียวกัน พร้อมทั้งเขียนลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา (ระบุเป็นข้อ ๆ โดยไม่ต้องคำนวณ)

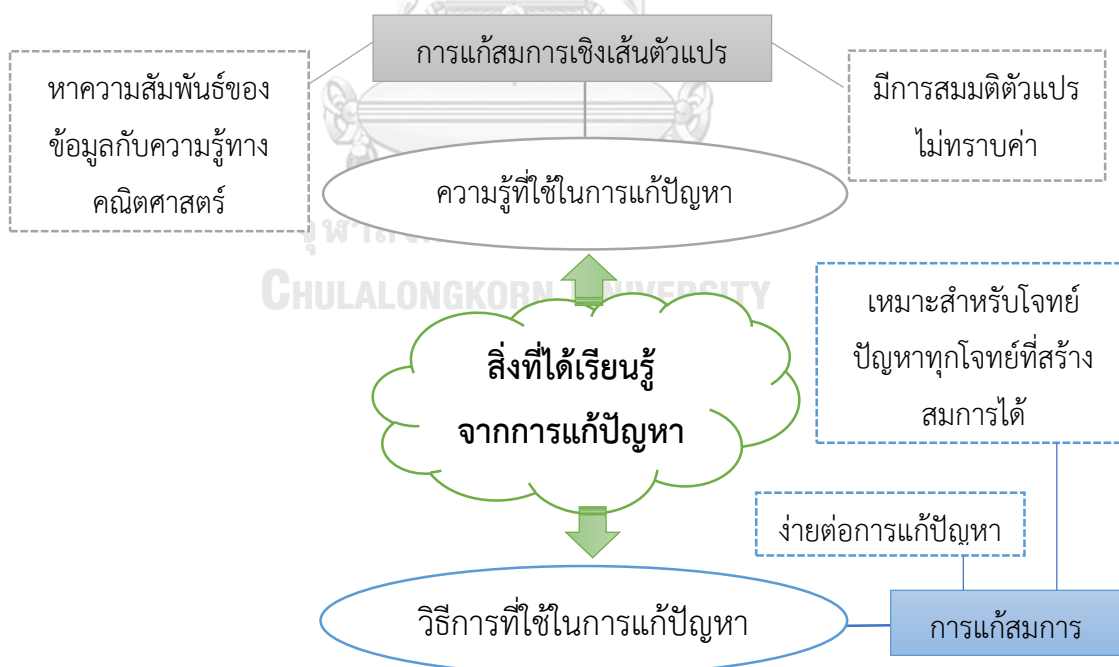
ปัญหาอื่นที่สามารถแก้ปัญหาได้ด้วยวิธีการเดียวกัน

ประภาสวิ่งจากบ้านไปโรงเรียนด้วยอัตราเร็ว 7 กิโลเมตรต่อชั่วโมง และเมื่อเขาวิ่งได้ระยะทางเกินครึ่งหนึ่งของระยะทางทั้งหมดอยู่ 3 กิโลเมตร ได้สวนทางกับประเสริฐซึ่งวิ่งด้วยอัตราเร็ว 8 กิโลเมตรต่อชั่วโมง โดยเริ่มวิ่งจากโรงเรียนไปยังบ้านของประภาสหลังจากที่ประภาสวิ่งออกจากบ้านของเขาไปยังโรงเรียนแล้ว 1 ชั่วโมง อยากทราบว่า บ้านของประภาสอยู่ห่างจากโรงเรียนกี่กิโลเมตร

ลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา

1. กำหนดตัวแปร และหาความสัมพันธ์ของตัวแปร
2. เขียนสมการแสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรตามเงื่อนไขที่โจทย์กำหนด พร้อมทั้งแก้สมการ
3. หาคำตอบที่ต้องการ
4. ตรวจสอบคำตอบ

7. จากการแก้ปัญหาข้างต้น ให้นักเรียนสรุปสิ่งที่ได้เรียนรู้จากการแก้ปัญหา ในลักษณะของแผนผังความคิด (Mind Mapping) ผังงาน (Flowchart) หรือตัวแทนในลักษณะอื่น ๆ





ภาคผนวก ข

ตัวอย่างสถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมในแผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 2.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 2

สถานการณ์ปัญหา : ครอบครัวหนึ่งมีสมาชิกทั้งหมด 4 คน คือ พ่อ แม่ พี่ชาย และน้องสาว โดยพ่อมีอายุเป็น 7 เท่าของน้องสาว และในอีก 10 ปีข้างหน้าพ่อมีอายุเป็น 3 เท่าของน้องสาว แต่พี่ชายแก่กว่าน้องสาวอยู่ 2 ปี อยากทราบว่า ในปัจจุบันอายุของพ่อ พี่ชาย และน้องสาวรวมกันมากกว่าอายุของแม่อยู่กี่ปี ถ้าปัจจุบันแม่มีอายุ 32 ปี

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 3.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

สถานการณ์ปัญหา : ซื้อสบู่มาก 20 ก้อน ราคา 140 บาท สบู่มี 2 ชนิด ชนิดที่หนึ่งราคาก้อนละ 6 บาท อีกชนิดหนึ่งราคาก้อนละ 11 บาท อยากทราบว่า ซื้อสบู่มาชนิดละกี่ก้อน

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 3.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 3

สถานการณ์ปัญหา : เอและบีแข่งกันเก็บแอปเปิ้ลในสวน โดยมีกติกาว่า ผู้ที่แพ้จะต้องเสียแอปเปิ้ลจำนวน 3 ลูกให้แก่ผู้ชนะเมื่อสิ้นสุดการแข่งขัน และผู้ชนะจะต้องมาผลไม้ที่ได้ทั้งหมดไปปั่นเพื่อขายเป็นน้ำผลไม้ต่อไป

โดยกำหนดว่า น้ำแอปเปิ้ล 1 แก้ว (ขนาด XL) ต้องใช้แอปเปิ้ลทั้งหมด 3 ลูก เมื่อสิ้นสุดการแข่งขันพวกเขาได้แอปเปิ้ลรวมกันทั้งหมด 225 ลูก โดยที่เอกองแอปเปิ้ลของตนไว้กองละ 9 ลูก บีกองแอปเปิ้ลไว้กองละ 6 ลูก นับแอปเปิ้ลรวมกันได้ทั้งหมด 34 กอง อยากทราบว่า ผู้ชนะจะสามารถทำน้ำแอปเปิ้ลขายได้ทั้งหมดกี่แก้ว

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 4.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

สถานการณ์ปัญหา : วิเวียนสะสมเหรียญ 3 ชนิด ได้แก่ เหรียญสองบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาท เมื่อครบ 1 ปี เธอได้เปิดกระปุกออมสินเพื่อนำเงินที่เก็บออมทั้งหมดไปฝาก สหกรณ์โรงเรียน พบว่า ในกระปุกออมสินมีเหรียญห้าบาทมากกว่าเหรียญสิบบาทอยู่ 32 เหรียญ และมีเหรียญสองบาทมากกว่าเหรียญห้าบาทอยู่ 41 เหรียญ ถ้าในกระปุกออมสินมีเงินอยู่ทั้งหมด 561 บาท อยากทราบว่า มีเหรียญทั้งหมดอยู่ชนิดละกี่เหรียญ

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 4.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 4

สถานการณ์ปัญหา : ชันนี่ชื่นชอบการออกกำลังกายเป็นอย่างมาก เขาตั้งใจจะเก็บเงินซื้อนาฬิกา ออกกำลังกาย เพื่อดูชีพจรและการเต้นของหัวใจในขณะที่วิ่ง โดยเงินที่เก็บนั้นเป็นเงินที่เหลือจาก ค่าใช้จ่ายรายวัน วันละ 300 บาท ซึ่งชันนี่จะเก็บเงินเฉพาะเหรียญบาท เหรียญห้าบาท และเหรียญสิบบาทเท่านั้น

ในแต่ละเดือน เราสามารถเก็บออมเหรียญหนึ่งบาทเป็นจำนวน $\frac{3}{5}$ ของจำนวนเหรียญ ทั้งหมด และ $\frac{1}{5}$ ของเหรียญที่เหลือเป็นเหรียญห้าบาท นอกนั้นเป็นเหรียญสิบบาทจำนวน 16 เหรียญ และเป็นเช่นนี้ทุก ๆ เดือน เสมอ และเมื่อไปดูราคาของนาฬิกาออกกำลังกายในร้าน แห่งหนึ่ง พบว่า

นาฬิกาออกกำลังกายยี่ห้อ A	ราคา	850	บาท
นาฬิกาออกกำลังกายยี่ห้อ B	ราคา	950	บาท
นาฬิกาออกกำลังกายยี่ห้อ C	ราคา	1,100	บาท
นาฬิกาออกกำลังกายยี่ห้อ D	ราคา	1,500	บาท

อยากทราบว่า เมื่อเวลาผ่านไป 7 เดือน เขาสามารถซื้อนาฬิกาออกกำลังกาย ยี่ห้อใดได้บ้าง

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 5.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5

สถานการณ์ปัญหา : ในช่วงเดือนธันวาคม พ.ศ. 2557 ได้มีการประกาศใช้อัตราค่าบริการโดยสารรถแท็กซี่ ดังรายละเอียดต่อไปนี้

- ระยะทาง 1 กิโลเมตรแรก คิดเป็น 35 บาท
- ระยะทางเกินกว่า 1 กิโลเมตรถึงกิโลเมตรที่ 10 คิดเป็น กิโลเมตรละ 5.50 บาท
- ระยะทางเกินกว่า 10 กิโลเมตรถึงกิโลเมตรที่ 20 คิดเป็น กิโลเมตรละ 6.50 บาท
- ระยะทางเกินกว่า 20 กิโลเมตรถึงกิโลเมตรที่ 40 คิดเป็น กิโลเมตรละ 7.50 บาท
- ระยะทางเกินกว่า 40 กิโลเมตรถึงกิโลเมตรที่ 60 คิดเป็น กิโลเมตรละ 8 บาท
- ระยะทางเกินกว่า 60 กิโลเมตรถึงกิโลเมตรที่ 80 คิดเป็น กิโลเมตรละ 9 บาท
- ระยะทางเกินกว่า 80 กิโลเมตรขึ้นไป คิดเป็น กิโลเมตรละ 10.50 บาท

ในกรณีที่รถจอดนิ่งอยู่กับที่ มิเตอร์เวลาจะขึ้นครั้งละ 2 บาท/นาที

(ที่มา : <http://th.wikipedia.org/wiki/แท็กซี่> สืบค้นเมื่อวันที่ 20 มิถุนายน 2562)

ถ้าในวันนี้ภรรยานัดไปเที่ยวสวนสนุกกับเพื่อน โดยเขานั่งรถแท็กซี่จากหน้าบ้านเพื่อไปสวนสนุก เมื่อไปถึงหน้าสวนสนุกแล้ว พบว่า เขาต้องเสียค่าบริการ 146 บาท โดยในระหว่างนั่งรถแท็กซี่มีช่วงเวลารถติด 15 นาที อยากทราบว่า ระยะทางจากบ้านถึงสวนสนุกเป็นกี่กิโลเมตร

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 5.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 5

สถานการณ์ปัญหา : A B และ C ชวนกันไปร้านปาลูกโป่งแห่งหนึ่งในงานวัดแถวบ้านที่จัดขึ้นเป็นประจำทุกปี โดยที่

A ปาลูกโป่งแตก 2 ลูก จากการปาลูกดอกทุก ๆ 3 ครั้ง

B ปาลูกโป่งแตก 3 ลูก จากการปาลูกดอกทุก ๆ 4 ครั้ง

C ปาลูกโป่งแตก 4 ลูก จากการปาลูกดอกทุก ๆ 5 ครั้ง

ถ้าทั้งสามคนปาลูกดอกในจำนวนครั้งที่เท่ากัน และปาลูกโป่งแตกรวมกันทั้งหมด 665 ลูก ซึ่งทางร้านมีรางวัลเป็นตุ๊กตา 1 ตัว ให้สำหรับผู้ที่ปาลูกโป่งแตก 5 ลูก อยากทราบว่า ในการปาลูกโป่งครั้งนี้ A B และ C จะได้ตุ๊กตาคคนละกี่ตัว

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 6.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6

สถานการณ์ปัญหา : ทิวา และราตรี ฝากเงินไว้กับสหกรณ์ออมทรัพย์ของหมู่บ้าน ในเดือนที่ผ่านมา พบว่า อัตราส่วนของเงินฝากของทิวาต่อราตรี เป็น $3 : 4$ ต่อมาในเดือนนี้ ทิวาถูกฉลากกินแบ่งรัฐบาล ทำให้ทิวาฝากเงินเพิ่มขึ้นอีก 4,500 บาท แต่ราตรีกลับถอนเงินออก 2,000 บาท เพราะจะนำเงินจำนวนนี้ไปจ่ายค่าอุปกรณ์การเรียนให้ลูก ทำให้อัตราส่วนของเงินฝากในเดือนนี้ของทิวาต่อราตรีกลายเป็น $5 : 4$ อยากทราบว่า ในเดือนนี้เงินฝากของทิวา **มากกว่าหรือน้อยกว่า** ราตรีอยู่กี่บาท

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 6.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 6

สถานการณ์ปัญหา : นักวิชาการเกษตรท่านหนึ่งผสมปุ๋ยชีวภาพด้วยตนเอง โดยใช้วัสดุสามอย่าง ได้แก่ ใบไม้และเศษผัก กากน้ำตาล และน้ำตาลทรายแดง ลงในถังใบหนึ่ง ในอัตราส่วนน้ำหนักของใบไม้และเศษผักต่อกากน้ำตาลต่อน้ำตาลทรายแดงเป็น $15 : 3 : 2$ อยากทราบว่า ถ้าเขาใช้ใบไม้และเศษผักจำนวน 25 กิโลกรัม แล้วเขาจะต้องใช้กากน้ำตาลและน้ำตาลทรายแดงอย่างละกี่กิโลกรัม

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 8.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 8

สถานการณ์ปัญหา : น้ำอุ่นสองชนิด ชนิด A มีน้ำอุ่นแท้ 15% ขณะที่ชนิด B มีน้ำอุ่นแท้ 25% อยากทราบว่า จะต้องใช้น้ำอุ่นชนิด A และชนิด B อย่างละเท่าไร จึงจะได้ น้ำอุ่นผสมในปริมาณ 40 ลิตร ซึ่งมีน้ำอุ่นแท้ 18%

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 9.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9

สถานการณ์ปัญหา : สายฟ้าและพายุต้องการหาสิ่วบ้านเป็นสีเทา สายฟ้าจึงเริ่มการผสมสีโดยใช้ สีขาว 4 กระป๋อง เหมรวมกับสีดำ 6 กระป๋อง ปรากฏว่า สีผสมที่ได้เป็นสีเทาตามที่พวกเขาต้องการพอดี และได้ปริมาณที่เพียงพอ

เมื่อสายฟ้าและพายุได้สีผสม (สีเทา) ตามที่ต้องการ แล้วพวกเขาจึงเริ่มช่วยกันลงมือหาสิ่วบ้านอย่างตั้งใจ ขณะที่พวกเขากำลังช่วยกันหาสิ่วอยู่นั้น พายุได้สะดุดกับท่อไม้ริมรั้วทำให้เขาผลัก กระป๋องสีขาวที่วางไว้ 1 กระป๋อง ผสมลงไปในการะป๋องของสีผสม(สีเทา) ที่วางไว้ สายฟ้าจึงได้ตัดสินใจเทสีดำ 1 กระป๋อง เพิ่มลงไปในการะป๋องของสีผสมทันที

อยากรทราบว่า สีที่ผสมใหม่ที่ได้จะมีลักษณะเป็นเช่นไร (สีเทาที่อ่อนลง หรือสีเทาที่เข้มขึ้น หรือสีเทาที่คงเดิม)

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 9.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 9

สถานการณ์ปัญหา : ในการจัดประกวดแข่งขันร้องเพลงเวทีหนึ่ง เปิดรับสมัครอยู่ 2 รอบ โดยรอบแรก มีผู้เข้าร่วมสมัครร้องเพลงอยู่จำนวนหนึ่ง ในจำนวนนี้อัตราส่วนของจำนวนผู้สมัครเพศชายต่อจำนวนผู้สมัครเพศหญิงเป็น 3 : 5 และจำนวนผู้สมัครเพศชายน้อยกว่าจำนวนผู้สมัครเพศหญิง 100 คน

ต่อมา รอบที่ 2 มีผู้สมัครเข้ามาประกวดแข่งขันร้องเพลงเพิ่มขึ้น มีทั้งผู้สมัครเพศชายและผู้สมัครเพศหญิงจำนวนเท่ากัน ทำให้อัตราส่วนผู้สมัครเพศชายต่อจำนวนผู้สมัครเพศหญิงของการประกวดแห่งนี้ เปลี่ยนเป็น 2 : 3 อยากรทราบว่า มีผู้มาสมัครทั้งหมดกี่คน (รวมทั้งสองรอบ)

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 10.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 10

สถานการณ์ปัญหา : สองพี่น้องอดัมและเคเลน ได้ซื้อจักรยานยนต์ออกจากบ้านไปตามถนนสายหนึ่ง โดยอดัมได้เดินทางออกจากบ้านไปก่อนเคเลน 1 ชั่วโมง และซื้อด้วยอัตราเร็ว 40 กิโลเมตรต่อชั่วโมง ในขณะที่ เคเลนซื้อด้วยอัตราเร็ว 50 กิโลเมตรต่อชั่วโมง อยากรทราบว่า เคเลนต้องใช้เวลานานเท่าไรจึงจะห่างจากอดัมเป็นระยะทาง 10 กิโลเมตร

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 11.1 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11

สถานการณ์ปัญหา : กวินอาศัยอยู่ในชนบทซึ่งห่างไกลจากตัวเมือง ในทุก ๆ วันเขาจะเดินทางจากบ้านไปโรงเรียนด้วยอัตราเร็ว $4\frac{1}{2}$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง ซึ่งจะถึงโรงเรียนก่อนเวลาเข้าเรียน 1 นาทีเสมอ ถ้ากวินเดินไปโรงเรียนด้วยอัตราเร็วที่ช้าลงเป็น $4\frac{1}{3}$ กิโลเมตรต่อชั่วโมง พบว่าเขาจะเดินทางถึงโรงเรียนหลังเวลาเข้าเรียนไปแล้ว 3 นาที อยากทราบว่า ระยะทางจากบ้านของกวินถึงโรงเรียน

สถานการณ์ปัญหาของใบกิจกรรมที่ 11.2 แผนการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ที่ 11

สถานการณ์ปัญหา : มิสต์ปั่นจักรยานด้วยอัตราเร็ว 12 กิโลเมตรต่อชั่วโมง เพื่อเดินทางจากเมือง A ไปเมือง B โดยเธอได้เดินทางออกจากเมือง A ในเวลา 07.45 น. และเมื่อเธอปั่นเลยจุดกึ่งกลางของระยะทางทั้งหมดไปได้ 3 กิโลเมตร เธอได้พบกับมายด์ซึ่งเป็นเพื่อนร่วมชั้นเรียน และเธอกำลังปั่นจากเมือง B เพื่อไปยังเมือง A ด้วยอัตราเร็ว 15 กิโลเมตรต่อชั่วโมง โดยเดินทางออกจากเมือง B ในเวลา 08.45 น. อยากทราบว่า เมือง A และเมือง B อยู่ห่างกันกี่กิโลเมตร



ภาคผนวก ซ

ผลการทดสอบทางสถิติของแบบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
และแบบวัดความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน \leq ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

ตารางที่ 29 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คะแนนเต็มฉบับละ 48 คะแนน)

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
ด้านที่ 1	หลังเรียน	10.7955	44	1.1119	.1677
	ก่อนเรียน	6.9773	44	2.4824	.3742
ด้านที่ 2	หลังเรียน	8.2500	44	1.4367	.2166
	ก่อนเรียน	2.4318	44	1.5760	.2376
ด้านที่ 3	หลังเรียน	9.7727	44	2.4387	.3676
	ก่อนเรียน	1.3636	44	1.6295	.2457
ด้านที่ 4	หลังเรียน	8.1364	44	2.7920	.4209
	ก่อนเรียน	.3182	44	.5915	.0892
แก้ปัญหา	หลังเรียน	36.9545	44	5.3165	.8015
	ก่อนเรียน	11.0909	44	4.0033	.6035

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
CHULALONGKORN UNIVERSITY
Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
ด้านที่ 1 หลังเรียน - ก่อนเรียน	3.8182	2.4615	.3711	3.0698	4.5666	10.289	43	.0000
ด้านที่ 2 หลังเรียน - ก่อนเรียน	5.8182	1.8897	.2849	5.2437	6.3927	20.289	43	.0000

Paired Samples Test (ต่อ)

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
ด้านที่ 3 หลังเรียน - ก่อนเรียน	8.4091	2.5908	.3906	7.6214	9.1968	21.530	43	.0000
ด้านที่ 4 หลังเรียน - ก่อนเรียน	7.8182	2.7282	.4113	6.9887	8.6476	19.009	43	.0000
แก้ปัญหา หลังเรียน - ก่อนเรียน	25.8636	6.1676	.9298	23.9885	27.7388	27.816	43	.0000

จากตารางที่ 27 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากับ 36.9545 และ 11.0909 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.3165 และ 4.0033 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t-test) ที่ $t_{\alpha, n-1} = t_{0.05, 43} = 1.68$ พบว่า $t = 27.816$ ซึ่ง $t > t_{\alpha, n-1}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน \leq เกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $>$ เกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ตารางที่ 30 ผลการทดสอบความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คะแนนเต็มฉบับละ 48 คะแนน)

One-Samples Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ด้านที่ 1 หลังเรียน	44	10.7955	1.1119	.1676
ด้านที่ 2 หลังเรียน	44	8.2500	1.4367	.2166
ด้านที่ 3 หลังเรียน	44	9.7727	2.4387	.3676
ด้านที่ 4 หลังเรียน	44	8.1364	2.7919	.4209

One-Samples Test

	t	df	Test Value = 7.2			
			Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
ด้านที่ 1 หลังเรียน	21.4500	43	.0000	3.5955	3.2574	3.9335
ด้านที่ 2 หลังเรียน	4.8480	43	.0000	1.0500	.6132	1.4868
ด้านที่ 3 หลังเรียน	6.9980	43	.0000	2.5727	1.8313	3.3142
ด้านที่ 4 หลังเรียน	2.2250	43	.0310	.9364	.0875	1.7852

One-Samples Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
แก้ปัญหา หลังเรียน	44	36.9545	5.3165	.8015

One-Samples Test

	t	df	Test Value = 28.8			
			Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
แก้ปัญหา หลังเรียน	10.1740	43	.0000	8.1546	6.5382	9.7709

จากตารางที่ 28 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียน เท่ากับ 36.9545 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 5.3165 และจากการทดสอบค่าที (t-test) ที่ $t_{\alpha, n-1} = t_{0.05, 43} = 1.68$ พบว่า $t = 10.1740$ ซึ่ง $t > t_{\alpha, n-1}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน \leq ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $>$ ค่าเฉลี่ยของคะแนนก่อนเรียน

ตารางที่ 31 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างก่อนเรียนและหลังเรียนของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คะแนนเต็มฉบับละ 24 คะแนน)

Paired Samples Statistics

		Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
ด้านที่ 1	หลังเรียน	9.5682	44	1.5310	.2308
	ก่อนเรียน	6.9773	44	2.1403	.32208
ด้านที่ 2	หลังเรียน	7.8864	44	1.9909	.3001
	ก่อนเรียน	2.7273	44	1.8219	.2747
ให้เหตุผล	หลังเรียน	17.4545	44	2.8157	.4245
	ก่อนเรียน	9.7045	44	3.5672	.5378

Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
ด้านที่ 1 หลังเรียน - ก่อนเรียน	2.5909	2.3160	.3491	1.8868	3.2950	7.421	43	.0000
ด้านที่ 2 หลังเรียน - ก่อนเรียน	5.1591	2.3718	.3576	4.4380	5.8802	14.429	43	.0000
ให้เหตุผล หลังเรียน - ก่อนเรียน	7.7500	3.5772	.5393	6.6624	8.8376	14.371	43	.0000

จากตารางที่ 29 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียนและก่อนเรียนเท่ากับ 17.4545 และ 9.7045 ตามลำดับ และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.8157 และ 3.5672 ตามลำดับ และจากการทดสอบค่าที (t-test) ที่ $t_{\alpha, n-1} = t_{0.05, 43} = 1.68$ พบว่า $t = 14.371$ ซึ่ง $t > t_{\alpha, n-1}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าก่อนเรียน อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

สำหรับการทดสอบสมมติฐานการวิจัยที่ว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

สมมติฐานการทดสอบ คือ

H_0 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน \leq เกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

H_1 : ค่าเฉลี่ยของคะแนนหลังเรียน $>$ เกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม

ตารางที่ 32 ผลการทดสอบความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์เปรียบเทียบระหว่างหลังเรียนกับเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็มของนักเรียนกลุ่มตัวอย่าง (คะแนนเต็มฉบับละ 24 คะแนน)

One-Samples Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ด้านที่ 1 หลังเรียน	44	9.5682	1.5311	.2308
ด้านที่ 2 หลังเรียน	44	7.8864	1.9909	.3001

One-Samples Test

		Test Value = 7.2				
	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
ด้านที่ 1 หลังเรียน	10.2600	43	.0000	2.3682	1.9027	2.8337
ด้านที่ 2 หลังเรียน	2.2870	43	.0270	.6864	.0811	1.2916

One-Samples Statistics

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean
ให้เหตุผล หลังเรียน	44	17.4545	2.8157	.4245

One-Samples Test

	t	df	Test Value = 14.4			
			Sig. (2-tailed)	Mean Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
					Lower	Upper
ให้เหตุผล หลังเรียน	7.1960	43	.0000	3.0546	2.1985	3.9106

จากตารางที่ 30 ผลปรากฏว่า นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีค่าเฉลี่ยเลขคณิตหลังเรียน เท่ากับ 17.4545 และส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 2.8157 และจากการทดสอบค่าที (t-test) ที่ $t_{\alpha, n-1} = t_{0.05, 43} = 1.68$ พบว่า $t = 7.1960$ ซึ่ง $t > t_{\alpha, n-1}$ จึงปฏิเสธ H_0 นั่นคือ นักเรียนกลุ่มตัวอย่างมีความสามารถในการให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์หลังเรียนสูงกว่าเกณฑ์ร้อยละ 60 ของคะแนนเต็ม อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ .05

ประวัติผู้เขียน

ชื่อ-สกุล	ศิรดา กันอ่ำ
วัน เดือน ปี เกิด	27 พฤษภาคม 2538
สถานที่เกิด	ชัยนาท
วุฒิการศึกษา	สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต สาขาวิชาคณิตศาสตร์ ภาควิชา คณิตศาสตร์และสถิติ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ในปีการศึกษา 2559 และในปีการศึกษา 2560 ได้เข้าศึกษาต่อในหลักสูตรครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชาการศึกษา คณิตศาสตร์ ภาควิชาหลักสูตรและการสอน คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์ มหาวิทยาลัย
ที่อยู่ปัจจุบัน	บ้านเลขที่ 33 ม.1 ต.โพงาม อ.สรรคบุรี จ.ชัยนาท 17140

